АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2002, том 48, № 4, с. 523–532

УДК - 584.28

ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ РЕЗИНОПОДОБНЫХ СРЕД С ТЯЖЕЛЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

© 2002 г. С. В. Крынкин, В. В. Тютекин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: Tyutekin@akin.ru

Поступила в редакцию 20.06.2001 г.

В статье проводится компьютерное моделирование акустических свойств среды, характеризуемой комплексной плотностью и синтезируемой на основе резиноподобного материала с тяжелыми включениями сферической формы. Исследуются свойства таких сред для непрерывного и дискретного распределения размеров включений (резонансных частот), проводится оптимизация конструктивных параметров с целью получения заданных свойств среды, в том числе, эффективного звукопоглощения в широкой полосе частот. Приведены некоторые результаты модельных расчетов.

Проблема создания композитных материалов, представляет интерес как с точки зрения теории [1–9], так и с точки зрения их практического применения [10–11]. Одним из типов подобных материалов являются так называемые бесполостные материалы [1], [5–7], [12], [13], представляющие собой резиноподобную среду с твердыми массивными включениями различных форм и размеров. Анализ гармонических колебаний и процессы поглощения звука в таких средах удобно проводить с использованием понятия комплексной плотности [14].

В работе [15] для подобных сред приведена сводка основных физических предпосылок и полученных на их основе теоретических результатов. В этой работе приведены также экспериментальные результаты по акустическим параметрам таких сред, и показано их хорошее соответствие теоретическим значениям. Там же приведены первичные результаты по созданию на их основе звукопоглощающих материалов, эффективность которых практически не зависит от гидростатического давления.

В настоящей работе методом компьютерного моделирования проводится синтез таких материалов с использованием резиноподобной среды со сферическими включениями. Согласно работам [1], [5], эффективная комплексная плотность такой среды выражается формулой:

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_1} = \rho' + i\rho'' = 1 + \frac{\varepsilon(\rho_2/\rho_1 - 1)}{1 - (ka)^2/(ka)_p^2 + i[(ka/(ka)_p)^2\eta' + ka]}, \quad (1)$$

где ρ_1, ρ_2 – плотности резины и включений, соответственно, a – радиус включений, $\varepsilon = Nv/V$ – коэффициент объемной концентрации, (N – число включений, v – объем включения, V – общий объем); $(ka)_p = \Psi(ka)_0$, $\eta' = \Psi\eta$, где η – коэффициент сдвиговых потерь, $\Psi = 1 + \frac{\eta}{2}(ka)_0$, $(ka)_0 = \sqrt{\frac{9\rho_1}{2\rho_2 + \rho_1}}$ – безразмерная резонансная частота без учета сдвиговых потерь. Как видно из приведенных выражений, $(ka)_p$ определяется, в основном, отношением плотностей включений и резины ρ_2/ρ_1; при этом, чем больше это отношение, тем меньше величина $(ka)_p$. Другие физические аспекты, описываемые формулой (1), подробно изложены в работе [15].

В дальнейшем будем описывать рассматриваемую среду двумя параметрами: действительной величиной безразмерной плотности $\rho_0 = \mathrm{Re}(\bar{\rho}/\rho_1)$ и коэффициентом потерь, отнесенным к последней $\theta = \mathrm{Im}(\bar{\rho}/\rho_1)/\mathrm{Re}(\bar{\rho}/\rho_1)$.

Отметим, что с целью достижения максимального эффекта в работе [15] использовались включения из свинца ($\rho_2 = 11000$ kg/m^3). В настоящей работе с целью улучшения весовых характеристик синтезируемого материала используется материал с плотностью $\rho_1 = 5500$ kg/m^3; примером может служить морская галька. Плотность исходной среды (резины) составляет $\rho_1 = 1130$ kg/m^3.

На рис. 1 в качестве примера приведены расчетные значения ρ_0 и θ для сферических включений из этого материала. Параметром каждого семейства кривых служит величина объемной концентрации – от 0.05 до 0.2 (величина 0.2 является максимально предельной для таких сред). Все

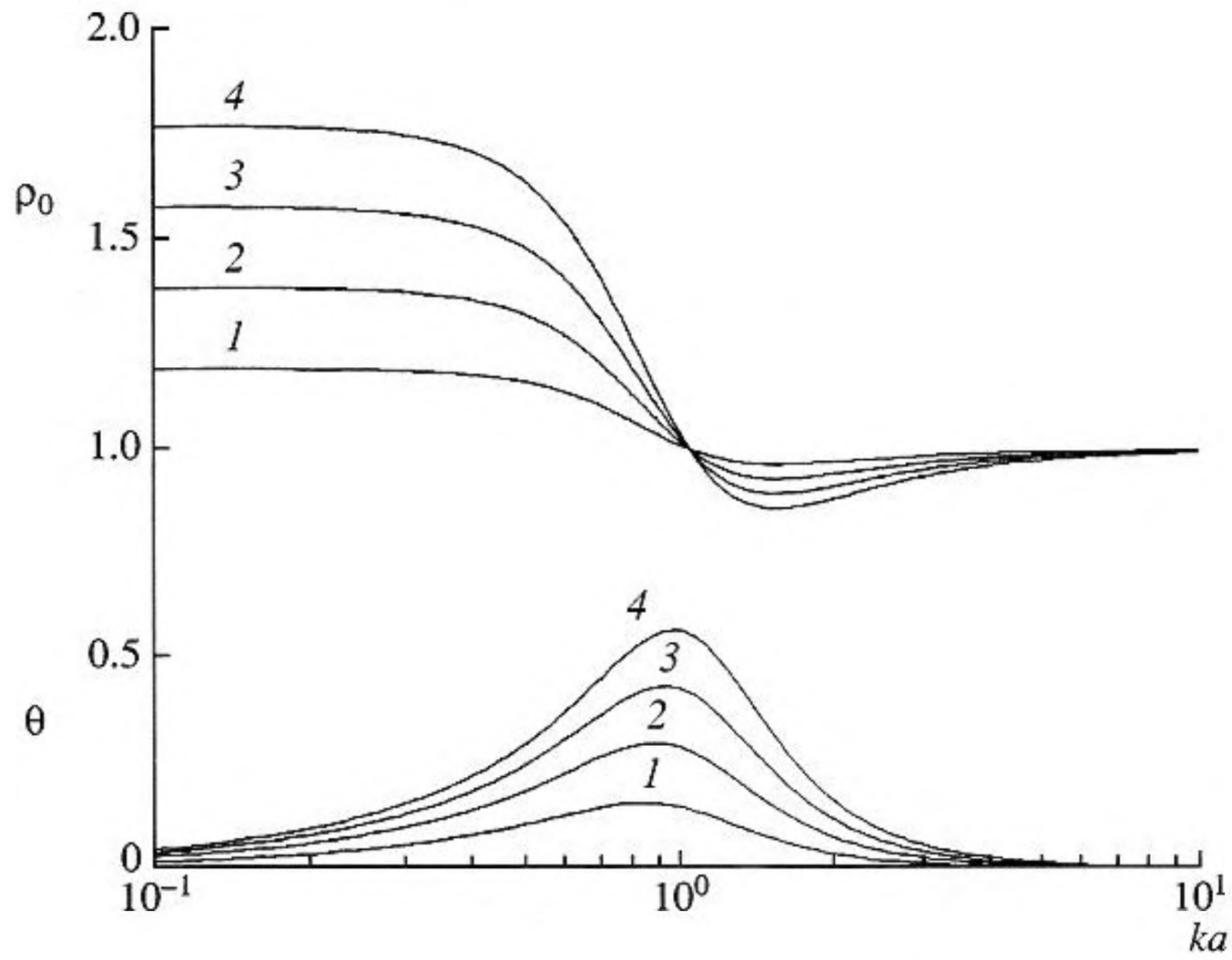

Рис. 1. Комплексная плотность среды для различных значений концентрации включений для $\rho_2 = 5.5$ т/м^3. *1* – $\varepsilon_0 = 0.05$; *2* – $\varepsilon_0 = 0.10$; *3* – $\varepsilon_0 = 0.15$; *4* – $\varepsilon_0 = 0.20$.

