

УДК 532.529.534.2

ОБ ЭВОЛЮЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КАНАЛАХ, ИМЕЮЩИХ УЧАСТКИ С ПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ И ОКРУЖЕННЫХ НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДОЙ

© 2002 г. З. А. Булатова, Г. А. Гумерова*, В. Ш. Шагапов

Стерлитамакский государственный педагогический институт
453103 Стерлитамак, просп. Ленина 37

E-mail: b_za@mail.ru

*Институт проблем транспорта энергоресурсов АН РБ
450055 Уфа, просп. Октября 144/3

Поступила в редакцию 14.07.2000 г.

Представлены результаты исследования эволюции акустических волн в цилиндрических каналах, имеющие проницаемые участки, окруженные пористым пространством. Установлены количественные и качественные особенности динамики волн в зависимости от состояния неоднородной пористой среды, в частности, рассмотрены случаи, когда вокруг канала имеются радиальные трещины или же корка с низкой проницаемостью.

Для улучшения проницаемости призабойной зоны нефтяных и газовых пластов используются различные физико-химические, а также гидродинамические и волновые способы обработки. Представляется, что одним из эффективных способов оперативного контроля состояния призабойной зоны скважин до и после обработки являются акустические методы, основанные на особенностях отражения и прохождения сигналов на границах участков каналов (скважин) с различной проницаемостью стенок.

Некоторые аспекты волновой динамики в каналах с проницаемыми стенками, заполненных жидкостью, рассмотрены в [1]. Основные закономерности распространения и затухания акустических волн в каналах, окруженных пористым и проницаемым пространством, проведены в работах [2, 3]. Теоретические основы акустики в насыщенных пористых средах изложены в [4, 5]. В работах [6–8] теоретически и экспериментально исследовано распространение нелинейных волн в насыщенных пористых средах. Получены эволюционные уравнения, описывающие и объясняющие некоторые экспериментальные данные. В [9–12] представлены математические модели акустики трещиновато-пористых сред (сред с двойной пористостью) насыщенных жидкостью. Некоторые особенности динамики линейных волн, возбуждаемых с помощью электромагнитного излучения, в водонасыщенных пористых средах изучены в [13].

Здесь обсуждается дистанционный способ акустического контроля состояния призабойной зоны скважины. Согласно этому способу предполагается, что исходный сигнал создается на некото-

ром расстоянии от обследуемого участка и передается по волноводу, которым может служить обсаженная стенка скважины. При этом отраженное от проницаемого участка скважины эхо сигнала будет нести определенную информацию о проницаемости этого участка.

Рассмотрим эволюцию волн давления малой амплитуды в цилиндрическом канале на участке с проницаемой стенкой (рис. 1) при следующих допущениях: канал и несжимаемый скелет окружающего его пористого пространства заполнены одним и тем же сжимаемым флюидом (жидкостью или газом). Тогда в линейном приближении

$$p = C^2 \rho.$$

Здесь ρ и p – возмущения плотности и давления, C – скорость звука. Кроме того, будем полагать, что длина волны λ в канале значительно больше длины проницаемого участка L ($\lambda \gg L$). В силу этого допущения проницаемый участок можно принять за “отражающую поверхность” с координатой $z = 0$. Для получения условий на этой “отражающей поверхности”, запишем уравнение сохранения массы на проницаемом участке в линеаризованном приближении

$$\frac{1}{C^2} \frac{dp}{dt} = \rho_0 \frac{w_- - w_+}{L} - \rho_0 \frac{2u}{a}, \quad (1)$$

где w_- и w_+ – осевая скорость среды соответственно в верхней и нижней границах проницаемого участка цилиндрического канала (скорость возмущения жидкости в канале на “отражающей поверхности” ($z = 0$) терпит разрыв, из-за фильтрации жидкости через стенки канала), u – скорость

