АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2002, том 48, № 1, с. 77–84

УДК 534.24

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКА НА НЕОДНОРОДНОСТИ В ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2002 г. В. М. Кузькин

Научный центр волновых исследований Института общей физики РАН
119991 Москва, ул. Вавилова 38
E-mail: gera@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 25.12.2000 г.

Применительно к теневой системе наблюдения рассмотрена дифракция звука на движущейся неоднородности в мелком море. В приближении ВКБ получено выражение для возмущения, формируемого группой синфазно возбужденных нормальных мод. Оценены его характеристики в зависимости от теневого контура неоднородности и условий наблюдения. В рамках усредненного описания многомодовой картины дифракционного затенения предложена малопараметрическая модель дифракции. Сформулированы условия применимости модели.

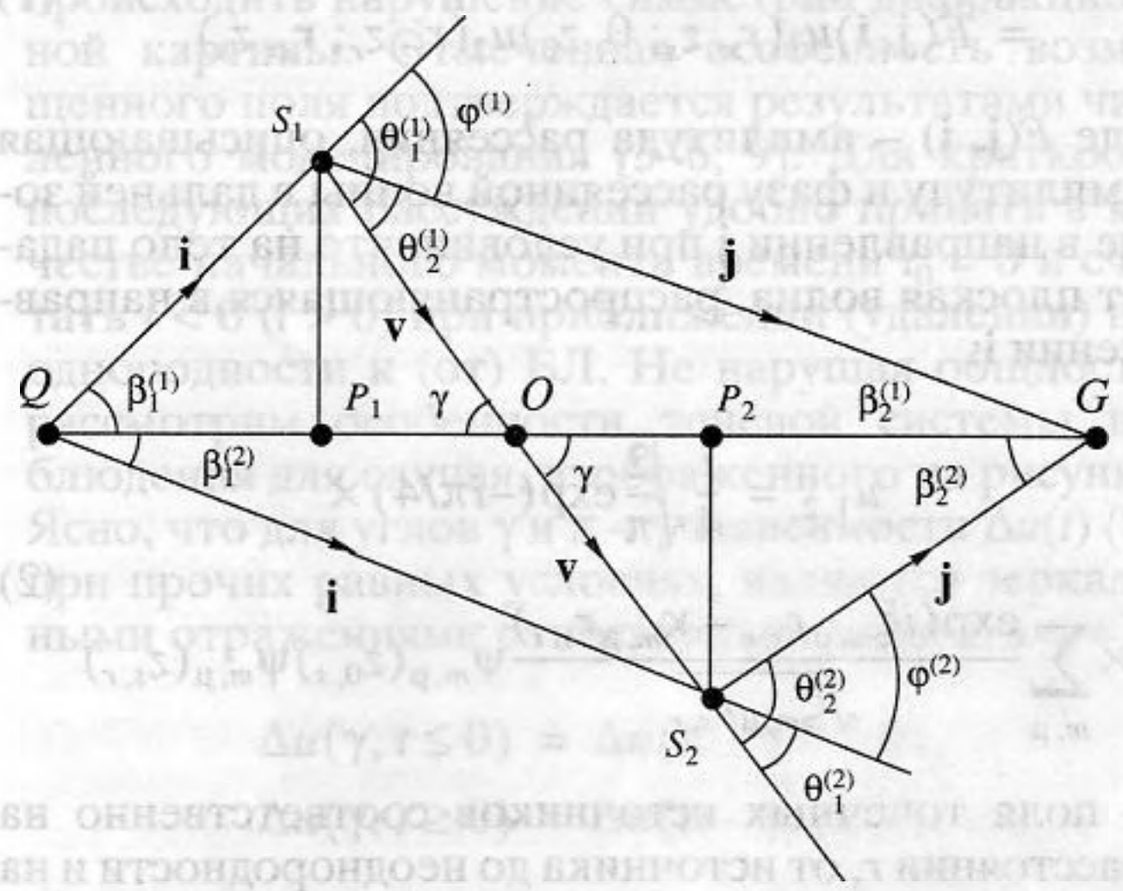
1. ВВЕДЕНИЕ

Для решения ряда задач акустики океана весьма актуальной является разработка модели, позволяющей анализировать результаты численного расчета дифракции акустических полей на локализованных неоднородностях в подводных звуковых каналах. В частности, при движении неоднородности по нормали к базисной линии (БЛ), соединяющей источник с приемником, такая простая физическая модель впервые предложена в работах [1, 2]. Она находится в согласии с результатами численных расчетов и позволяет качественно понять и количественно оценить характеристики возмущенного поля [3–6]. Плодотворность использования данной модели в задачах согласованной обработки показана в работах [2, 7, 8]. Однако, как показывают численные расчеты [3, 9], в нее не укладываются случаи пересечения неоднородностью БЛ под углами, отличными от $\pi/2$. Поэтому представляется важным рассмотреть более общий случай наблюдения неоднородности в окрестности БЛ по теневому рассеянному полю.

В настоящей работе изложен теоретический анализ указанного вопроса. Рассмотрение базируется на изотропности рассеяния в вертикальной плоскости и "достаточной узости" спектра собственных значений.

