

УДК 534.535

РЕЛАКСАЦИОННАЯ ПРИРОДА ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ В ХОЛЕСТЕРИЧЕСКОМ ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УЛЬТРАЗВУКА

© 2002 г. Е. Н. Кожевников

Самарский государственный университет

443114 Самара, ул. Ак. Павлова 1

E-mail: kozhev@ssu.samara.ru

Поступила в редакцию 24.01.2002 г.

Релаксация ориентационной упорядоченности жидких кристаллов в звуковом поле положена в основу теоретического описания пространственно-модулированных структур, возникающих в слое холестерического жидкого кристалла при воздействии ультразвука. Анализируются два механизма дестабилизации ХЖК-слоя с планарной исходной ориентацией: вихревой, в котором учитывается вклад релаксационных процессов в формирование вихревых осциллирующих течений в ХЖК-слое, и нелинейный релаксационный, в основе которого лежат стационарные нелинейные напряжения и моменты, возникающие при релаксации ориентационного порядка в звуковом поле и не связанные с вихревыми потоками. Показано, что при одновременном действии этих механизмов образование доменной структуры должно наблюдаться в широком интервале частот. Результаты расчета сравниваются с данными эксперимента.

Нематические и холестерические жидкие кристаллы демонстрируют разнообразие пространственно-модулированных диссипативных структур (доменов), которые могут возникать в них при периодической деформации кристалла в осциллирующих потоках, вязких волнах, звуковом поле. Вид доменов в них зависит от исходной ориентации кристалла, геометрии жидкокристаллической ячейки, типа и частоты воздействия. Теоретический анализ доменных структур в ранее опубликованных работах (см. например [1–8]) проводится в рамках линейной гидродинамики Лесли–Эриксона [9–10], в которой вязкие напряжения и моменты являются линейной комбинацией градиентов скорости и скорости вращения директора и не учитываются процессы структурной релаксации. Такой подход позволяет построить адекватное описание диссипативной структуры, возникающей в кристалле при низкочастотной деформации, но может оказаться недостаточным на ультразвуковых частотах. Необходимость учета релаксационных процессов и нелинейных слагаемых в реологических соотношениях при описании диссипативных структур в жидких кристаллах обоснована в настоящей работе на примере теоретического описания доменов в слое холестерического жидкого кристалла (ХЖК), возникающих в нем при сжатии кристалла в ультразвуковом поле.

Экспериментальные исследования [1, 11, 12], показывают, что при падении ультразвуковой волны на слой ХЖК с планарной ориентацией молекул в нем возникают периодические искаже-

ния структуры, наблюдаемые как домены, эффект носит пороговый характер. Вид структуры зависит от исходной геометрии жидкокристаллического образца, а ее пространственный период уменьшается с продвижением за порог эффекта. Попытка описать теоретически появление пространственно-модулированной структуры в слое холестерического жидкого кристалла (ХЖК-слой) при нормальном падении на него ультразвуковой волны на основе гидродинамики Лесли–Эриксона предпринята в работе [13]. Механизм образования доменов при воздействии периодического сжатия в рамках линейной гидродинамики выглядит следующим образом. Случайное периодическое вдоль слоя отклонение директора от равновесной ориентации δn приводит к появлению сдвиговых напряжений и моментов вида $\delta \sigma_{ij} \sim \delta n_i n_k v_{kj}$, $\delta \Gamma_i^v \sim \delta n_k v_{ik}$ (σ_{ij} и Γ^v – вязкие напряжения и моменты, v_{ij} – скорость деформации среды), в результате чего в кристалле возникают вихревые осциллирующие потоки. Запаздывание по фазе смещения частиц в потоках от деформации в звуковом поле приводит к появлению стационарных потоков, которые могут увеличивать первоначальный поворот директора. Исходная структура кристалла стабилизируется упругими моментами Франка; на пороге эффекта действие дестабилизирующих и упругих моментов сравнивается и при дальнейшем увеличении интенсивности воздействия в слое формируются домены. Расчет [13] предсказывает появление доменной структуры в ХЖК-слое при воздействии ультра-

звука, но вместе с тем значительные количественные расхождения с данными эксперимента, выявленные в детальном сопоставлении в работе [12], указывают на то, что в рамках классической гидродинамики ХЖК невозможно адекватное описание доменной структуры при сжатии ХЖК-слоя на ультразвуковых частотах.