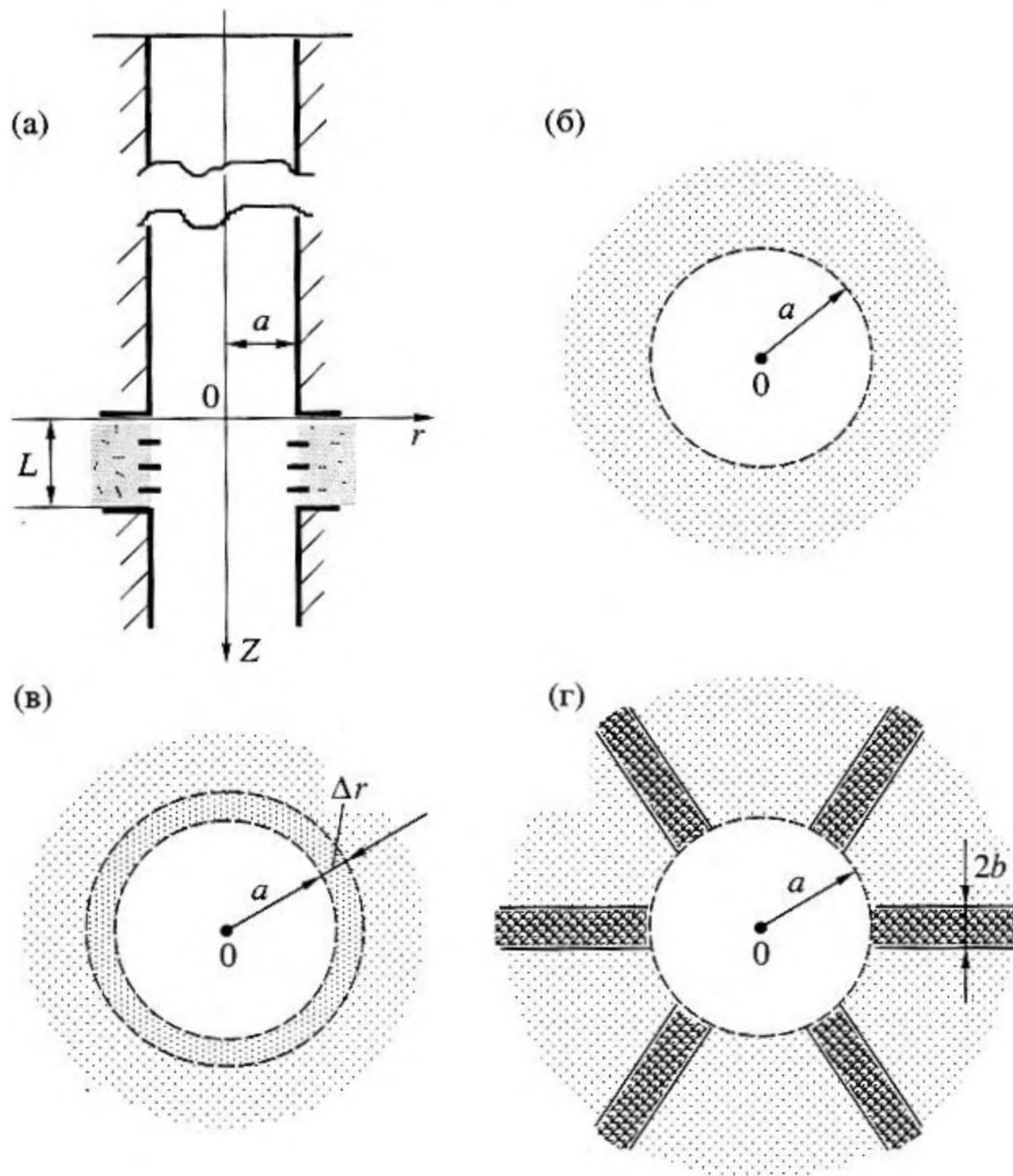


Рис. 1. Схема канала с проницаемым участком (а). Различные возможные структуры окружающей канал пористой среды: б – однородная; в – с “коркой”; г – трещиноватая.

фильтрации через проницаемые стенки, a – радиус канала. Индекс (0) у параметра означает, что его значение отнесено к начальному (невозмущенному) состоянию. В случае, когда проницаемый участок снизу граничит с герметичной стенкой (проницаемый участок находится вблизи дна скважины, например), в (1) следует принять $w_+ = 0$.

Замена проницаемого участка “отражающей поверхностью” предполагает его однородность. Поле давления в проницаемом участке канала не учитывает зависимость от осевой координаты (например, из-за концевых эффектов в проницаемом участке канала). Поэтому для определения давления в пористой среде вокруг скважины примем уравнение фильтрации [14] в радиально-одномерном приближении. Для того чтобы влияние отмеченных двумерных эффектов было незначительным, этой принятой схемой учета фильтрационных процессов можно пользоваться для достаточно коротких волновых возмущений, характерная глубина проникания Δr_* которых, в окружающее пористое пространство значительно меньше длины проницаемого участка ($\Delta r_* \ll L$).

В качестве оценки для глубины проникания фильтрационных волн можно принять оценку

$$\Delta r_* = \sqrt{\chi^{(1)} t_*}, \quad \left(\chi^{(1)} = \frac{C^2 \rho_0 k_c^{(1)}}{m^{(1)} \mu} \right),$$

где μ и C – динамическая вязкость и скорость звука жидкости; $k_c^{(1)}$, $m^{(1)}$ и $\chi^{(1)}$ – проницаемость, пористость и коэффициент диффузии флюида в окружающее канал пространство. В этом случае для временной длительности импульса t_* получим следующее условие $t_* \ll L^2/\chi^{(1)}$. Отметим, что данное условие охватывает достаточно широкую область значений L , t_* и $\chi^{(1)}$ с точки зрения практического интереса. В частности при $\chi^{(1)} = 1 \text{ м}^2/\text{с}$ ($k^{(1)} = 10^{-12} \text{ м}^2$, $m^{(1)} = 0.1$, $C = 1500 \text{ м/с}$, $\mu = 10^{-3} \text{ кг/м с}$, $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$) даже для таких коротких проницаемых участков как $L = 1 \text{ м}$ получим условие $t_* \ll 1 \text{ с}$.

Следовательно, для определения интенсивности процесса протекания жидкости в окружающее

пористое пространство при прохождении волны через участок канала с проницаемыми стенками здесь используется уравнение фильтрации в радиально-одномерном приближении

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} = \chi^{(1)} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^{(1)}}{\partial r} \right), \quad u^{(1)} = -\frac{k_c^{(1)} \partial p^{(1)}}{\mu \partial r}. \quad (2)$$

$(r > a)$

Здесь $p^{(1)}$, $u^{(1)}$ – возмущение давления и скорость фильтрации в пористом пространстве вокруг канала. Для общности будем полагать, что внутренняя поверхность проницаемого участка канала покрыта тонкой ($\Delta r \ll a$) коркой с низкой проницаемостью (рис. 1в). Тогда граничные условия на стенке канала ($r = a$) для уравнений (2) могут быть записаны в виде

$$u^{(1)} = u, \quad u = h(p - p^{(1)}), \quad (h = k_c^*/\mu \Delta r). \quad (3)$$

Здесь h , k_c^* и Δr – гидравлическое сопротивление, характерная проницаемость и толщина корки.

Когда канал окружен пористым пространством бесконечной толщины (фильтрационные процессы при распространении возмущений происходят в слоях, толщина которых значительно меньше толщины пористого пространства вокруг канала) систему условий (3) необходимо дополнить граничным условием

$$p^{(1)} = 0, \quad r \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Если пренебречь гидравлическим сопротивлением корки ($h \rightarrow 0$), вместо условий (3) можно записать

$$u^{(1)} = u, \quad p^{(1)} = p, \quad (r = a). \quad (5)$$

Вне проницаемого участка канала ($z < 0$ и $z > 0$) полагаем, что возмущение давления и скорость удовлетворяют уравнениям неразрывности и сохранения импульса

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{2\tau}{a}. \quad (6)$$

Здесь τ – касательное вязкостное напряжение на внутренней поверхности стенки канала, которое может быть определено [2] из соотношения

$$\tau = \frac{\mu}{(\pi v)^{1/2}} \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial t'}{(t-t')^{1/2}} dt', \quad \left(v = \frac{\mu}{\rho_0} \right).$$

Использование этого выражения справедливо, когда вязкость проявляется при распространении волновых возмущений лишь в тонком пограничном слое вблизи твердой стенки цилиндрического канала. Для этого в свою очередь необходимо, чтобы длительность импульса давления t_* удовлетворяла условию $\sqrt{t_*} v \ll a$.