2. КАЧЕСТВЕННЫЕ СООБРАЖЕНИЯ

Пусть неподвижный точечный источник расположен в точке $Q(\mathbf{r}_0, z_0)$ с координатами $\mathbf{r}_0 = (0, 0)$, $z = z_0$, геометрический центр неоднородности – в точке $S(\mathbf{r}_s, z_s)$ с координатами $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s)$, $z = z_s$, а неподвижный точечный приемник – в точке $G(\mathbf{r}, z_r)$ с координатами $\mathbf{r} = (x_r, y_r)$, z_r, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор в горизонтальной плоскости. Рассмотрим случай монохроматического излучения с частотой f и движения неоднородности в горизонтальной плоскости (на фиксированной глубине z_s) с постоянной скоростью v под углом γ к БЛ. Под углом γ условимся понимать угол между вектором скорости $\mathbf{v}$ неоднородности и положительным направлением БЛ (от источника к приемнику), отсчитываемый против часовой стрелки. Горизонтальное расстояние между источником и приемником обозначим через R, а расстояния от точки пересечения неоднородностью БЛ до источника и



Геометрия задачи, вид сверху (Q – источник, $S_{1,2}$ – неоднородность, G – приемник).
$QG = R$, $QO = R_1$, $OG = R_2$, $S_1P_1 = y^{(1)}$, $P_1O = x^{(1)}$, $S_2P_2 = y^{(2)}$, $OP_2 = x^{(2)}$, $QS_1 = r_s^{(1)}$, $S_1G = r_r^{(1)}$, $QS_2 = r_s^{(2)}$, $S_2G = r_r^{(2)}$.

приемника – соответственно R_1 и R_2 ($R_1 + R_2 = R$). На рисунке приведена геометрия задачи для угла $\gamma < \pi/2$, верхние индексы *1* и *2* у символов расстояний $r_{s,r}$, x, y и углов $\beta_{1,2}$, $\theta_{1,2}$, φ относятся соответственно к случаям приближения неоднородности к БЛ и удалению от нее.

Условия распространения звука в океане таковы [10, 11], что поле эффективно формируется небольшим числом групп конструктивно интерферирующих однотипных мод с близкими номерами. Далее, как и в работе [2], положим, что в интервале номеров рассматриваемой группы мод рассеяние в вертикальной плоскости изотропное (все направления переизлучения из моды m падающей волны в моду μ рассеянной волны равноправны) и диапазон собственных значений "достаточно узок". Допуская изотропность рассеяния в диапазоне бриллюэновских углов скольжения распространяющихся мод, мы переходим к сильно упрощенной модели. Тем не менее, она все же позволяет составить качественное представление о влиянии океанической среды на характеристики возмущенного поля в подводном звуковом канале и довольно близка к реальным условиям в тех случаях, когда поле формируется относительно небольшим числом мод с близкими номерами.

Тогда в предположении малости эффектов многократного рассеяния [12] и локально-неоднородной среды [13] поле, дифрагировавшее на неоднородности, согласно [14], может быть представлено в виде

$$u_s(\mathbf{r}, z_r; 0, z_0) = \\ = F(\mathbf{j}, \mathbf{i})u_1(r_s, z_s; 0, z_0)u_2(r_r, z_r; \mathbf{r}_s, z_s), \tag{1}$$

где $F(\mathbf{j}, \mathbf{i})$ – амплитуда рассеяния, описывающая амплитуду и фазу рассеянной волны в дальней зоне в направлении $\mathbf{j}$ при условии, что на тело падает плоская волна, распространяющаяся в направлении $\mathbf{i}$;

$$u_{1,2} = \frac{i}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\exp(-i\pi/4)\times \\ \times\sum_{m,\mu}\frac{\exp(i\xi_{m,\mu}r_{s,r} - \kappa_{m,\mu}r_{s,r})}{\sqrt{\xi_{m,\mu}r_{s,r}}}\psi_{m,\mu}(z_{0,s})\psi_{m,\mu}(z_{s,r}) \tag{2}$$

– поля точечных источников соответственно на расстоянии r_s от источника до неоднородности и на расстоянии $r_r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|$ от неоднородности до приемника. Здесь $\psi_m(z)$, ξ_m и κ_m – соответственно ортонормированная собственная функция, постоянная распространения и модальный коэффициент затухания m-й моды. Различные факторы в выражении (1) весьма удобным образом расчленены. Дифракционные эффекты характеризуются функцией рассеяния F, а волноводное распространение отражено в функциях источников u_1 и u_2.