кривые построены в зависимости от безразмерной частоты ka для значения коэффициента сдвиговых потерь резины 0.3.

Из рисунка видно, что в области малых значений ka величина ρ_0 стремится к постоянному значению, являющемуся "статическим" значением

$$\rho_0 = 1 + \varepsilon(\rho_2/\rho_1 - 1). \qquad (2)$$

Затем происходит резкое уменьшение ρ_0 вплоть до значений, меньших единицы, что связано с переходом от инерционной реакции к упругой, при этом величина эффективных потерь θ, имеет типично резонансный вид. Точке резонанса соответствуют величина $\rho_0 = 1$ и величина θ, близкая к максимальной. Из других особенностей можно отметить относительно малую зависимость этих величин от коэффициента сдвиговых потерь η.

Из приведенных рисунков видно, что поглощающие свойства в среде проявляются в сравнительно узком диапазоне частот (порядка 0.5–0.6). Поэтому для обеспечения звукопоглощающих свойств среды в широкой полосе частот (например, порядка декады или более) необходимо использовать набор включений с различными резонансными частотами. При этом величины этих частот и соответствующие им концентрации должны быть выбраны или определены, исходя из некоторых дополнительных предположений.

Для удобства дальнейших исследований свойств описанной среды, а также решения задач синтеза звукопоглощающих материалов, разрабатываемых на ее основе, представим исходное выражение (1) для комплексной плотности несколько в другом виде. Учитывая, что

$$ka = \omega a/c, \quad (ka)_p = \omega_0 a/c = \chi,$$

где ω – круговая частота звука, ω_0 – круговая резонансная частота включения, c – скорость сдвиговых волн в резине, χ – константа, выражение (1) можно записать в виде:

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_1} = \rho_0(1 + i\theta) = 1 + \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right)R(\omega, \omega_0), \qquad (3)$$

где

$$R(\omega, \omega_0) = \frac{\varepsilon\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2(1 - i\eta') + i\chi\omega\omega_0}. \qquad (4)$$

Введем, далее, в рассмотрение новые безразмерные переменные

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{01}}, \quad \Omega_0 = \frac{\omega_0}{\omega_{01}},$$

где ω_{01} – низшая резонансная частота, обозначаемая номером 1 и определяемая соотношением $\omega_{01} = \chi c/a_1$, где a_1 – радиус соответствующего включения.

С учетом этих обозначений формула (4) может быть переписана в виде:

$$R(\Omega, \Omega_0) = \frac{\varepsilon\Omega_0^2}{\Omega_0^2 - (1 - i\eta')\Omega^2 + i\chi\Omega\Omega_0}. \qquad (5)$$

Формулы (3) и (5) могут быть использованы для расчета комплексной плотности среды с включениями, в частности, для решения задач синтеза такой среды с заданными свойствами. Ниже мы рассмотрим несколько таких задач, которые могут помочь достижению конечной цели – созданию звукопоглощающего материала для целей гидроакустики.

Из формул (3) и (5) видно, что комплексная плотность существенно зависит от концентрации ε, соответствующей включениям с резонансной частотой Ω_0, так что можно записать $\varepsilon = \varepsilon(\Omega_0)$.

Рассмотрим вначале (аналогично работе [16]) случай непрерывного спектра резонансных частот и, следовательно, такого же спектра размеров включений. При этом предполагается, что включения разных радиусов равномерно распределены в каждом объеме пространства с линейными размерами, меньшими длины звуковой волны. Будем считать, что непрерывная функция $\varepsilon(\Omega_0)$ задана в интервале $1 \le \Omega_0 \le \Delta$, где 1 соответствует низшей резонансной частоте, а величина $\Delta = \dfrac{\omega_{0N}}{\omega_{01}}$, где ω_{0N} – наивысшая резонансная частота.

В этом случае формулы (3) и (5) можно записать в виде

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_1} = \rho_0(1 + i\theta) = 1 + \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right)R(\Omega), \qquad (6)$$

где

$$R(\Omega) = \int_1^{\Delta} \frac{\varepsilon(\Omega_0)\Omega_0^2 d\Omega_0}{\Omega_0^2 - (1 - i\eta')\Omega^2 + i\chi\Omega\Omega_0}. \qquad (7)$$

Знаменатель в выражении (5) перепишем в виде

$$\Delta(\Omega_0, \Omega) = \Omega_0^2 - (a_1 + a_2)\Omega\Omega_0 + a_1 a_2 \Omega^2, \qquad (8)$$

где a_1, a_2 – корни уравнения, $\Delta(\Omega_0, 1) = 0$ имеющие значения

$$a_{1,2} = \frac{i\chi}{2} \pm \sqrt{1 - \frac{\chi^2}{4} + i\eta'}.$$

Существенно отметить, что любая непрерывная функция $\varepsilon(\Omega_0)$ должна удовлетворять следующему условию

$$\int_1^{\Delta} \varepsilon(\Omega_0) d\Omega_0 \le \varepsilon_0, \qquad (9)$$

где ε_0 – предельное суммарное значение концентрации, принятое равным 0.2.

Ниже в качестве примеров рассмотрены некоторые простые функции $\varepsilon(\Omega_0)$, позволяющие получить аналитические решения для комплексной плотности среды.

1. $\varepsilon(\Omega_0) = \dfrac{\varepsilon_1}{\Omega_0^2}$.

Здесь нормировочный множитель ε_1, с учетом (9), имеет значение $\varepsilon_1 = \dfrac{\varepsilon_0 \Delta}{\Delta - 1}$. Интегрирование в соответствии с формулой (7) и с учетом (8) дает в этом случае

$$R(\Omega) = \frac{\varepsilon_0 \Delta}{\Delta - 1}(\Omega)^{-1}[F_2(\Omega) - F_1(\Omega)]. \qquad (10)$$

Здесь функция $F_i = (a_2 - a_1)^{-1} \ln \dfrac{\Delta - a_i\Omega}{1 - a_i\Omega}$. $i = 1, 2$

2. $\varepsilon(\Omega_0) = \dfrac{\varepsilon_1}{\Omega_0}$.

В этом случае

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_0}{\ln\Delta} \text{ и } R(\Omega) = \frac{\varepsilon_0}{\ln\Delta}[a_2 F_2(\Omega) - a_1 F_1(\Omega)]. \qquad (11)$$

3. $\varepsilon(\Omega_0) = \text{const} = \varepsilon_1$.