Проанализируем воздействие ультразвука на ХЖК-слой заново, привлекая в описании эффекты, связанные с релаксацией параметра ориентационного порядка. Учет релаксации приводит к следующим механизмам дестабилизации структуры ХЖК-слоя. Первый из них – вихревой, аналогичен описанному в [13], но в нем учитывается запаздывание смещений в осциллирующих потоках, обусловленное релаксационными процессами в среде и вязкоупругим характером деформации кристалла на высоких частотах. Во втором – нелинейном релаксационном, учитывается, что коэффициенты вязкости Лесли, фигурирующие в выражении для вязких напряжений и моментов, зависят от ориентационной упорядоченности кристалла и меняются вместе с ней при деформации среды в звуковых и вязких волнах. Релаксационное запаздывание этих изменений от деформации во внешнем поле должно приводить к появлению стационарных напряжений σ_{ij} и моментов Γ_i вида

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(2)} &\sim \overline{\left\{ \operatorname{Re} \left[\frac{\delta \alpha}{\delta \epsilon_{pq}} \epsilon_{pq} \right] v_{ij} \right\}}, \\ \Gamma_i^{(2)} &\sim \overline{\left\{ \operatorname{Re} \left[\frac{\delta(\gamma_2/\gamma_1)}{\delta \epsilon_{pq}} \delta \epsilon_{pq} \right] v_{ik} \right\}} n_k, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где черта сверху означает усреднение по периоду колебаний, ϵ_{pq} – компоненты тензора деформации, $v_{pq} = \dot{\epsilon}_{pq}$, α , γ – коэффициенты вязкости Лесли. Эти нелинейные по деформации среды напряжения и моменты имеют релаксационную природу и не связаны с появлением дополнительных вихревых потоков в среде.

В работе показано, что действие указанных механизмов приводит к дестабилизации структуры планарного ХЖК-слоя при нормальном падении на него ультразвуковой волны и образованию в нем доменов, чем определяются пороговая интенсивность звука и размер доменов. О значимости релаксационных процессов в макроскопических явлениях можно судить, сопоставляя теоретические и экспериментальные пороговые параметры эффекта.

УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ ХЖК

В описании эффекта рассматриваем холестерический кристалл как закрученный нематик. Добавляя в уравнения движения и вращения не-

линейные по скорости деформации среды слагаемые, представим их в виде

$$\begin{aligned} \rho \dot{v} &= -\nabla P + \nabla \cdot \hat{\sigma} + \nabla \cdot \hat{\sigma}^{(2)} + \mathbf{F}, \\ \gamma_1 \mathbf{N} + \gamma_2 [\hat{v} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \hat{v} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}] - \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma}^{(2)} &= 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь ρ – плотность, v – скорость, \mathbf{n} – директор, $\mathbf{N} = \dot{\mathbf{n}} - 1/2(\operatorname{rot} v \times \mathbf{n})$ – скорость вращения директора относительно окружающей среды, \hat{v} – тензор скорости деформации, P – давление, $\hat{\sigma}$ – тензор вязкоупругих напряжений [14]