Если теперь для описания поля точечного источника, создаваемого синфазно возбужденной группой мод, воспользоваться ВКБ-асимптотикой собственных функций, то выражение (1), согласно [10], можно привести к виду

$$u_s = A_s F(\mathbf{j}, \mathbf{i})(\xi_l^2 r_s r_r)^{-1/2} W_1 W_2 \exp(i\xi_l r - \kappa_l r), \tag{3}$$

где

$$A_s = \frac{i}{32\pi}[h_l(z_0)h_l^2(z_s)h_l(z_r)]^{-1/2}\left[\int_{-H}^{z_l}\frac{ds}{h_l(s)}\right]^{-2}, \tag{4}$$

$$r = r_s + r_r,$$

$$W_{1,2} = (a_{1,2} + b_{1,2})\exp(-i2N\phi_{1,2}) + \\ + (c_{1,2} + d_{1,2})\exp(i2N\phi_{1,2}). \tag{5}$$

В соотношениях (4), (5) использованы обозначения

$$a_{1,2} = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} + \vartheta_{1,2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} + \vartheta_{1,2}\right)},$$

$$b_{1,2} = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} + \phi_{1,2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} + \phi_{1,2}\right)},$$

$$c_{1,2} = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} - \vartheta_{1,2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} - \vartheta_{1,2}\right)},$$

$$d_{1,2} = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} - \phi_{1,2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha r_{s,r}}{2} - \phi_{1,2}\right)}, \tag{6}$$

$$\vartheta_{1,2} = \frac{\pi}{2}[D_l(z_{s,r}) + D_l(z_{0,s})],$$

$$\phi_{1,2} = \frac{\pi}{2}[D_l(z_{s,r}) - D_l(z_{0,s})],$$

$$\alpha = d\xi_l/dl = -2\pi/D_l.$$

Здесь $h_l(z) = [(\omega/c(z))^2 - \xi_l^2]^{1/2}$ – вертикальная составляющая волнового вектора l-й моды, в окрестности которой соседние моды оказываются в фазе; $\bar{z}_l$ – верхняя точка поворота, которая может находиться и на поверхности $z = 0$; H – глубина

волновода; D_l – длина цикла луча, соответствующего моде с номером l; $D_l(z)$ – горизонтальное расстояние, которое пробегает от верхней точки поворота луч, пока не достигнет глубины z; N – число конструктивно интерферирующих мод. Оценки их числа содержатся, например, в работах [10, 11].

В приближении ВКБ поле точечного источника в точке приема, создаваемое синфазно возбужденной группой мод, равно [10]

$$u_0(r, z_r; 0, z_0) = A_0(\xi_l R)^{-1/2} W_0 \exp(i\xi_l R - \kappa_l R), \quad (7)$$

где

$$A_0 = \frac{\exp(i\pi/4)}{8}\sqrt{\frac{2}{\pi}}[h_l(z_0)h_l(z_r)]^{-1/2}\left[\int_{-H}^{z_l}\frac{ds}{h_l(s)}\right]^{-1},$$

$$W_0 = (a_0 + b_0)\exp(-i2N\phi_0) + (c_0 + d_0)\exp(i2N\phi_0).$$

Здесь

$$a_0 = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha R}{2} + \vartheta_0\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha R}{2} + \vartheta_0\right)},$$

$$b_0 = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha R}{2} + \phi_0\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha R}{2} + \phi_0\right)},$$

$$c_0 = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha R}{2} - \vartheta_0\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha R}{2} - \vartheta_0\right)},$$

$$d_0 = \frac{\sin\left[(2N+1)\left(\frac{\alpha R}{2} - \phi_0\right)\right]}{\sin\left(\frac{\alpha R}{2} - \phi_0\right)},$$

$$\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}[D_l(z_0) + D_l(z_r)], \quad \phi_0 = \frac{\pi}{2}[D_l(z_r) - D_l(z_0)].$$

В предположении $|u_0| \gg |u_s|$ возмущение поля u_0, определяемое как разность амплитуд возмущенного и невозмущенного полей, $\Delta u = |u_0 + u_s| - |u_0|$, можно записать как

$$\Delta u = |u_s|\cos(\Theta_s - \Theta_0), \quad (8)$$

где

$$|u_s| = |A_s||F|(\xi_l^2 r_s r_r)^{-1/2}|W_1||W_2|\exp(-\kappa_l r) \quad (9)$$

– модуль рассеянного поля;

$$\Theta_s = \xi_l r + \arg W_1 + \arg W_2 + \arg F + (\pi/2),$$
$$\Theta_0 = \xi_l R + \arg W_0 + (\pi/4) = \text{const} \quad (10)$$

– фазы соответственно рассеянного (3) и первичного (7) полей. Здесь

$$|W_i| = [(a_i + b_i)^2 + (c_i + d_i)^2 + 2(a_i + b_i)(c_i + d_i)\cos(4N\phi_i)]^{1/2}, \quad i = 1, 2; \quad (11)$$

$$\arg W_i = \operatorname{arg\,tg}\left[\frac{(c_i + d_i) - (a_i + b_i)}{(c_i + d_i) + (a_i + b_i)}\operatorname{tg}(2N\phi_i)\right], \quad i = 0, 1, 2. \quad (12)$$

– соответственно модуль и аргумент комплексной функции W_i.

Согласно (8) комплексная огибающая дифрагировавшего поля определяется видом функции F, описывающей рассеяние, на которую наложены медленно меняющиеся функции W_1 и W_2, обусловленные волноводным характером распространения. Это приводит к тому, что в зависимости от условий наблюдения форма огибающей может "причудливым" образом меняться, заметно отличаясь от формы функции рассеяния F. В частности, как можно видеть, относительно момента времени t_0 пересечения неоднородностью БЛ комплексная огибающая будет четной функцией, $\Delta u(t_0 - t) = \Delta u(t_0 + t)$, если:

а) движение осуществляется по нормали к БЛ;

б) БЛ пересекается под углами, отличными от $\pi/2$ и $z_0 = z_r$, $R_1 = R_2 = R/2$.