В этом случае

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_0}{\Delta - 1} \text{ и}$$
$$R(\Omega) = \frac{\varepsilon_0}{\Delta - 1}\{\Delta - 1 + \Omega[a_2^2 F_2(\Omega) - a_1^2 F_1(\Omega)]\}. \qquad (12)$$

Формулы (10)–(12) определяют, таким образом, комплексную плотность среды с непрерывным спектром резонансных частот (или размеров включений), изменяющемся по заданному закону. Результаты расчетов по этим формулам показывают, что комплексная плотность такой среды мало отличается от таковой для включений одного размера. Отличие рассмотренных законов изменения концентрации между собой состоит в основном в смещении резонансной частоты в сторону повышения (при уменьшении зависимости концентрации от резонансной частоты).

Хотя непрерывный спектр размеров включений дает общее представление о частотной зависимости комплексной плотности среды, однако практическая реализация такой среды может быть осуществлена только применением включений отдельных размеров, т.е. на основе дискретного спектра последних. Формула для комплексной плотности в этом случае может быть получена из формул (6) и (7) путем задания функции ε в виде

$$\varepsilon = \varepsilon(\Omega_0)\delta(\Omega_0 - \Omega_{0n}). \qquad (13)$$

Таблица 1

$\eta = 0.1, \Delta = 11$						
θ_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε	δ
0.10	0.0186	0.0152	0.0143	0.0225	0.0706	0.0021
0.15	0.0309	0.0248	0.0223	0.0337	0.1117	0.0031
0.20	0.0457	0.0352	0.0321	0.0449	0.1570	0.0039

Подставляя (13) в (7), получим

$$R(\Omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\varepsilon(\Omega_{0n})\Omega_{0n}^2}{\Omega_{0n}^2 - (1 - i\eta')\Omega^2 + i\chi\Omega\Omega_{0n}}. \quad (14)$$

Эту формулу можно записать в несколько другом виде

$$R(\Omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\varepsilon(\Omega_{0n})}{1 - (1 - i\eta')(\Omega/\Omega_{0n})^2 + i\chi(\Omega/\Omega_{0n})}. \quad (15)$$

В нее входят две системы параметров Ω_{0n} и $\varepsilon(\Omega_{0n})$. Величины Ω_{0n} можно задать в виде членов геометрической прогрессии, с некоторым знаменателем a, что в логарифмическом масштабе частот соответствует их равномерному распределению. В этом случае они задаются формулами

$$\Omega_{0n} = a\Omega_{0(n-1)}; \quad \Omega_{0n} = a^{(n-1)}; \quad \Delta = a^{(N-1)}.$$

Предполагается, что $\Omega_{01} = 1$. Величину a можно определить по формуле

$$a = \Delta^{-(N-1)}. \quad (16)$$

Для $\Delta = 10$ и $N = 4$ величина $a = 2.16$. Целесообразность такого выбора будет ясна из дальнейшего изложения.

Очевидно, что величины $\varepsilon(\Omega_{0n})$ должны удовлетворять соотношению

$$\sum_{n=1}^{N} \varepsilon(\Omega_{0n}) \le \varepsilon_0. \quad (17)$$

Для рассмотренных выше случаев изменения $\varepsilon(\Omega_{0n})$ будем иметь:

1. $\varepsilon(\Omega_{0n}) = \dfrac{\varepsilon_1}{\Omega_{0n}^2}$,

$\varepsilon_1 \sum_{n=1}^{N} \dfrac{1}{a^{2(n-1)}} = \varepsilon_0$. Отсюда, с учетом суммы геометрической прогрессии

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \frac{(a^2 - 1)a^{2(N-1)}}{a^{2N} - 1}.$$

2. $\varepsilon(\Omega_{0n}) = \dfrac{\varepsilon_1}{\Omega_{0n}}$.

Аналогично, $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \dfrac{(a-1)a^{N-1}}{a^N - 1}$.

3. $\varepsilon(\Omega_{0n}) = \text{const} = \varepsilon_0$; $\varepsilon_n = \dfrac{\varepsilon_0}{N}$.

Расчетные значения комплексной плотности для дискретного набора резонаторов приведены на рисунках 2а (действительные величины) и 2б (коэффициенты потерь среды) для значений $N = 4$, $\Delta = 10$, $a = 2.16$.

На рис. 2а представлены три семейства для различных значений коэффициента потерь резины. В случае 3 обращает на себя внимание падение (в логарифмической шкале) действительной величины плотности в интервале частот 1–10 и ее практическая независимость от коэффициента потерь резины. Коэффициент потерь среды θ (рис. 2б) для этого случая имеет не монотонный характер и также слабо зависит от потерь в резине. В отличие от случая 3 в двух остальных в той или иной степени подчеркиваются нижние резонансные частоты.

Синтез среды с тяжелыми включениями можно осуществить не только заданием концентрации в функции частоты, как это было сделано выше, а специальным подбором такой (дискретной) функции, которая обеспечивала бы заданное свойство среды. В качестве примера рассмотрим задачу создания среды с постоянным значением коэффициента потерь $\theta = \theta_0$ в заданном диапазоне частот. Запишем комплексную плотность в виде формулы (3), в которой функция R имеет вид

$$R(\Omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\varepsilon_n}{1 - (1 - i\eta')a^{-2(n-1)}\Omega^2 + i\chi a^{-(n-1)}\Omega}. \quad (18)$$

Поставленную задачу можно решать с помощью критерия

$$\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} |\theta(\Omega_k) - \theta_0| = \min, \quad (19)$$

где Ω_k – частоты, на которых производится отсчет, $K = 100$ – число отсчетов. Этот критерий минимизирует в заданном диапазоне частот среднее отклонение величины θ от заданного значения θ_0. Алгоритм решения состоит в численной оптимизации (одним из стандартных методов [17]) варьируемых параметров ε_n. Здесь $n = 1, 2, 3, 4$. Условиями физической реализуемости являются:

$$\varepsilon_n \ge 0; \quad \varepsilon = \sum_{n=1}^{N} \varepsilon_n \le \varepsilon_0. \quad (20)$$

Результаты решения представлены в нижеследующих таблицах 1–3.

Расчеты были выполнены для величин $\Delta = 11$ и 16, коэффициентов потерь резины $\eta = 0.1, 0.3,$