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= n_i n_j (\Delta E \epsilon_{\alpha\alpha} + \mu_3 v_{\alpha\alpha}) + \\ &+ \alpha_1 v_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta n_i n_j + \alpha_2 N_i n_j + \alpha_3 N_j n_i + \\ &+ \alpha_4 v_{ij} + \alpha_5 v_{ik} n_k n_j + \alpha_6 v_{jk} n_k n_i, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$\Delta E = DEF(\omega\tau)/2$, $\mu_3 = DE\tau/[2(1 + \omega^2\tau^2)]$ – анизотропная часть локального упругого модуля и объемный коэффициент вязкости, $DE = (E_{\parallel} - E_{\perp})|_{\omega=0}^{\omega=\infty}$ – дисперсионный скачок анизотропии упругого модуля, определяемого вдоль и перпендикулярно директору, $F(\omega\tau) = \omega^2\tau^2/(1 + \omega^2\tau^2)$, ω – частота звуковой волны, τ – время релаксации параметра ориентационного порядка, α_i – коэффициенты вязкости; $\mathbf{\Gamma}$ и \mathbf{F} – упругие моменты и сила возникающие в деформированной холестерической структуре и определяемые через упругую энергию Франка; $\mathbf{\Gamma}^{(2)}$ и $\hat{\sigma}^{(2)}$ – нелинейные релаксационные моменты и напряжения вида (1.1), эти величины строятся в работе статистическими методами. По аналогии с нематическими кристаллами коэффициент вязкости α_3 считаем малым и полагаем далее равным нулю, коэффициенты вращательной вязкости при этом равны $\gamma_1 = -\gamma_2 = \gamma$.

Конкретизируем вид уравнений (2.1) для декартовой системы координат, в которой ось z определяет направление невозмущенной оси холестерической спирали. В невозмущенном состоянии директор лежит в холестерических плоскостях, параллельных (x, y) , и равномерно вращается при переходе от одной плоскости к другой с периодом P_0 . Зададим искажения структуры углами θ и φ , определяющими отклонение молекул соответственно от невозмущенной холестерической плоскости и в этой плоскости от первоначальной ориентации. В переменных θ, φ в двухконстантном приближении и с учетом возможного растяжения кристалла вдоль холестерической оси $\delta'_z = \Delta h/h$ плотность упругой энергии Франка g имеет вид [14]

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{2} K_{33} \{ (\nabla_{\perp} \varphi)^2 (1 - \delta'_z) + \lambda (\nabla_{\parallel} \varphi)^2 + (\nabla \theta)^2 + \\ &+ q^2 \theta^2 + 4q\theta(\mathbf{n} \cdot \nabla) \varphi + (\lambda - 1) [n_x (\partial_y \theta) - n_y (\partial_x \theta)]^2 \}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $K_{11} = K_{33}$, K_{22} – упругие постоянные Франка, $\lambda = K_{22}/K_{33}$, $q = 2\pi/P_0$.

Минимум упругой энергии для периодических вдоль слоя возмущений углов θ и φ приводит к возможности образования доменов типа “квадратная сетка” при критической деформации растяжения δ_0 . Деформация δ_0 , волновое число структуры k_0 и размер доменов d_0 на пороге эффекта равны

$$\delta_0 = \frac{P_0}{4h} \sqrt{2\lambda(3+\lambda)}, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{P_0 h}} \left(\frac{2\lambda}{3+\lambda} \right)^{1/4},$$

$$d_0 = \frac{\pi\sqrt{2}}{k_0} = \sqrt{hP_0} \left(\frac{3+\lambda}{8\lambda} \right)^{1/4}. \quad (2.4)$$

Упругие моменты Γ_θ и Γ_φ , сопряженные углам θ и φ , в искаженной холестерической структуре определяются через свободную энергию (3.3) уравнениями Эйлера

$$\Gamma_\varphi = \nabla \frac{\partial g}{\partial \nabla \varphi} - \frac{\partial g}{\partial \varphi} =$$

$$= K_{33}[(1-\delta')\Delta_\perp \varphi + \lambda \varphi_{,zz} + 2qn_\alpha \theta_{,\alpha}],$$

$$\Gamma_\theta = \nabla \frac{\partial g}{\partial \nabla \theta} - \frac{\partial g}{\partial \theta} = K_{33}[\Delta \theta - q^2 \theta - 2qn_\alpha \varphi_{,\alpha} +$$

$$+ (\lambda - 1)(n_x^2 \theta_{,yy} + n_y^2 \theta_{,xx} - 2n_x n_y \theta_{,xy})],$$

индекс α здесь и далее пробегает значения $\alpha = x, y$; $\Delta_\perp = \partial_x^2 + \partial_y^2$.