При любой другой геометрии задачи должно происходить нарушение симметрии дифракционной картины. Отмеченная особенность возмущенного поля подтверждается результатами численного моделирования [3–6, 9]. Для краткости последующих рассуждений удобно принять в качестве начального момента времени $t_0 = 0$ и считать $t < 0$ ($t > 0$) при приближении (удалении) неоднородности к (от) БЛ. Не нарушая общности, рассмотрим особенности теневой системы наблюдения для случая, изображенного на рисунке. Ясно, что для углов γ и $\pi - \gamma$ зависимости $\Delta u(t)$ (8), при прочих равных условиях, являются зеркальными отражениями относительно момента $t_0 = 0$:

$$\Delta u(\gamma, t \le 0) = \Delta u(\pi - \gamma, t \ge 0),$$
$$\Delta u(\gamma, t \ge 0) = \Delta u(\pi - \gamma, t \le 0).$$

3. МАЛОУГЛОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Опишем картину теневого рассеянного поля для случая, когда оно сосредоточено в узкой угловой окрестности направления "источник–неоднородность" (малоугловое приближение). Будем считать, что неоднородность представляет собой вы-

тянутое в горизонтальной плоскости тело с характерным горизонтальным размером $2l$, существенно превышающим длину звуковой волны λ, $\lambda \ll 2l$. Это означает малость углового отклонения φ (рисунок), $\varphi \sim \lambda/2l \ll 1$, что позволяет выражение (8) несколько упростить. Ограничение сверху на величину характерного вертикального размера $2d$ обусловлено изотропностью рассеяния в вертикальной плоскости и в условиях волноводного распространения сводится к неравенству [2]

$$2d \le \lambda/2\sqrt{1-(\xi_{l+N}/k)^2}, \tag{13}$$

где $k = 2\pi/\lambda$. В малоугловом приближении зависимость модуля функции рассеяния $F(\varphi)$ имеет лепестковую структуру, в которой амплитуда ближнего бокового лепестка не превосходит 0.2 части амплитуды основного лепестка, в котором сосредоточено более 90% рассеянной телом вперед энергии. Ширина главного лепестка по порядку величины равна λ/l_*, где $2l_* = 2l\sin(\gamma + \beta_1^{(1,2)})$ – видимый характерный горизонтальный размер неоднородности со стороны источника, т.е. его проекция на нормаль к направлению падения волны от источника. В случае $\mathrm{tg}\gamma \gg \mathrm{tg}\beta_1^{(1,2)}$ проекция $2l_* \approx 2l\sin\gamma$. При $\varphi \longrightarrow 0$ величина $|F(\varphi)|$ в среднем возрастает и достигает максимального значения $F_0 = 4\pi\varepsilon_0(S_*/\lambda)$, где ε_0 – константа, зависящая от волновых размеров и акустических свойств неоднородности ($0 < \varepsilon_0 \le 1$), S_* – площадь проекции тела на фронт падающей волны при $\varphi = 0$. При $\lambda \ll 2d$ величина $\varepsilon_0 = 1$ и не зависит от акустических свойств неоднородности [15].

В условиях волноводного распространения для получения качественно верной дифракционной картины можно пользоваться приближенными выражениями для амплитуды рассеяния (см., например, [16, 17]), применимость которых не предполагает их выполнения в однородном пространстве. Это положение подтверждается и результатами численного моделирования дифракции звука на жестком вытянутом в горизонтальной плоскости сфероиде для случая $\gamma = \pi/2$, проведенными при использовании приближенного [4] и точного [6] выражения для амплитуды рассеяния. Объясняется это тем, что в придонных звуковых каналах, где различные моды могут иметь заметно различающиеся коэффициенты затухания, условие изотропности рассеяния в вертикальной плоскости (13) существенно слабее аналогичного условия в однородной среде, $2d \le \lambda/2$. В реальных условиях форма неоднородности, как правило, точно неизвестна. В то же время из энергетических соображений неоднородность желательно наблюдать в главном лепестке теневого рассеянного поля, в котором собирается практически вся потенциально возможная рассеянная неоднородностью вперед энергия. Это показывает, что при анализе многих дифракционных задач форма неоднородности несущественна. Поэтому далее для наглядности рассуждений ограничимся, например, жесткой цилиндрической формой тела.