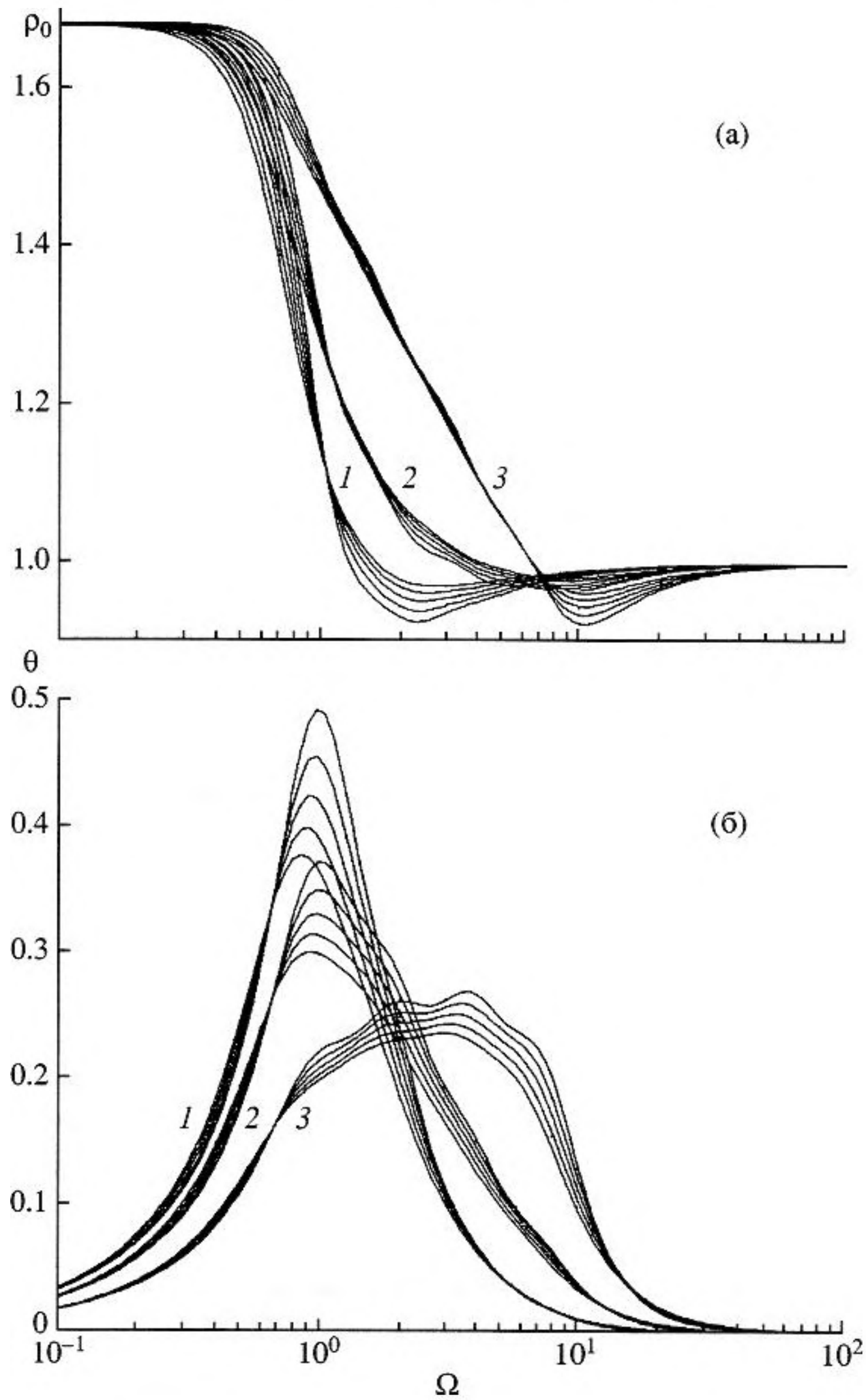

Рис. 2. а – действительные части комплексной плотности для различных законов изменения $\varepsilon(\Omega_{0n})$. *1* – $\varepsilon(\Omega_{0n}) \sim (\Omega_{0n})^{-2}$; *2* – $\varepsilon(\Omega_{0n}) \sim (\Omega_{0n})^{-1}$; *3* – $\varepsilon(\Omega_{0n})$ = const. б – то же, что на рис. 2а , для коэффициентов потерь среды.

0.5; и реализуемых значений коэффициента потерь среды $\theta_0 = 0.1$; 0.15; 0.2. Кроме указанных величин в таблицах представлены значения суммарной концентрации ε и среднеквадратичного отклонения δ.

Основной вывод, который можно сделать из данных, приведенных в таблицах, состоит в том, что с ростом величины θ_0 суммарная величина ε возрастает, но не превышает его предельного значения $\varepsilon_0 = 0.2$. Кроме того, среднеквадратич-

Таблица 2

$\eta = 0.3\ \Delta = 11$						
θ_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε	δ
0.10	0.0242	0.0190	0.0173	0.0264	0.0869	0.0015
0.15	0.0413	0.0309	0.0277	0.0398	0.1397	0.0023
0.20	0.0627	0.0444	0.0394	0.0533	0.1998	0.0031

Таблица 3

$\eta = 0.5\ \Delta = 16$						
θ_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε	δ
0.10	0.267	0.0198	0.0177	0.0283	0.0925	0.00095
0.15	0.0459	0.0325	0.0286	0.0427	0.1497	0.0014
0.20	0.0693	0.0482	0.0397	0.0578	0.2090	0.0020

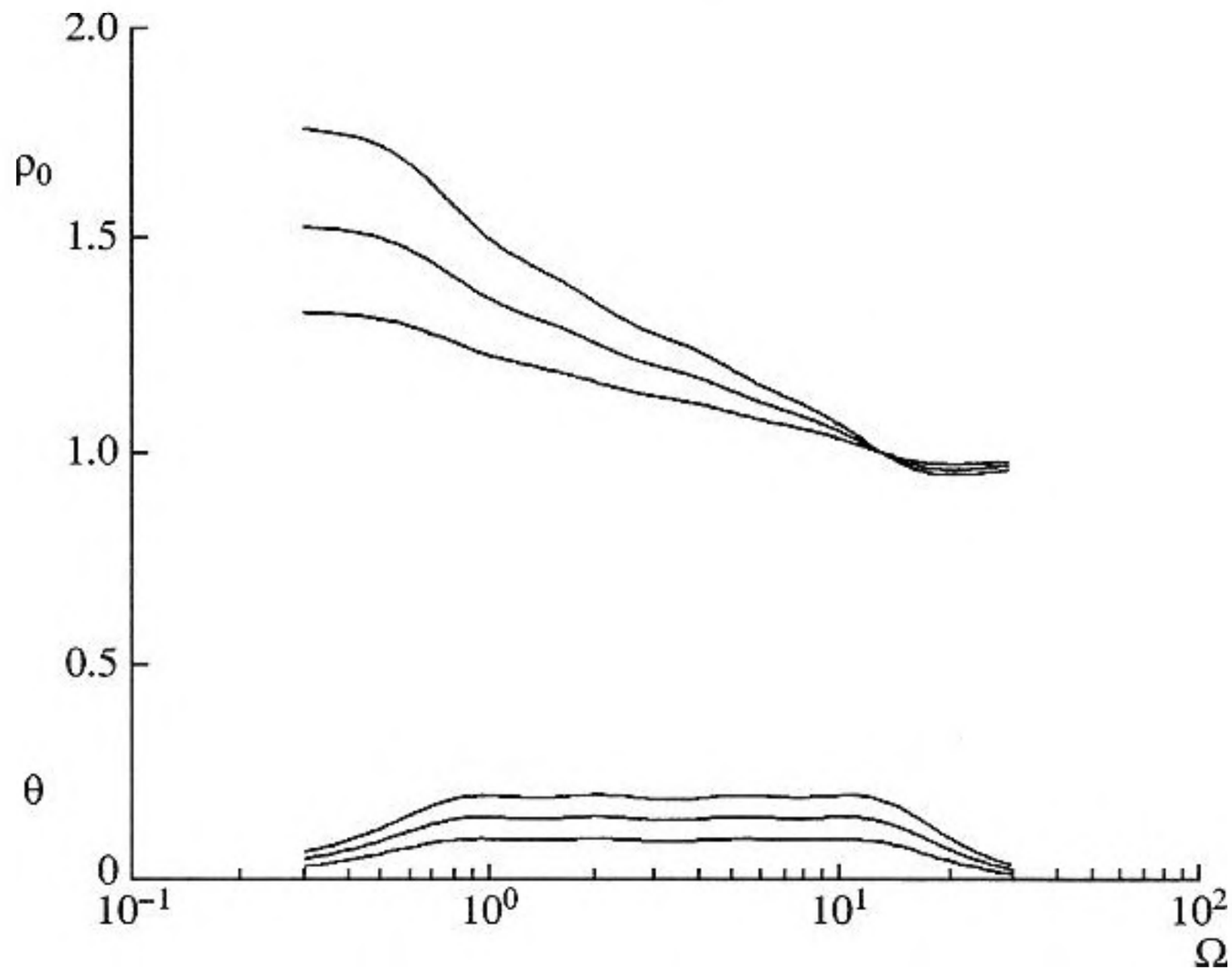

Рис. 3. Комплексная плотность синтезированного материала при коэффициенте потерь резины 0.3.