Пусть исходное возмущение представляет собой волну, падающую на “отражающую поверхность” сверху ($z < 0$). Тогда в процессе взаимодействия этой волны с “отражающей поверхностью” движение в верхней зоне ($z < 0$) определяется наложением двух волн (падающей и отраженной), а в нижней зоне ($z > 0$) – одной волной (прошедшей). На “отражающей поверхности” справедливы соотношения, вытекающие из условия непрерывности давления и неразрывности среды на границе

$$p^{(O)} + p^{(R)} = p^{(G)} = p, \quad (7)$$

$$w_- = w^{(O)} + w^{(R)}, \quad w_+ = w^{(G)}, \quad (z = 0).$$

Здесь верхние индексы (O), (R) и (G) – определяют значения возмущений параметров в падающей, отраженной и прошедшей волнах. Для случая непроницаемой правой стенки ($w_+ = 0$) в (7) $p^{(G)}$ выражает возмущения давления на этой стенке.

Рассмотрим отражение и прохождение гармонических волн. Решение задачи ищем в виде бегущей гармонической волны (полагая, что волна распространяющаяся вдоль оси канала). Тогда для волн в канале ($z < 0$, $z > 0$) можно записать

$$p^{(O)} = A_p^{(O)} \exp[i(Kz - \omega t)],$$

$$w^{(O)} = A_w^{(O)} \exp[i(Kz - \omega t)],$$

$$p^{(R)} = A_p^{(R)} \exp[i(-Kz - \omega t)],$$

$$w^{(R)} = A_w^{(R)} \exp[i(-Kz - \omega t)], \quad (z < 0) \quad (8)$$

$$p^{(G)} = A_p^{(G)} \exp[i(Kz - \omega t)],$$

$$w^{(G)} = A_w^{(G)} \exp[i(Kz - \omega t)], \quad (z > 0).$$

В зоне поглощения ($z = 0$) имеют место следующие соотношения:

$$p = A_p \exp(-i\omega t), \quad u = A_u \exp(-i\omega t), \quad (9)$$

$$p^{(1)} = A_p^{(1)}(r) \exp(-i\omega t), \quad u^{(1)} = A_u^{(1)}(r) \exp(-i\omega t).$$

Здесь K – волновое число; ω – круговая частота; i – мнимая единица.

Из условия существования решений вида (8) для уравнений (6) следует дисперсионное уравнение

$$K = \frac{\omega \sqrt{1 + 2y_{(v)}^{-1}}}{C}, \quad y_{(v)} = \sqrt{-i\omega a^2 / v}. \quad (10)$$

Из (6) следуют соотношения, связывающие амплитуды скоростей и давлений

$$A_w^{(O)} = A_p^{(O)} \frac{\omega}{\rho_0 C^2 K}, \quad A_w^{(R)} = -A_p^{(R)} \frac{\omega}{\rho_0 C^2 K}, \quad (11)$$

$$A_w^{(G)} = A_p^{(G)} \frac{\omega}{\rho_0 C^2 K}.$$

С учетом (9) из (2) и (3) получим

$$y^2 A_p^{(1)}(R) = \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{dA_p^{(1)}(R)}{dR} \right),$$

$$A_u^{(1)}(R) = \frac{k_c^{(1)} dA_p^{(1)}(R)}{\mu r_0 dR}, \quad (R > 1) \quad (12)$$

$$A_u = h(A_p - A_p^{(1)}), \quad A_u^{(1)} = A_u, \quad (R = 1)$$

$$\left(y = \sqrt{\frac{i\omega a^2}{\chi^{(1)}}}, \quad R = r/a \right).$$

Отметим, что параметр $|y| = a/a_\omega$ ($a_\omega = \sqrt{\chi^{(1)}/\omega}$) определяется отношением радиуса канала a к глубине проникания a_ω в пористое пространство фильтрационных волн с частотой ω [15].

Общее решение уравнения (12) имеет вид

$$A_p^{(1)}(R) = AI_0(yR) + BK_0(yR), \quad (13)$$

$$K_0(yR) = \int_0^\infty \exp(-yR \operatorname{ch}(\xi)) d\xi, \quad I_0(yR) = J_0(iyR).$$

Здесь $K_0(yR)$, $J_0(yR)$ – функции Макдональда и Бесселя нулевого порядка; A и B произвольные постоянные.

Для того, чтобы решение (13) удовлетворяло граничному условию (4) необходимо положить $A = 0$. Тогда, на основе условий (3) можно получить

$$B = \frac{A_p}{K_0(y) - \gamma y K_0'(y)}, \quad \left(\gamma = \frac{k_c^*}{\mu a h} \right). \quad (14)$$

Из (1) и (7) для коэффициентов отражения ($N = A_p^{(R)}/A_p^{(O)}$) и прохождения ($M = A_p^{(G)}/A_p^{(O)}$) с учетом выражений (13) и (14) имеем

$$N = \left(\frac{2C}{i\omega L - D} - 1 \right)^{-1}, \quad M = N + 1,$$

$$D = -2 \frac{m^{(1)} \omega_\chi^{(1)} Ly (\ln K_0(y))'}{1 - \gamma y (\ln K_0(y))'}, \quad (15)$$

$$\left(\omega_\chi^{(1)} = \chi^{(1)}/a^2, \quad K_0'(x) = \frac{dK_0(x)}{dx} \right).$$

Здесь комплексный параметр D отвечает за фильтрационные процессы в зоне поглощения.