Согласно [16], функцию рассеяния кругового цилиндра можно записать в виде

$$F = F_0\sin\gamma\frac{\sin\Omega}{\Omega}, \tag{14}$$

где $F_0 = 4\pi\varepsilon_0(S_0/\lambda)$, $S_0 = 4ld$ – площадь теневого контура; $\Omega = \varepsilon_l l(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$, $\theta_{1,2}$ – углы в азимутальной плоскости между направлениями падающей (рассеянной) волны и осью вращения тела. Из рисунка получаем

$$\theta_1^{(1,2)} = \gamma \pm \beta_1^{(1,2)}, \quad \theta_2^{(1,2)} = \gamma \mp \beta_2^{(1,2)},$$
$$\varphi^{(1,2)} = \beta_1^{(1,2)} + \beta_2^{(1,2)}. \tag{15}$$

При выполнении условия

$$\mathrm{tg}\gamma \gg \mathrm{tg}\left|(\beta_1^{(1,2)} - \beta_2^{(1,2)})/2\right| \tag{16}$$

из (14) с учетом (15) получаем

$$F = F_0\sin\gamma\frac{\sin[\xi_l l\sin\gamma(\sin\beta_1^{(1,2)} + \sin\beta_2^{(1,2)})]}{\xi_l l\sin\gamma(\sin\beta_1^{(1,2)} + \sin\beta_2^{(1,2)})},$$

откуда при малых углах $\beta_{1,2}^{(1,2)}$ находим

$$F(t) = F_0\sin\gamma\frac{\sin\Phi(t)}{\Phi(t)}, \tag{17}$$

где

$$\Phi(t) = \frac{\xi_l lRvt\sin^2\gamma}{(R_1 + vt\cos\gamma)(R_2 - vt\cos\gamma)}.$$

Отметим, что в случае пересечения неоднородностью БЛ по середине дистанции, $R_1 = R_2$, амплитуда рассеяния оказывается четной функцией.

В малоугловом приближении расстояние $r_{s,r}$ в множителе $(r_s r_r)^{-1/2}$ (9) и в выражении модуля (11) и фазы (12) $W_{1,2}$ можно положить равным $r_{s,r} \approx R_{1,2} \pm vt\cos\gamma$. Величину r в аргументе косинуса (9) можно заменить приближенным выражением

$$r \approx R + \frac{R(vt\sin\gamma)^2}{2(R_1 + vt\cos\gamma)(R_2 - vt\cos\gamma)}. \tag{18}$$

Интересуясь областью главного лепестка, рассмотрим подробнее случай малых значений $x = vt\cos\gamma$. Это позволяет линеаризовать модуль и фазу функции $W_{1,2}$ относительно значения $W_{1,2}^{(0)}$, отвечающего движению неоднородности под углом $\gamma = \pi/2$ к БЛ. Разложим $a_{1,2}(x)$ (6) в ряд Тейло-

ра в окрестности расстояний $R_{1,2}$, ограничиваясь только первым приближением

$$a_{1,2} \approx a_{1,2}(R_{1,2}) + a'_{1,2}(R_{1,2})vt\cos\gamma = a^{(0)}_{1,2} + a^{(1)}_{1,2}vt\cos\gamma$$

и запишем аналогичные выражения для $b_{1,2}$, $c_{1,2}$ и $d_{1,2}$ (6). В результате получим

$$|W_{1,2}| = |W^{(0)}_{1,2}| \pm \frac{2W^{(1)}_{1,2}}{|W^{(0)}_{1,2}|}vt\cos\gamma,$$
$$\arg W_{1,2} = \arg W^{(0)}_{1,2} \pm \frac{w_{1,2}H^{(0)}_{1,2}}{1+(H^{(0)}_{1,2})^2}vt\cos\gamma, \tag{19}$$

где

$$W^{(1)}_{1,2} = [(a^{(0)}_{1,2}+b^{(0)}_{1,2})(c^{(1)}_{1,2}+d^{(1)}_{1,2}) + (a^{(1)}_{1,2}+b^{(1)}_{1,2})(c^{(0)}_{1,2}+d^{(0)}_{1,2})]\cos^2(2N\phi_{1,2}),$$

$$w_{1,2} = \frac{2[(a^{(0)}_{1,2}+b^{(0)}_{1,2})(c^{(1)}_{1,2}+d^{(1)}_{1,2}) - (a^{(1)}_{1,2}+b^{(1)}_{1,2})(c^{(0)}_{1,2}+d^{(0)}_{1,2})]}{[(c^{(0)}_{1,2}+d^{(0)}_{1,2}) - (a^{(0)}_{1,2}+b^{(0)}_{1,2})][(c^{(0)}_{1,2}+d^{(0)}_{1,2}) + (a^{(0)}_{1,2}+b^{(0)}_{1,2})]}.$$

Величины $|W^{(0)}_{1,2}|$ и $\arg W^{(0)}_{1,2} = \mathrm{arctg}\, H^{(0)}_{1,2}$ в (19) определяются формулами (11) и (12), в которых должны быть произведены замены $a_i \longrightarrow a^{(0)}_{1,2}$, $b_i \longrightarrow b^{(0)}_{1,2}$, $c_i \longrightarrow c^{(0)}_{1,2}$ и $d_i \longrightarrow d^{(0)}_{1,2}$. В соотношении (19) знак плюс относится к нижнему индексу 1, а знак минус – к нижнему индексу 2. Рассмотрим характеристики возмущения (8).