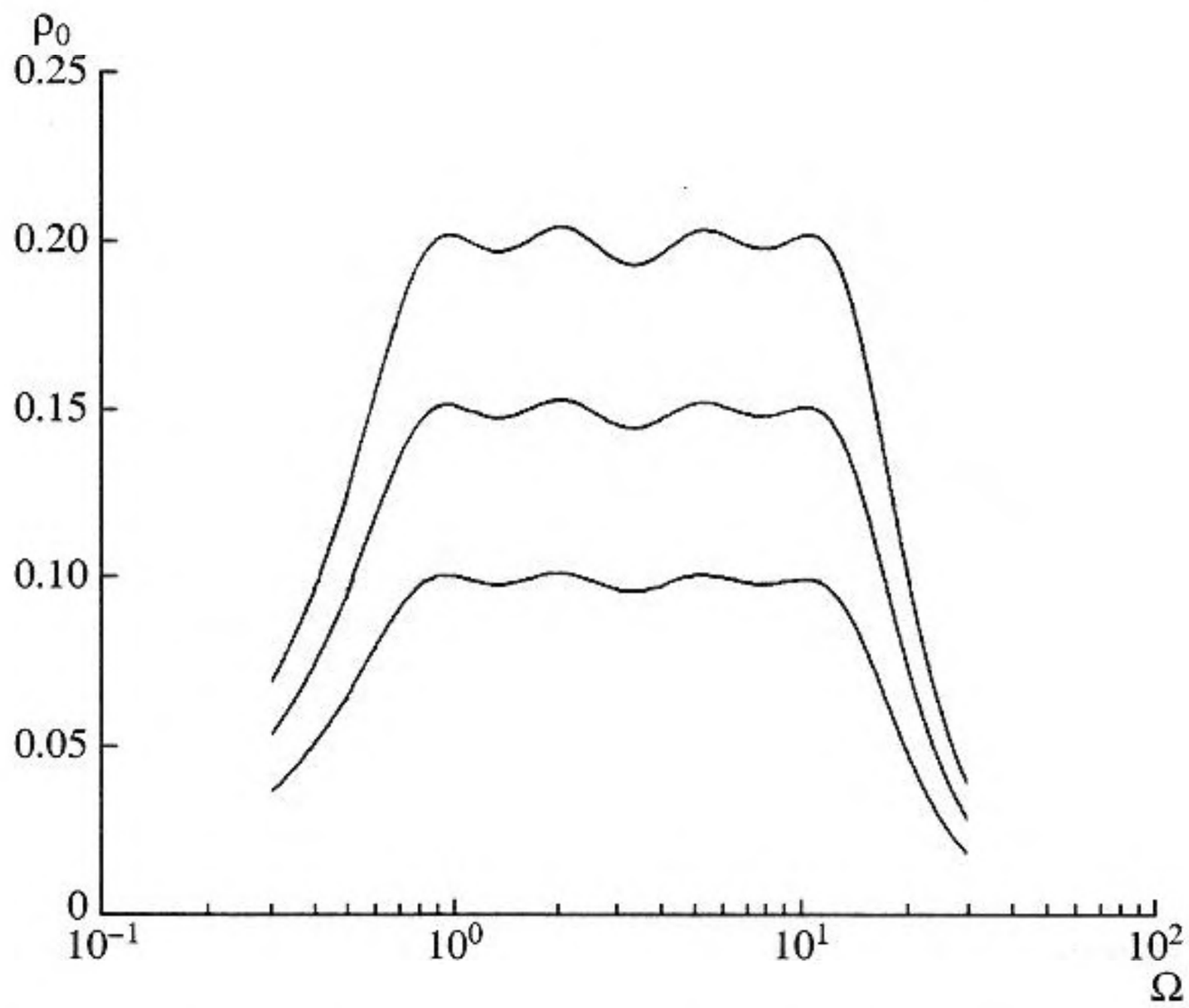

Рис. 4. То же, что на рис. 3 для коэффициента потерь среды.

ное отклонение δ от заданной величины θ_0 не превышает 0.4% для всех рассмотренных случаев.

Рассчитанные значения комплексной плотности для $\eta = 0.3$ в качестве примера представлены на рис. 3 и 4 (на последнем рисунке отдельно крупномасштабно приведены значения коэффициента потерь среды). Из рисунков видны особенности поведения величины θ в заданной полосе частот . Сравнение показывает, что колебание кривых по мере возрастания величины η уменьшается, что видно и из приведенных таблиц. По существу здесь выполнена оптимизация характеристик, приведенных выше на рис. 2б (случай 3). Изложенный метод может быть применен для синтеза сред с другими условиями, накладываемыми на комплексную плотность. При этом решение также должно удовлетворять условиям (20).

Основной практический интерес в применении разрабатываемых сред представляет использование их в качестве гидроакустических звукопоглощающих материалов. Специфической особенностью последних является не только достаточно большое затухание звука, но и достаточно слабое его отражение от границы поглотителя с водой, т.е. близость их волновых сопротивлений. При синтезе такого звукопоглотителя может быть применен критерий малости модуля коэффициента отражения в заданном диапазоне частот, учитывающий оба эти требования.

Решение задачи синтеза будем проводить для двух случаев. В первом случае будем предполагать, что звукопоглотитель представляет собой однородный (точнее, квазиоднородный) слой, содержащий включения разных размеров. Во втором – неоднородный слой, состоящий из отдельных достаточно тонких однородных слоев, каждый из которых содержит включения одного (своего) размера.

Коэффициент отражения, как известно, выражается формулой

$$V = \frac{Z-1}{Z+1}, \tag{21}$$

где Z – удельный входной импеданс поглотителя, выраженный в единицах $(\rho_0 c_0)$ – воды. Для поглотителя в виде однородного слоя с комплексной плотностью $\bar{\rho}$ определяется формулами (6) и (18), а величина Z имеет значения:

– для слоя с нулевой тыльной нагрузкой ($Z_H = 0$)

$$Z = -i\sqrt{\bar{m}}\,\mathrm{tg}(2\pi L_0\sqrt{\bar{m}}\Omega), \tag{22}$$

– для слоя с бесконечной нагрузкой ($Z_H = \infty$)

$$Z = i\sqrt{\bar{m}}\,\mathrm{ctg}(2\pi L_0\sqrt{\bar{m}}\Omega). \tag{23}$$

Здесь введены обозначения

$$\bar{m} = \frac{\bar{\rho}}{\rho_0}, \quad L_0 = \frac{l}{\lambda_0}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_{01}},$$

где l – толщина слоя, λ_0 – длина волны звука в воде на низшей резонансной частоте включений ω_{01}. Величина $\bar{\rho}$ задается формулами (3) и (18), где, как и прежде, ε_n – варьируемые параметры. Отметим, что параметр L_0 связывает волновую толщину слоя с безразмерными резонансными частотами включений, что позволяет в дальнейшем также использовать безразмерную форму представления результатов.