В случае, когда проницаемый участок находится вблизи дна ($w_+ = 0$) для коэффициента отражения можно записать

$$N = \left(\frac{2C}{C + i\omega L - D} - 1 \right)^{-1}. \quad (16)$$

Пусть “корка” с низкой проницаемостью отсутствует ($\gamma = 0$). Тогда в области высоких частот, для которых выполняется условие $|y| \gg 1$ ($\omega \gg \omega_\chi^{(1)}$) на основе выражения (15) для D имеем

$$D = 2m^{(1)} \omega_\chi^{(1)} Ly.$$

Отметим, что при $\omega \rightarrow \infty$, из соотношений (15), а также (16) следует $N \rightarrow -1$. Следовательно “отражающая поверхность” для падающих на нее высокочастотных возмущений действует как свободная граница. Однако, при этом необходимо иметь в виду, что эти решения применимы при условии, когда длина волны значительно выше, чем протяженность проницаемого участка канала ($\lambda \gg L$). Принимая оценку $\lambda = 2\pi C/\omega$ для связи длины волны с частотой, получим условие $\omega \ll \omega_*$ ($\omega_* = 2\pi C/L$), определяющее границу применимости данной теории. Для каналов, заполненных водой и метаном при $L = 10$ м соответственно имеем $\omega_* = 10^3$ с⁻¹ и 10^2 с⁻¹. При этом величина характерной частоты, при которой глубина проникания фильтрационных волн будет порядка радиуса канала при $a = 5 \times 10^{-2}$ м, $k_c^{(1)} = 10^{-12}$ м², $m^{(1)} = 0.2$ для каналов заполненных водой и метаном $\omega_\chi^{(1)} = 3 \times 10^3$ с⁻¹ и 10 с⁻¹ соответственно.

В области низких частот, когда $|y| \ll 1$ ($\omega \ll \omega_\chi$), имеем следующую асимптотическую формулу

$$D = -2m^{(1)} L \omega_\chi / (\ln y).$$

На рис. 2 сплошными линиями представлены, рассчитанные по выражениям (15), зависимости модулей $|N|$, $|M|$ и аргументов $\arg(N)$, $\arg(M)$ для коэффициентов отражения и прохождения волн от их частоты, а также их годографов в каналах ($a = 5 \times 10^{-2}$ м, $L = 2$ м, $m^{(1)} = 0.2$) заполненных водой ($\nu = 10^{-6}$ м²/с, $C = 1.53 \times 10^3$ м/с). Отметим, что и во всех последующих примерах в качестве флюида взята вода. Нумерации линий 1, 2 и 3 соответствуют следующим значениям $k_c^{(1)} = 10^{-10}$, 10^{-12} и 10^{-14} м² коэффициента проницаемости пористого пространства вокруг канала. Из представленных графиков видно, что действительная часть коэффициента отражения на всем частотном диапазоне – величина отрицательная ($\arg(N) > \pi/2$) (наличие проницаемого участка для волн падающих

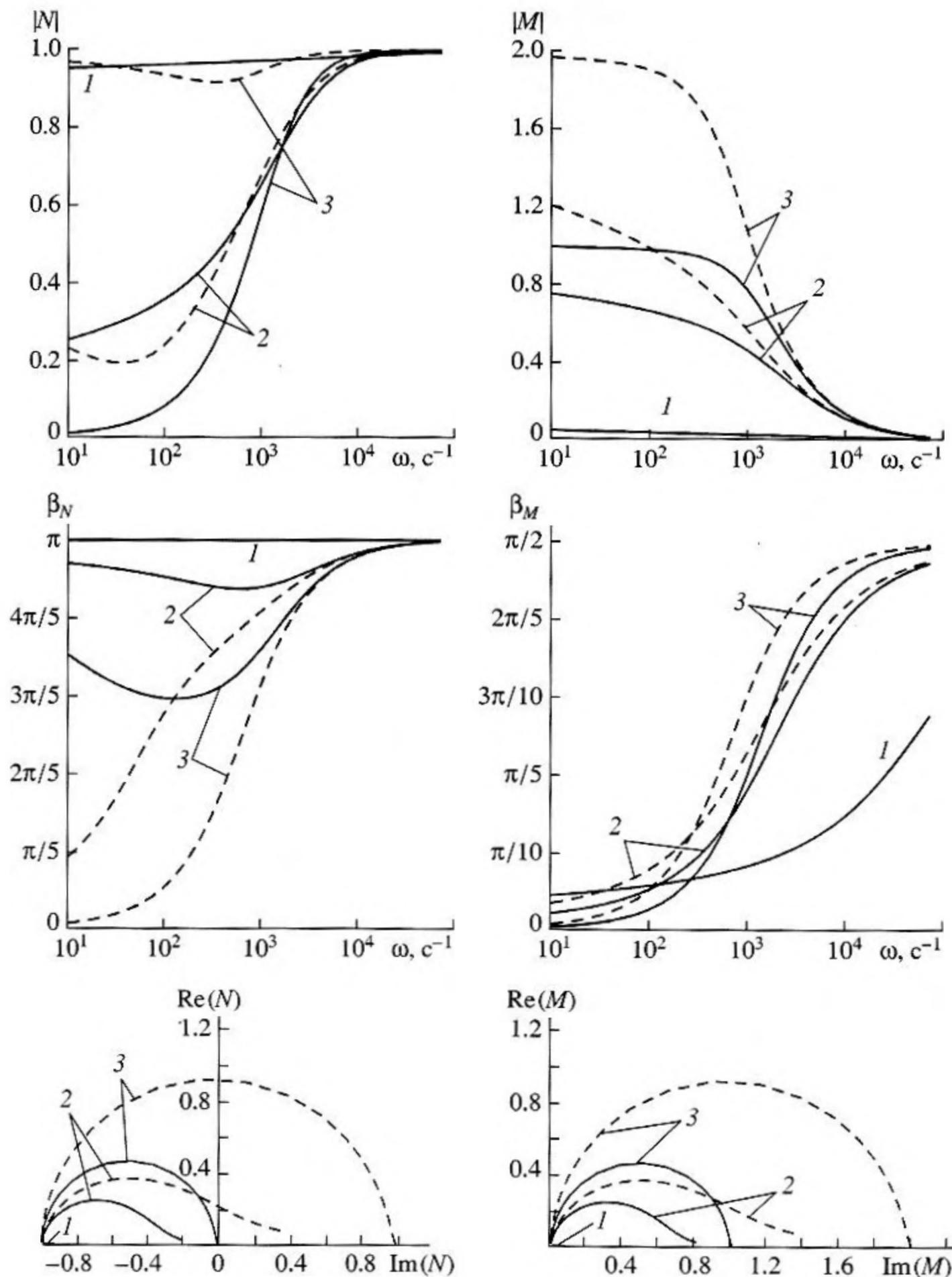


Рис. 2. Дисперсия коэффициентов отражения и прохождения в зависимости от проницаемости однородного пористого пространства вокруг скважины.