а. *Длительность*. Длительность T определим как длительность главного максимума огибающей $|u_s|$ (9) на уровне нулевого значения, в котором сосредоточена основная доля энергии. Введем обозначение $\Delta R = R_2 - R_1$. Пусть

$$(\Delta R/R)^2 \ll 1,$$
$$\sin^2\gamma \gg (\lambda/2l)[1 + (|\Delta R|/R)]\cos\gamma, \tag{20}$$

т.е. неоднородность пересекает БЛ в окрестности середины трассы под не слишком пологими углами. При этих условиях длительность, определяемая шириной основного лепестка функции рассеяния (17), равна

$$T = \frac{1}{lv}\left(\frac{L}{\sin\gamma}\right)^2, \tag{21}$$

где $L = (R_1R_2\lambda/R)^{1/2}$ – радиус первой зоны Френеля на момент пересечения БЛ. При этом горизонтальные $x^{(1,2)}$ и вертикальные $y^{(1,2)}$ смещения неоднородности относительно точки пересечения БЛ, отвечающие полуширине всплеска, оцениваются как

$$x^{(1,2)}_* = y^{(1,2)}_*\cos\gamma, \quad y^{(1,2)}_* = \frac{L^2}{2l\sin\gamma}(1 \mp \nu),$$

где $\nu = (\lambda/2l)(\Delta R/R)(\cos\gamma/\sin^2\gamma)$. Отметим, что условие (20) влечет за собой выполнение неравенства (16). Разумеется, эти заключения не связаны со специальным выбором модели неоднородности. К этому результату можно прийти и непосредственно, полагая, что рациональное значение углового сектора обзора определяется соотношением $\max\varphi^{(1,2)} \sim \lambda/2l_*$ (рисунок).

б. *Ширина спектра*. При выполнении (20) изменение фазы возмущения поля (8), как следует из (10), (18) и (19), определяется выражением

$$\Theta(t) = \Theta_1(t) + \Theta_2(t), \tag{22}$$

где

$$\Theta_1(t) = -\pi\left(\frac{vt\sin\gamma}{L}\right)^2,$$
$$\Theta_2(t) = \left[\frac{w_2H^{(0)}_2}{1+(H^{(0)}_2)^2} - \frac{w_1H^{(0)}_1}{1+(H^{(0)}_1)^2}\right]vt\cos\gamma. \tag{23}$$

В (22) опущена начальная фаза, точное значение которой в дальнейшем несущественно. Составляющая $\Theta_1(t)$, описывающая квадратичную зависимость фазы, обусловлена эффектом Доплера (см. ниже), а составляющая $\Theta_2(t)$, определяющая линейную зависимость фазы, связана с волноводным характером распространения. Постоянный сдвиг частоты, определяемый линейным изменением фазы, равен нулю, если источник и приемник расположены на одном горизонте, $z_0 = z_r$, и неоднородность пересекает БЛ по середине трассы, $R_1 = R_2$, или неоднородность перемещается по нормали к БЛ, $\gamma = \pi/2$. Девиация мгновенной частоты за время T есть

$$\Delta\omega = \Theta'(-T/2) - Q'(T/2) = 2\pi(v/l),$$

так что база m, определяющая сложность формы импульса, равна

$$m = \Delta\omega T = \left(\frac{L}{l\sin\gamma}\right)^2. \tag{24}$$

Согласно (24), для крупноразмерных неоднородностей, $l_* = l\sin\gamma \sim L$, значение базы невелико – величина порядка единицы. Импульс становится простым, и ширина спектра его оценивается как $\Delta f \approx 1/T = tv(\sin\gamma/L)^2$. Напротив, для малоразмер-

ных неоднородностей, $l_* \ll L$, база велика, поскольку рассеянное поле успевает заметно измениться в пределах первой зоны Френеля.

К выражению $\Theta_1(t)$ (23) можно прийти иначе, рассмотрев доплеровское смещение частоты. Действительно, при приеме неподвижным приемником звука, рассеянного движущейся неоднородностью, частота ω принимаемой волны равна [19]

$$\omega_* = \omega_0 \frac{1-(v/c)\cos\theta_1}{1-(v/c)\cos\theta_2},$$

где ω_0 – частота излучения; c – скорость звука в среде; θ_1 и θ_2 – углы между направлением скорости неоднородности и направлением распространения соответственно первичной и рассеянной волны (рисунок). При выполнении неравенств $v/c \ll 1$ и (20) для частоты Доплера получаем

$$\omega(t) = \omega_* - \omega_0 = -2\pi\left(\frac{v\sin\gamma}{L}\right)^2 t, \qquad (25)$$

что совпадает с производной фазы $\Theta_1(t)$ (23). Механизм доплеровского эффекта при движении неоднородности в горизонтальной плоскости может быть описан также простой интерференционной моделью. Согласно ей, пересечение двух плоских волн образует интерференционную картину с периодической пространственно распределенной интенсивностью результирующего поля. Ширина интерференционной полосы Λ при этом дается формулой

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\sin(\beta/2)} = \frac{L^2}{v|t|\sin\gamma},$$

где $\beta = \beta_1 + \beta_2$ – угол между направлениями распространения первичной и рассеянной волны (рисунок). Излучение, рассеянное неоднородностью, движущейся в интерференционном поле, модулировано по интенсивности. Частота модуляции равна обратной величине времени пересечения неоднородностью одной интерференционной полосы

$$\omega(t) = 2\pi(v\cos\chi/\Lambda),$$

где $v\cos\chi$ – проекция вектора скорости на направление разности волновых векторов рассеянной и падающей волны ($\chi = (\pi/2) - \gamma$ при приближении неоднородности к БЛ и $\chi = (\pi/2) + \gamma$ при удалении ее от БЛ). Полученное выражение совпадает с (25) для доплеровского сдвига частоты.