В качестве критерия оптимальности используем соотношение

$$\hat{V} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}|V(\Omega_k)| = \min, \tag{24}$$

Таблица 4

$Z_H = 0$					
L_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	$\hat{V}$
0.50	0.0407	0.0291	0.1041	0.0262	0.1261
0.75	0.0852	0.0736	0.0209	0.0202	0.0724
1.00	0.1351	0.0321	0.0228	0.0150	0.0592
1.25	0.1450	0.0211	0.0203	0.0135	0.0497
1.50	0.1594	0.0103	0.0191	0.0121	0.0457

Таблица 5

$Z_H = \infty$					
L_0	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	$\hat{V}$
0.50	0.0136	0.1377	0.0209	0.0278	0.1114
0.75	0.0997	0.0567	0.0246	0.0191	0.0801
1.00	0.1241	0.0386	0.0.218	0.0155	0.0572
1.25	0.1469	0.0196	0.0206	0.0129	0.0511
1.50	0.1589	0.0116	0.0182	0.0113	0.0451

обеспечивающее минимальное значение среднего коэффициента отражения $\hat{V}$, где, как и прежде, Ω_k – частоты из интервала Ω_{01}–Ω_{0N}, на которых производится отсчет, $K = 100$ – число отсчетов. При решении задачи синтеза используется логарифмическая шкала частот, которая позволяет подчеркнуть значимость нижних частот диапазона. Величина V задается формулой (21) с использованием (22) или (23). Для обеспечения второго условия физической реализуемости из (20) в процессе решения задачи синтеза четырехслойного поглотителя варьируются только первые три значения ε_n, а величина ε_4 задается в виде $\varepsilon_4 = \varepsilon_0 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$. Такой выбор величин ε_n позволяет решать задачу синтеза поглотителей при любом значении предельной концентрации ε_0.

Поскольку комплексная плотность слабо зависит от коэффициента потерь резины, то решение задачи проводилось только для $\eta = 0.3$. Результаты представлены ниже в таблицах 3 (для $Z_H = 0$) и 4 (для $Z_H = \infty$) и, на рис. 5 (только для случая $Z_H = 0$).

Из приведенных результатов можно сделать следующие выводы.

Синтезированный материал является высокоэффективным звукопоглощающим материалом: средний по диапазону частот коэффициент отражения $\hat{V}$ при изменении волновой толщины слоя L_0 от 0.5 до 1.5 уменьшается от 0.12 до 0.05. При этом ширина полосы частот эффективного поглощения увеличивается примерно от 10 до 30 раз. Су-

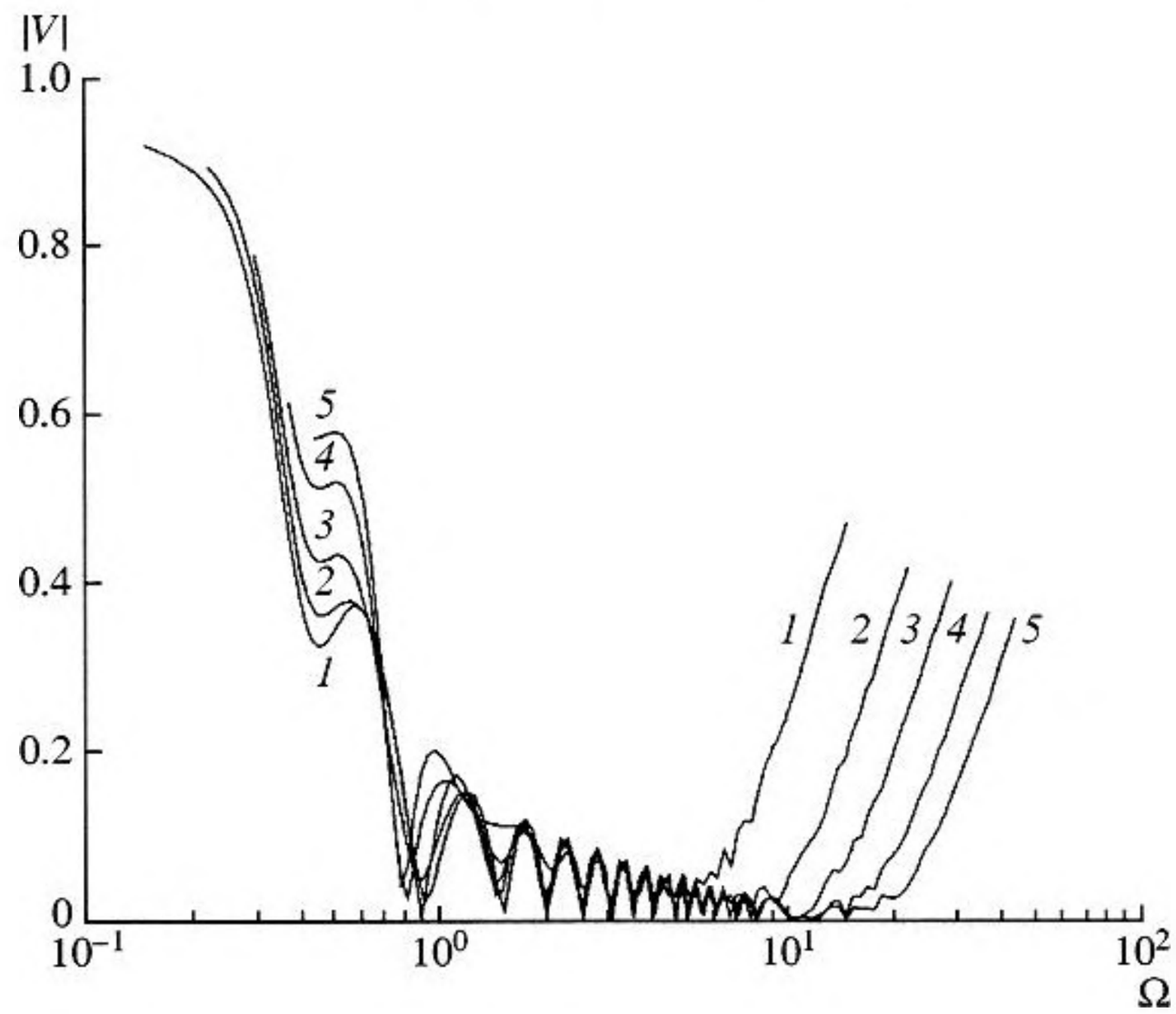

Рис. 5. Коэффициент отражения синтезированного звукопоглощающего материала для $\eta = 0.3$; $Z_H = 0$. *1* – $L_0 = 0.5$; *2* – $L_0 = 0.75$; *3* – $L_0 = 1.0$; *4* – $L_0 = 1.25$; *5* – $L_0 = 1.50$.