Сила \mathbf{F} в (2.1) определяется дифференцированием энергии g по перемещениям \mathbf{u} при фиксированных материальных углах поворота молекул; для компонент \mathbf{F} получены соотношения [14]

$$F_z = -q\Gamma_\varphi + n_\alpha \Gamma_{\theta,\alpha},$$

$$F_{x,y} - F_{y,x} = \frac{1}{2} \Delta_\perp \Gamma_\varphi, \quad F_{\alpha,\alpha} = 0.$$

На ультразвуковых частотах выполняется неравенство $\eta\omega/\rho c^2 \ll 1$, которое позволяет исключить из уравнения движения (2.1) акустические моды применением двойной операции rot. Сохраним в уравнениях квадратичные слагаемые, пропорциональные произведению углов поворота молекул θ и φ на скорости и учтем изменение волнового числа q_0 в звуковом поле, связанное с геометрическим растяжением среды. Проводя необходимые преобразования, придем к следующим уравнениям.

Уравнения вращения

$$\gamma_1 \left[\varphi_{,t} + q_0 v_z - q_0 \varepsilon_{zz} v_z - \frac{1}{2} (\text{rot} \mathbf{v})_z + n_x n_y (v_{xx} - v_{yy}) + \right.$$

$$\left. + (n_x^2 - n_y^2) v_{xy} \right] - \Gamma_\varphi + \Gamma_\varphi^{(2)} = 0, \quad (2.5)$$

$$\gamma_1 (\dot{\theta} - n_\alpha v_{z,\alpha} - \theta v_{zz}) - \Gamma_\theta + \Gamma_\theta^{(2)} = 0.$$

Уравнения движения

$$(\rho \partial_t \Delta - \eta \hat{D}_1) v_z = -\gamma \Delta_\perp n_\alpha \dot{\theta}_{,\alpha} +$$

$$+ [\Delta E \varepsilon_{zz} \Delta_\perp + (\mu_3 + \alpha_5) v_{zz} \Delta_\perp] n_\alpha \theta_\alpha + [\text{rot} \text{rot} \mathbf{g}]_z -$$

$$- \alpha_6 \partial_z^2 (v_{zz} n_\alpha \theta_\alpha) - \gamma \Delta_\perp \{ q_0 [\varphi_t + q_0 v_z - \Omega_z +$$

$$+ n_x n_y (v_{xx} - v_{yy}) + (n_x^2 - n_y^2) v_{xy} -$$

$$- n_\beta \partial_\beta (\dot{\theta} - n_\alpha v_{z,\alpha} - \theta v_{zz}) \} + \Delta_\perp \sigma_{zk,k}^{(2)} -$$

$$- \partial_z (\nabla \cdot \nabla \cdot \hat{\sigma}^{(2)}), \quad \beta = x, y;$$

$$\left[\rho \partial_t - \left(\eta + \frac{1}{4} \alpha_5 \right) \Delta_\perp - \eta \partial_z^2 \right] \Omega_z -$$

$$+ \frac{1}{4} n_x^2 - n_y^2 \left\{ \alpha_5 (\partial_x^2 - \partial_y^2) \Omega_z - \alpha_6 (v_{xy,z^2} + v_{zz,xy}) + \right.$$

$$+ \frac{\alpha_6}{2} ((3\partial_x^2 + \partial_y^2) v_{x,y} + (3\partial_y^2 + \partial_x^2) v_{y,x}) \left. \right\} +$$