4. СРЕДНЕЕ ВОЗМУЩЕННОЕ ПОЛЕ

Рассмотрим усредненную картину возмущения поля Δu (8)

$$\overline{\Delta u} = \frac{\overline{u_0 u_s^* + u_0^* u_s}}{2\sqrt{\overline{|u_0|^2}}} = \sqrt{\overline{|u_0|^2}}\,\overline{\cos(\Theta_s - \Theta_0)}, \qquad (26)$$

представляющую интерес при использовании протяженных вертикальных антенн. Здесь черта сверху означает усреднение по положениям источника, неоднородности и приемника в пределах глубины волновода. При этом оказывается возможным описание многомодовой картины дифракционного затенения в рамках малопараметрической модели. Использование малопараметрической модели в алгоритмах согласованной фильтрации позволяет добиваться характеристик обнаружения, близких к потенциально возможным и предсказывать с заданной точностью параметры неоднородности [1, 8, 20–22].

Воспользуемся представлением прямого и дифрагировавшего полей в форме модового разложения (2)

$$u_s = \frac{iF}{8\pi\sqrt{r_s r_r}} \sum_m^M \sum_\mu^M \frac{\exp[i(\xi_m r_s + \xi_\mu r_r)]}{\sqrt{\xi_m \xi_\mu}} \psi_m(z_0) \times$$
$$\times \psi_m(z_s)\psi_\mu(z_s)\psi_\mu(z_r)\exp[-(\kappa_m r_s + \kappa_\mu r_r)],$$

$$u_0 = \frac{i}{\sqrt{8\pi}}\exp(-i\pi/4) \times$$
$$\times \sum_n^M \frac{\exp(i\xi_n R)}{\sqrt{\xi_n R}} \psi_n(z_0)\psi_n(z_r)\exp(-\kappa_n R)$$

и подставим их в (26). При усреднении учтем ортонормированность собственных функций: $\int_{-H}^0 \psi_m(z)\psi_\mu(z)dz = \delta_{m\mu}$, где $\delta_{m\mu}$ – символ Кронекера. В предположении узости спектра собственных значений медленно меняющиеся параметры ξ_m, κ_m можно считать постоянными, равными $\xi_l = 2\pi/\lambda$, κ_l и вынести их из-под знака суммы. При выполнении неравенства (20) величину $r_{s,r}$ в множителе $1/\sqrt{r_{s,r}}$ и в аргументе экспоненты затухания можно заменить приближенным значением $R_{1,2}$. В результате получаем

$$\overline{\Delta u(t)} \approx \left(\frac{1}{4\pi H}\right)^2 \sqrt{M}\exp(i\pi/4) \times$$
$$\times \frac{\lambda\exp(-\kappa_l R)}{\sqrt{R_1 R_2}} F(t)\cos\Theta_1(t), \qquad (27)$$

где фаза $\Theta_l(t)$ определяется по (23).

Введем коэффициент вариации

$$g = \sqrt{\overline{|u_s|^2}}/\sqrt{\overline{|u_0|^2}},$$

характеризующий контрастность усредненной дифракционной картины. Среднеквадратичное значение первичного поля равно

$$\sqrt{\overline{|u_0|^2}} \approx (\sqrt{M}/4\pi)\sqrt{\lambda/R}\exp(-\kappa_l R),$$

так что из сравнения (26), (27) находим

$$g \approx \frac{1}{4\pi H}\sqrt{\frac{\lambda R}{R_1 R_2}}F, \qquad (28)$$

т.е. коэффициент вариации с точностью до постоянного множителя $\sqrt{\lambda R}/4\pi\sqrt{R_1 R_2}$ воспроизводит амплитуду рассеяния неоднородности. Максимальное значение коэффициента вариации (28), достигаемое в момент времени $t = 0$ пересечения неоднородностью БЛ есть

$$g_{\max} \approx \frac{S_*}{HL}. \qquad (29)$$

Отметим, что оценку (29) можно получить, как показано в работах [2, 18] для случая $\gamma = \pi/2$, и исходя из принципа Гюйгенса–Френеля.

Отметим, что в частном случае $\gamma = \pi/2$, как можно видеть из (21), (22), (24) и (29), мы приходим к выражениям для характеристик дифрагированного сигнала, предложенных ранее в работах [1, 2, 18].