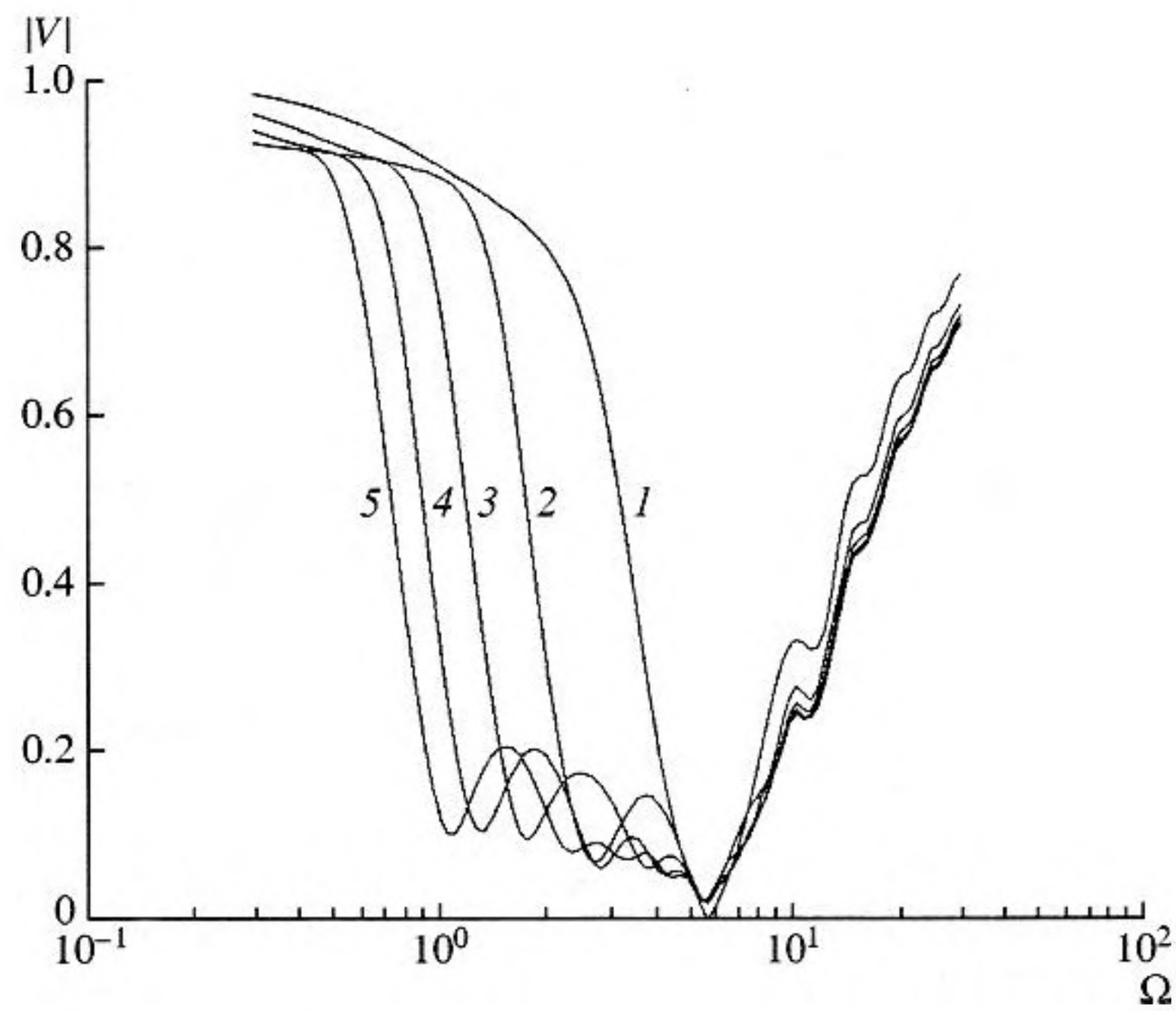

Рис. 6. Коэффициент отражения слоистого звукопоглотителя; толщина каждого слоя $L_q = 0.1$. Цифры обозначают общее число слоев.

щественно, что средняя эффективность не зависит от характера нагрузки на поглотитель (результаты для $Z_H = 0$ и $Z_H = \infty$ практически одинаковы). Кривые эффективности имеют характер полосового фильтра с изрезанностью, что обусловлено интерференцией волн, отраженных от передней и тыльной поверхностей поглотителя.

Хотя синтезированный в виде однородного слоя поглотитель имеет достаточно высокую эффективность, представляется целесообразным провести синтез поглотителя в виде неоднородного слоя, состоящего из отдельных достаточно тонких однородных слоев. Такое исследование может быть направлено, прежде всего, на выяв-

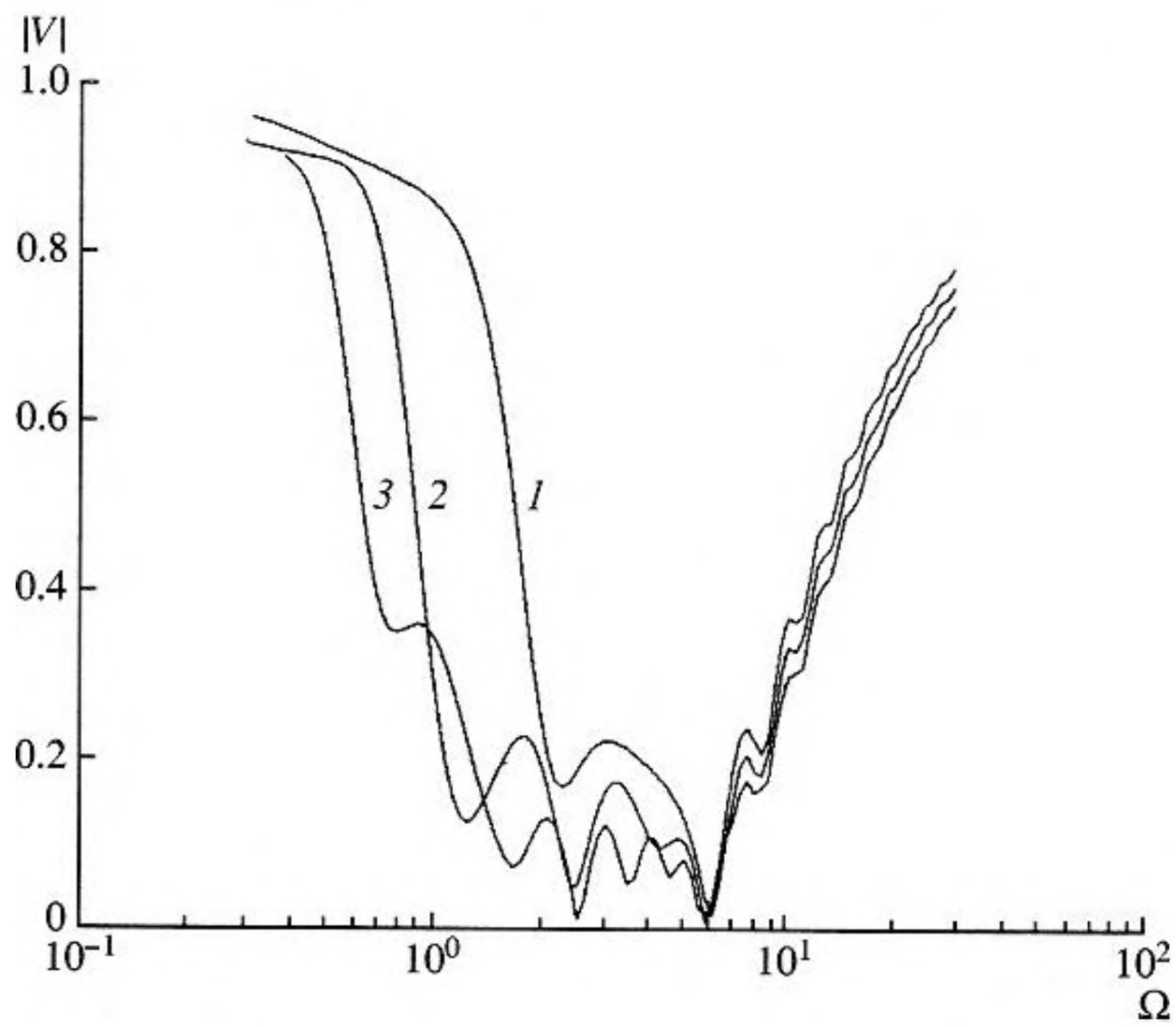

Рис. 7. То же, что на рис. 6, для $L_q = 0.2$.