слева ($z < 0$) делает правую область ($z > 0$) акустически более мягкой). Причем, с увеличением коэффициента проницаемости окружающей пористой среды растет также модуль коэффициента отражения, но при этом уменьшается модуль коэффициента прохождения. В частотном диапазоне, представленном на рис. 2, для пористой среды с высокой проницаемостью ($k_c^{(1)} \geq 10^{-10} \text{ м}^2$) дина-

мика отражения волн от проницаемого участка канала ($z = 0$), происходит аналогично отражению волн от свободной поверхности ($N \rightarrow -1$) и соответственно коэффициент прохождения при этом стремится к нулю ($M \rightarrow 0$). Штриховыми линиями на рис. 2 представлены коэффициенты отражения и прохождения, рассчитанные по (16) для случая, когда проницаемый участок находится вблизи донного участка ($w_+ = 0$).

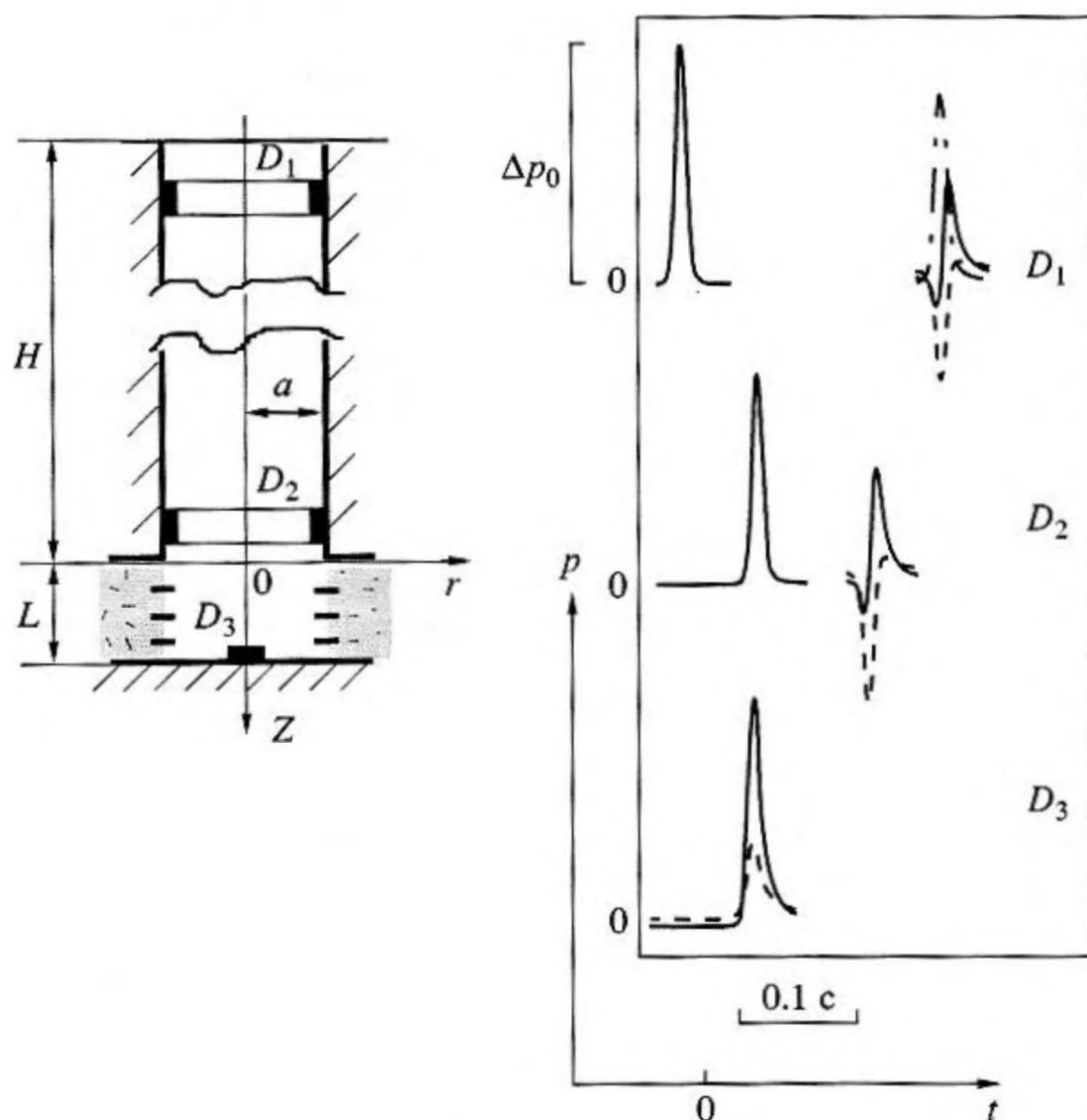


Рис. 3. Динамика отражения импульса давления от донного участка канала, окруженного однородной и трещиноватой пористой средой.

Проводились численные расчеты и для тонкой корки ($\Delta r = 0.5 \times 10^{-2}$ м, $k_c^* = 10^{-14}$ м²). Результаты показывают, что изменение проницаемости основного пористого пространства вокруг канала даже в десятки раз при наличии незначительной корки с низкой проницаемостью слабо сказывается на значениях коэффициента отражения. Для случая, когда присутствие корки полностью экранирует основное пористое пространство вокруг канала, можно получить

$$D = \frac{2LC^2 \rho_0 h}{a}$$

Рассмотрим далее динамику импульсов. На основе полученных выражений (15), (16) для коэффициентов отражения и прохождения, а также дисперсионного соотношения (10) определим эволюцию волн конечной длительности при прохождении через проницаемый участок цилиндрического канала. Пусть в левой области от отражающей поверхности ($z < 0$) через границу $z = -H$ запускается сигнал конечной длительности $p = \tilde{p}^{(0)}(t)$. Тогда, используя преобразование Фу-

рье, для дошедшего до отражающей поверхности ($z = 0$) импульса имеем

$$p^{(0)}(0, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \tilde{p}^{(0)}(t') \exp(iK(\omega)H) \times \exp[i\omega(t-t')] d\omega dt'$$

Аналогичные соотношения можно записать для отраженного от границы и прошедшего через границу $z = 0$ импульсов

$$p^{(R)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty p^{(0)}(0, t') N(\omega) \exp[i\omega(t-t')] d\omega dt'$$

$$p^{(G)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty p^{(0)}(0, t') M(\omega) \exp[i\omega(t-t')] d\omega dt'$$

В качестве исходного волнового сигнала примем импульс давления колоколообразной формы с амплитудой Δp_0

$$\tilde{p}^{(0)}(t) = \Delta p_0 \exp\left(-\left(\frac{t-t_0}{t_*/2}\right)^2\right)$$

Здесь t_* определяет характерную временную протяженность импульса.