5. ПРИМЕНИМОСТЬ МОДЕЛИ СИГНАЛА

Приведенные оценки были основаны на изотропности рассеяния в вертикальной плоскости (15) и "достаточной узости" спектра собственных значений. Уточним второе условие. Если применительно к геометрии рассматриваемой задачи повторить рассуждения, которые были использованы в [2] для случая $\gamma = \pi/2$, то мы приходим к аналогичным выражениям

$$\Delta\xi/\xi_l < 1, \quad \Delta\xi/\xi_l < 1/m,$$

где $\Delta\xi = \xi_1 - \xi_M$ – ширина спектра постоянных распространения, база m определяется выражением (24).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная упрощенная модель позволяет, не прибегая к численным трудоемким вычислениям, просто и непосредственно описать дифракцию звука на локализованных неоднородностях в океанических волноводах и наглядным образом оценить влияние условий наблюдения на изменения возмущенного поля. В частности, совершенно прозрачной становится связь характеристик возмущенного поля с параметрами геометрии задачи и океанической среды. Показано, что при углах пересечения БЛ, отличных от $\pi/2$, специфика волноводного распространения по сравнению со свободным пространством проявляется в искажении формы и сдвига частоты, если источник и приемник расположены на разных горизонтах. В рамках усредненного описания многомодовой картины дифракционного затенения предложена малопараметрическая модель дифракции. Она дает возможность для повышения эффективности накопления сигнальных откликов от элементов вертикальной антенны использовать методы согласованной фильтрации.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-17671).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горский С.М., Зверев В.А., Матвеев А.Л., Митюгов В.В.* Некогерентное накопление сигналов акустической дифракции // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 223–231.
2. *Кузькин В.М.* Характеристики акустического дифрагированного сигнала в океаническом волноводе // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 514–520.
3. *Елисеевнин В.А., Тужилкин Ю.И.* Дифракция звукового поля на плоском прямоугольном вертикальном экране в волноводе // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 249–253.
4. *Григорьев В.А., Кузькин В.М.* Дифракция акустических волн на жестком вытянутом сфероиде в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 3. С. 410–414.
5. *Sarkssian A.* Extraction of a target scattering response from measurements mode over lang ranges in shallow water // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 102. № 2. Pt. 1. P. 825–832.
6. *Grigoriev V.A., Katsnelson B.G., Kuz'kin V.M., Petnikov V.G.* Sound wave diffraction in wave guides // Physics of Vibrations. 1999. V. 7. № 3. P. 185–190.
7. *Зверев В.А., Матвеев А.Л., Митюгов В.В.* Согласованная фильтрация откликов акустической дифракции при некогерентном накоплении на вертикальной антенне // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 591–595.
8. *Кузькин В.М.* О корреляционном приеме акустического дифракционного поля в акустическом волноводе // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 4. С. 515–519.
9. *Katsnelson B.G., Grigor'ev V.A., Kus'kin V.M., Petnikiov V.G.* Scattering of acoustic waves by a prolate body in plane-stratified waveguide 140th Meeting acoustical society of America // Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 108. № 5. Pt. 2. P. 2486.
10. *Кулаков В.Н., Мальцев Н.Е., Чупров С.Д.* О возбуждении групп мод в слоистом океане // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 1. С. 74–79.
11. *Вировлянский А.Л.* Управление полем небольшой группы мод в плоскослоистом многомодовом волноводе / Препринт № 120. Горький: ИПФ АН СССР, 1985. 19 с.
12. *Uzunoglu N.K., Fikioris J.G.* Scattering from an inhomogeneity inside a dielectric-clad wave guide // J. Acoust. Soc. Amer. 1982. V. 72. № 5. P. 628–637.
13. *Кузькин В.М.* Об излучении и рассеянии звуковых волн в океанических волноводах // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 483–489.

14. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М., Петников В.Г.* Дифракция волн на регулярных рассеивателях в многомодовых волноводах // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 3. С. 339–343.

15. *Захарьев Л.Н., Леманский А.А.* Рассеяние волн "черными" телами. М.: Сов. радио, 1972. 342 с.

16. *Бойко А.И.* Рассеяние плоских волн тонким телом вращения // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 3. С. 321–325.

17. *Конюхова Н.Б., Пак Т.В.* Дифракция плоской звуковой волны на жестком вытянутом сфероиде. М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1985. 61 с.

18. *Зверев В.А.* Антенна темного поля // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 3. С. 401–404.

19. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. М.: Советская энциклопедия, 1979. 400 с.

20. *Candy J.V., Sullivan E.J.* Model-based & matched-field processing: a comparison / 4-th European Conference on Underwater Acoustics. Rome, Italy. 1998. V. 1. P. 3–8.

21. *De Kooter P.M.* Variations of autocorrelation matching and the sift localization algorithm / Master's thesis. Naval postgraduate school. Monterey, CA. 1997.

22. *Smith K.B., Brune J., Chiu C.S.* Passive transient localization using signal autocorrelation matching / 4-th European Confrence on Underwater Acoustics. Rome, Italy, 1998. V. 1. P. 9–14.

Sound Diffraction by an Inhomogeneity in an Oceanic Waveguide

V. M. Kuz'kin

Abstract—Sound diffraction by a moving inhomogeneity in a shallow sea is considered as applied to a shadow observation system. An expression for the perturbation formed by a group of in-phase excited normal modes is obtained in the WKB approximation. The perturbation characteristics are estimated depending on the shadow contour of the inhomogeneity and the observation conditions. A small-parameter model of diffraction is proposed in the framework of the averaged description of a multimode pattern of the diffraction shading. Conditions for the model applicability are formulated.