ление возможности уменьшения толщины поглотителя по сравнению с предыдущим случаем.

Исходной для решения задачи оптимизации также служит формула (21), которая должна быть переписана в следующем виде

$$V_q = \frac{Z_q - 1}{Z_q + 1}. \tag{25}$$

Здесь V_q – коэффициент отражения от q-го слоя, нагруженного на $q - 1$ предыдущих слоев, Z_q – соответствующий импеданс, связанный с импедансом Z_{q-1} рекуррентным соотношением

$$Z_q = \frac{-i\sqrt{\overline{m}_q}\,\mathrm{tg}(2\pi L_q\sqrt{\overline{m}_q}\Omega) + Z_{q-1}}{1 - i\,\mathrm{tg}(2\pi L_q\sqrt{\overline{m}_q}\Omega)Z_{q-1}(\sqrt{\overline{m}_q})^{-1}}. \tag{26}$$

Ранее введенные обозначения (m, L) соответствуют здесь q-му слою.

Синтез неоднородного (слоистого) поглотителя проводился для модели, в которой каждый слой содержит включения только одного размера, который может изменяться от слоя к слою. При этом, как показали предварительные расчеты, концентрация включений в каждом слое должна быть взята максимальной ($\varepsilon_0 = 0.2$), что связано с относительно малой плотностью включений. Комплексная плотность определяется формулами (6) и (7), критерий оптимальности для величины $V = V_q$ – формулой (24), где варьируемым параметром является резонансная частота Ω_{0q}. Расчеты были выполнены для двух волновых размеров слоев, составляющих поглотитель: $L_q = 0.1$ и $L_q = 0.2$ в предположении $Z_H = 0$.

Результаты представлены в таблицах 6 и 7, где приведены значения безразмерных резонансных частот Ω_{0q} для каждого слоя , числа слоев n и среднего коэффициента отражения $\widehat{V}$ от n-го слоя.

Соответствующие частотные характеристики коэффициента отражения приведены на рис. 6 и 7. Из приведенных результатов видно, что первые (тыльные) слои имеют более высокие резонансные частоты; по мере увеличения числа слоев последние уменьшаются. Соответственно зона высокой эффективности поглотителя расширя-

Таблица 6

$L_q = 0.1$					
n	1	2	3	4	5
Ω_{0q}	5.93	2.80	1.79	1.31	0.91
$\widehat{V}$	0.4876	0.3009	0.1805	0.1235	0.1067

Таблица 7

$L_q = 0.2$			
n	1	2	3
Ω_{0q}	4.28	1.58	1.40
$\widehat{V}$	0.3342	0.1547	0.1307

ется в сторону низких частот, а средний коэффициент отражения снижается до значений 0.11–0.13. Поскольку при этом общая толщина поглотителя L_0 составляет величину 0.5 (таблица 6) и 0.6 (таблица 7), то сравнение с данными таблицы 4 показывает, что слоистый поглотитель рассмотренной модели каких-либо преимуществ перед однородным поглотителем той же толщины не имеет. Теоретические исследования, проведенные выше, позволяют сделать вывод о том, что звукопоглощающие материалы, синтезированные на основе сред с включениями относительно малой плотности обладают достаточно высокой эффективностью в широком (порядка одной декады) диапазоне частот. При этом их толщина на нижней граничной частоте не превышает половины длины волны звука в воде, что находится на уровне звукопоглотителей, выполненных, например, на основе включений из свинца [15].

Авторы выражают свою благодарность Н.А. Дубровскому за постановку задачи и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чабан И.А.* Метод самосогласованного поля в применении к расчету эффективных параметров микронеоднородных сред. // Акуст. журн. 1964. Т. 10. № 3. С. 351–358.
2. *Сивухин Д.В.* Дифракция плоской звуковой волны на сферической полости. .// Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 1. С. 78–75.
3. *Viens M., Tsukahara Y., Jen.* C.K., Cheeke I.D.N. Leaky torsinal acoustic modes in infinite clad rods. // J. Acoust. Soc. Amer. 1994. V. 95. P. 701–707.
4. *Burridge R., de Hoop M.G., Hsu K., Le L., Norris A.* Waves in stratified viscoelastic media with microstructure // J. Acoust. Soc. Amer. 1993. V. 94. P. 2884–2894.
5. *Чабан И.А.* Расчет эффективных параметров микронеоднородных сред методом самосогласованного поля // Акуст. журн. 1965. Т. 11. № 1. С. 102–108.
6. *Викторова Р.Н., Вовк А.Е., Тютекин В.В.* Неоднородные акустические среды с действительным значением волнового сопротивления при наличии потерь. Сибирское отделение РАН, Институт гидродинамики. 1992. Вып. 105.
7. *Вовк А.Е., Викторова Р.Н., Голикова Т.Б.* Исследование акустических характеристик композитных сред с комплексными значениями плотности и сжимаемости. // Труды XI Всесоюзной акуст. конф. М., 1991.
8. *Varadan V.V., Yarg S.K., Varadan V.K.* Rotation of Elastic Shear Waves in lamination Structurally Chiral Composites // J. Sound Vib. 1992. V.159. (3). P. 403–420.
9. *Тютекин В.В.* Распространение упругих волн в упругой среде с цилиндрическими каналами. // Акуст. журн. 1956. Т. 1. № 3. С. 295–301.
10. *Ричардсон И.Д.* Некоторые вопросы прикладной акустики. М.: Воениздат, 1962, 175 с.
11. *Боббер Р.* Акустические измерения. М.: Мир, 1974, 175 с.
12. *Викторова Р.Н., Тютекин В.В.* Экспериментальное исследование искусственной акустической среды с комплексной плотностью // Труды VI Всесоюзной акуст. конф. М., 1967.
13. *Викторова Р.Н.* Исследование искусственной акустической среды из резиноподобного материала с твердыми цилиндрическими включениями // Труды VIII Всесоюзной акуст. конф. М., 1973.
14. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973, 495 с.
15. *Викторова Р.Н., Тютекин В.В.* Физические основы создания звукопоглощающих материалов с использованием среды с комплексной плотностью // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 3. С. 331–336.
16. *Тютекин В.В.* Моделирование звукопоглотителя, синтезируемого на основе механических резонаторов // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 5. С.681–687.
17. *Потемкин В.Г.* Система MatLab. Справочное пособие. М.: Диалог-Мифи, 1998, 350 с.

Optimization of the Parameters of Sound-Absorbing Materials Made on the Basis of Rubber-Like Media with Heavy Inclusions

S. V. Krynkin and V. V. Tyutekin

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia

e-mail: Tyutekin@akin.ru

Abstract—A computer simulation of an acoustic medium characterized by a complex density and synthesized on the basis of a rubber-like material with massive spherical inclusions is performed. The properties of such media are studied for continuous and discrete distributions of the inclusions in size (the resonance frequencies), and the parameters of the medium are optimized to obtain the given properties, in particular, to provide efficient sound absorption over a wide frequency range. Numerical results are presented.