На рис. 3 приведены расчетные осциллограммы, иллюстрирующие эволюцию волнового сигнала, запущенного с некоторого расстояния от проницаемого участка. При этом проницаемый участок находится вблизи дна скважины. Осциллограммы 1, 2 и 3 соответствуют показаниям датчиков D_1 , D_2 и D_3 , расположенных на расстоянии H от "отражающей поверхности", вблизи "отражающей поверхности" и на дне. Исходный сигнал представляет собой импульс давления колоколообразной формы единичной амплитуды. Временная протяженность исходного импульса равна $t_* = 0.04$ с. По-прежнему считаем, что цилиндрический канал ($a = 5 \times 10^{-2}$ м) окружает однородная пористая среда ($m^{(1)} = 0.2$, $k^{(1)} = 10^{-13}$ м²), длина проницаемого участка равна $L = 5$ м. Первый всплеск в осциллограмме датчика D_1 выражает исходный сигнал, запущенный с расстояния $H = 1000$ м от проницаемого участка. Этот импульс достигает проницаемого участка несколько ослабленным из-за проявления вязкости жидкости в процессе его распространения в канале (первый всплеск в осциллограмме датчика D_2). Второй всплеск на этой же осциллограмме соответствует отраженному сигналу от проницаемого участка ("отражающей поверхности"). Далее сигнал возвращается к датчику D_1 (второй всплеск в осциллограмме датчика D_1). Штрих-пунктирная линия на этой осциллограмме соответствует отраженному сигналу в случае, когда в придонном участке скважины проницаемость вообще отсутствует ($u = 0$). Из представленных расчетных осциллограмм видно (из сравнения кривых в осциллограмме D_1 , например), что отраженный сигнал от проницаемого участка канала, расположенного у забоя скважины, несет с собой определенную информацию о проницаемости пористого пространства вблизи дна скважины.

Рассмотрим эволюцию волн на границе проницаемого участка в канале, окруженном неоднородной пористой средой. Пусть в пористом пространстве вокруг цилиндрического канала (рис. 1г) имеются n радиальных трещин (щелевидных каналов с плоскопараллельными стенками), заполненных более проницаемой пористой средой, чем основная пористая и проницаемая среда. Такая ситуация возникает, например, при гидроразрыве призабойной зоны пластов и последующем заполнении образовавшихся трещин пропантом. Будем полагать, что полуширина трещин b значительно меньше радиуса канала a ($b \ll a$). Тогда уравнение неразрывности, обобщающее (1), с учетом фильтрации жидкости в трещины можно записать в виде

$$\frac{1}{C^2} \frac{dp}{dt} = \rho_0 \frac{w_- - w_+}{L} - \rho_0 u \frac{2(\pi a - nb)}{\pi a^2} - \rho_0 \tilde{u} \frac{2nb}{\pi a^2}. \quad (17)$$

Здесь \tilde{u} – скорость фильтрации флюида (жидкости или газа) из цилиндрического канала в трещину. Чтобы для гармонических волн в основном цилиндрическом канале определить эту скорость необходимо параллельно рассмотреть акустическую задачу в радиальных трещинах. Для учета процесса фильтрации через радиальные трещины введем дополнительную координатную ось в радиальном направлении вдоль трещины, отсчитываемую от поверхности стенки канала ($r = a$). При описании акустических волн в трещине примем, что трещина является каналом с плоскопараллельными стенками, окруженным пористой средой бесконечной толщины. Последнее допущение означает, что радиальные трещины достаточно редкие и поэтому взаимодействием фильтрационных потоков вокруг соседних трещин можно пренебречь. Кроме того, будем полагать, что трещина имеет бесконечную ширину (высота значительно меньше ширины $b \ll L$) и длина волны в трещине $\lambda^{(2)}$ больше высоты трещины ($\lambda^{(2)} > b$).

Учитывая, что проницаемость пористой среды в трещине выше проницаемости окружающего ее пространства, линеаризованная система уравнений, описывающая распространение возмущений в ней имеет вид [3]

$$m \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} = -\frac{\rho_0 v}{b} \quad (18)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} = -m^{(2)} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial x} - m^{(2)} \frac{\mu}{k_c^{(2)}} u^{(2)}, \quad |x'| < b$$

$$m^{(1)} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'}{\partial x'} = 0, \quad v' = -\frac{k_c^{(1)}}{\mu} \frac{\partial p'}{\partial x'}, \quad |x'| > b \quad (19)$$

$$v' = v, \quad p' = p^{(2)}, \quad |x'| = b. \quad (20)$$

Здесь x' – значение координаты отсчитываемой вдоль оси, перпендикулярной верхней (нижней) стенкам трещины; верхний индекс $i = 2$ в скобках относится к параметрам внутри трещины ($|x'| < b$); p' , ρ' и v' – распределения давления, плотности и скорости фильтрации в пористом пространстве вокруг трещины; $m^{(1)}$ и $k_c^{(1)}$ – соответственно пористость и проницаемость основной пористой среды вокруг проницаемого участка скважины.

Из уравнений (18)–(20) можно получить

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{1}{\chi^{(2)}} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial x'^2} - \frac{\rho_0}{b} \left(\frac{v}{k_c^{(2)}} v + \frac{1}{m^{(2)}} \frac{\partial v}{\partial t} \right), \quad |x'| < b \quad (21)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = \chi^{(i)} \frac{\partial^2 p'}{\partial x'^2}, \quad \left(\chi^{(i)} = \frac{C^2 \rho_0 k_c^{(i)}}{m^{(i)} \mu}; \quad i = 1, 2 \right), \quad |x'| > b. \quad (22)$$

Для рассматриваемой задачи из уравнения (21) и уравнения пьезопроводности (22) с учетом граничных условий (20) может быть получено волновое уравнение, описывающее динамику линейных возмущений в трещинах заполненных пористой средой и окруженных пористым пространством. Для однозначного описания рассматриваемого процесса, к уравнениям (21) и (22) добавим начальные и граничные условия

$$\begin{aligned} p' &= 0, \quad t = t_0, \quad |x'| > b; \\ p' &= p^{(2)}, \quad t > t_0, \quad |x'| = b. \end{aligned} \quad (23)$$

Решение уравнения (21) при заданных условиях (23) в соответствии с принципом Дюгамеля имеет вид [15]

$$p' = \int_{t_0}^t \frac{\partial U(x' - b, t - \tau)}{\partial t} p^{(2)}(x, \tau) d\tau. \quad (24)$$

Здесь $U(x', t)$ – решение аналогичной краевой задачи при $U(0, t) = 1$. Из (19) с учетом (24) при $|x'| = b$ следует

$$\begin{aligned} v' &= -\frac{k_c^{(1)} \partial p'}{\mu \partial x'} = \\ &= -\frac{k_c^{(1)} \partial}{\mu \partial x'} \int_{t_0}^t \frac{\partial U(x' - b, t - \tau)}{\partial t} p^{(2)}(x, \tau) d\tau \end{aligned}$$

и

$$v = -\frac{k_c^{(1)} \left(\frac{\partial p'}{\partial x'} \right)_b}{\mu} = \frac{k_c^{(1)} \partial}{\sqrt{\pi \mu} \partial t} \int_{t_0}^t \frac{p^{(2)}(x, \tau)}{\sqrt{\chi^{(1)}(t - \tau)}} d\tau, \quad (25)$$

Подставляя выражение (25) в (21), и полагая для общности $t_0 = -\infty$ получим волновое уравнение

$$\begin{aligned} \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{1}{\chi^{(2)}} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} &= \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial x^2} - \frac{k_c^{(1)}}{b\sqrt{\pi}} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{k_c^{(2)}} \int_{-\infty}^t \frac{p^{(2)}(x, \tau)}{\sqrt{\chi^{(1)}(t - \tau)}} d\tau + \frac{1}{m^{(2)} v} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^t \frac{p^{(2)}(x, \tau)}{\sqrt{\chi^{(1)}(t - \tau)}} d\tau \right), \end{aligned} \quad (26)$$

описывающее эволюцию малых возмущений в трещине. Второе слагаемое в левой части уравнения связано с силой вязкостного трения внутри трещины, второе слагаемое в правой части – с фильтрационными процессами в пористом пространстве вокруг трещины.

Из условия существования для уравнения (26) решения в виде бегущей волны

$$p^{(2)} = A_p^{(2)} \exp[i(K^{(2)}(\omega)x - \omega t)],$$

получим дисперсионное выражение

$$\begin{aligned} K^{(2)2} &= \frac{\omega^2}{C^2} \left(1 + i \frac{\omega_c^{(2)}}{\omega} \right) \left(1 + \frac{m^{(1)}}{m^{(2)} y^{(2)}} \right), \quad y^{(2)} = \sqrt{-i \frac{\omega b^2}{\chi^{(1)}}}, \\ (\omega_c^{(2)} &= C^2 / \chi^{(2)}, \quad \omega_\chi^{(2)} = \chi^{(1)} / b^2), \end{aligned}$$

где $\omega_\chi^{(2)}$ – характерная частота, при которой глубина проникания фильтрационных волн порядка полувысоты трещины.

Поскольку на входном сечении трещины ($x = 0$) амплитуды давления и скорости фильтрации должны удовлетворять условиям

$$A_p^{(2)} = A_p \quad \text{и} \quad A_u^{(2)} = \tilde{A}_u,$$

то на основании уравнения импульсов из (18) можем записать

$$\tilde{A}_u = \frac{m^{(2)} i K^{(2)}(\omega)}{\rho_0 i \omega - m^{(2)} \mu / k_c^{(2)}} A_p. \quad (27)$$

На основе уравнения неразрывности (17), учитывая (11) и (27), можно получить выражения аналогичные с (15) для коэффициентов отражения и прохождения гармонических возмущений с учетом радиальных трещин на проницаемом участке канала. При этом для параметра D имеем

$$\begin{aligned} D &= -2m^{(1)} \omega_\chi^{(1)} Ly(\ln K_0(y)) \left(1 - \frac{nb}{\pi a} \right) + \\ &+ 2Lm^{(2)} C \frac{nb}{\pi a^2} \sqrt{\frac{1 + m^{(1)} / (m^{(2)} y^{(2)})}{1 + i \omega_c^{(2)} / \omega}}. \end{aligned}$$

На рис. 4 иллюстрируется влияние наличия радиальных трещин ($b = 2 \times 10^{-3}$ м, $m^{(2)} = 0.2$, $k_c^{(2)} = 10^{-10}$ м²) на значения коэффициентов отражения для проницаемого участка скважины ($a = 5 \times 10^{-2}$ м, $L = 2$ м, $m^{(1)} = 0.2$, $k_c^{(1)} = 10^{-13}$ м²), расположенного вблизи дна. Линии 1, 2 и 3 соответствуют следующим значениям количества радиальных трещин $n = 0, 2$ и 4.

На рис. 3 пунктирными линиями представлены расчетные осциллограммы, при следующих значениях параметров системы: скважина–цилиндрический канал с радиусом $a = 5 \times 10^{-2}$ м; окружающая канал пористая среда ($k^{(1)} = 10^{-13}$ м², $m^{(1)} = 0.2$) с $n = 4$ радиальными трещинами ($b = 2 \times 10^{-3}$ м, $m^{(2)} = 0.2$, $k_c^{(2)} = 10^{-10}$ м²); длина проницаемого участка $L = 5$ м. Исходный сигнал запущен с расстояния $H = 1000$ м от проницаемого участка. Временная протяженность исходного импульса

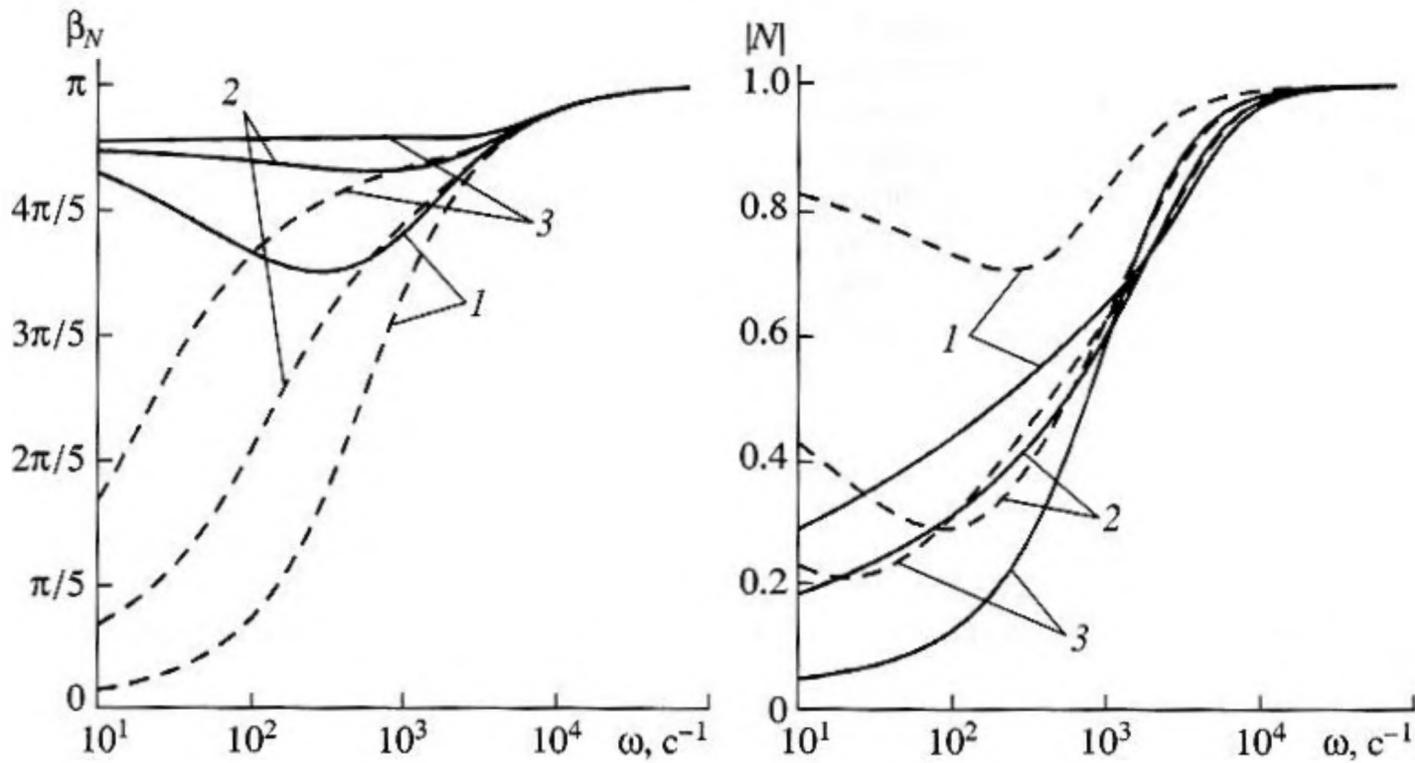


Рис. 4. Влияние трещиноватости пористого пространства на дисперсию коэффициента отражения.

$t_* = 0.04$ с. Сплошные линии – для случая, когда радиальные трещины отсутствуют ($n = 0$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. White J.E., Frost H.H. Unexpected waves observed in fluid-filled boreholes // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28.
2. Shagapov V. Sh., Khlestkina N. M., Lhuillier D. Acoustic waves in channels with porous and permeable walls // Transport in Porous Media. 1999. V. 35. № 3. P. 327–344.
3. Гумерова Г.А. Эволюция волн на проницаемых участках каналов, окруженных пористой средой // Автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук. Тюмень, 1996. 16 с.
4. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid 1. Low-frequency range // J. Acoust. Soc. America. 1956. V. 28. № 2. P. 169–178.
5. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid 2. Higher frequency range // J. Acoust. Soc. America. 1956. V. 28. № 2. P. 179–191.
6. Егоров А.Г., Костерин А.В., Скворцов Э.В. Консолидация и акустические волны в насыщенных пористых средах. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. 102 с.
7. Sorek S., Levy A., Ben-dor G., Smeulders D. Contributions to theoretical/experimental developments in shock waves propagation in porous media // Transport in Porous Media. 1999. V. 34. P. 63–100.
8. Edelman I.Ya. Wave dynamics of saturated porous media and evolutionary equations // Transport in Porous Media. 1999. V. 34. P. 117–128.
9. Tuncay K., Corapcioglu M.Y. Wave propagation in fractured porous media // Transport in Porous Media. 1996. V. 23. № 3. P. 237–258.
10. Tuncay K., Corapcioglu M.Y. Body waves in fractured porous media saturated by two immiscible Newtonian fluids // Transport in Porous Media. 1996. V. 23. № 3. P. 259–273.
11. Gubaidullin A.A., Kuchugurina O.Yu. The peculiarities of linear wave propagation in double porous media // Transport in Porous Media. 1999. V. 34. P. 29–45.
12. Губайдуллин А.А., Кучугурина О.Ю. Распространение слабых возмущений в трещиновато-пористых средах // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 5. С. 816–825.
13. Давыдов А.А., Лямшев Л.М. Электромагнитно-акустическая диагностика проницаемости пористых сред // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 1. С. 62–68.
14. Баренблатт Г.Н., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.

Evolution of Acoustic Waves in Channels with Permeable-Wall Regions in an Inhomogeneous Porous Medium

Z. A. Bulatova*, G. A. Gumerova**, and V. Sh. Shagapov*

* Sterlitamak State Pedagogical Institute, pr. Lenina 37, Sterlitamak, 453103 Russia
e-mail: b_za@mail.ru

** Institute of Power Resources Transportation Problems, Academy of Sciences of Bashkortostan,
pr. Oktyabrya 144/3, Ufa, 450055 Russia

Abstract—The evolution of acoustic waves that propagate in cylindrical channels containing permeable regions and surrounded with a porous medium is studied. The quantitative and qualitative features of the wave dynamics are determined in relation to the condition of the inhomogeneous porous medium. In particular, the cases when the channel is surrounded with radial fractures or with a low-permeability mud cake are considered.