$$+ \alpha_5 n_x n_y \partial_x \partial_y \Omega_z = -\frac{1}{2} \gamma \left\{ \Delta_\perp \dot{\varphi}_m + \right.$$

$$+ n_x n_y \left[\partial_x \partial_y \dot{\varphi}_m + \frac{1}{2} \Delta_\perp (v_{xx} - v_{yy}) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} (n_x^2 - n_y^2) \Delta_\perp v_{xy} \left. \right\} - \frac{1}{2} \alpha_6 \partial_z [v_{zz} (n_y \theta_x - n_x \theta_y)] +$$

$$+ \partial_z (\text{rot} \mathbf{g})_z + \sigma_{yk,kx}^{(2)} - \sigma_{xk,ky}^{(2)}, \quad k = x, y, z;$$

$$\text{div} \mathbf{v} = 0.$$

Здесь $\mathbf{g} = \rho[(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + \mathbf{v}(\nabla\mathbf{v})]$ – конвективная сила, $\dot{\varphi}_m = \varphi_t + q_0 v_z - \Omega_z$ – материальная скорость вращения молекул вокруг оси z , $\Omega = 1/2 \text{rot} \mathbf{v}$, \hat{D}_1 – дифференцирующий оператор вида

$$\hat{D}_1 = \frac{2\alpha_4 + \alpha_5 + 2\gamma}{4\eta} \Delta_\perp^2 + \frac{\alpha_4 + \alpha_5/2 + 3/8\alpha_1}{\eta} \Delta_\perp \partial_z^2 + \partial_z^4,$$

$$\eta = \frac{1}{2} (\alpha_4 + \alpha_6/2).$$

На основе уравнений (2.5)–(2.6) проанализируем воздействие на планарный ХЖК-слой толщины h ультразвуковой волны частоты ω с амплитудой сжатия ε_0 , падающей на слой по нормали. В невозмущенном состоянии кристалла ось холестерической спирали (ось z) направлена по нормали к слою, а холестерические слои параллельны границам слоя $z = 0, h$. Считая первую на пути звуковой волны границу ХЖК-слоя ($z = 0$) акустически прозрачной, а вторую ($z = h$) – жесткой, представим сжатие в звуковом поле в слое стоячей волной

$$\varepsilon \approx 2\varepsilon_0 \cos[k_s(h-z)] \sin \omega t, \quad (2.7)$$

где $k_s = \omega/c$ – волновое число звука в слое, c – скорость звука.

В анализе эффекта ограничимся частотами, при которых длина звуковой волны в холестерическом кристалле больше шага спирали, и в последующих уравнениях для возмущений заменим усредненный по периоду колебаний квадрат сжатия жидкости в слое, определяющий эффект, на его усредненное по толщине слоя значение

$$\overline{\varepsilon^2} = \varepsilon_0^2 [1 + \sin(2k_s h)/(2k_s h)].$$

ВИХРЕВОЙ МЕХАНИЗМ ДЕСТАБИЛИЗАЦИИ ХОЛЕСТЕРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим отдельно вклад в дестабилизацию ХЖК-структуры вязкоупругих напряжений, отбрасывая в уравнениях (2.5)–(2.6) нелинейные релаксационные моменты $\Gamma^{(2)}$ и напряжения $\hat{\sigma}^{(2)}$. Представим θ , φ и возмущения скорости δv в виде суммы стационарного (индекс 2) и осциллирующего (штрих) с частотой звука слагаемых:

$$\theta = \theta_2 + \theta', \quad \varphi = \varphi_2 + \varphi', \quad \delta v = v_2 + v',$$

и выделим уравнения для стационарных и нестационарных переменных. Рассмотрим искажения структуры с минимальной свободной энергией, когда $\theta = n_\alpha \tau_\alpha$, а функции τ_α , φ медленно меняются вдоль оси кристалла; медленно меняющимися по z функциями будем считать также и возмущения скорости. Усредним все слагаемые в уравнениях для φ , v по шагу спирали P_0 и отбросим в уравнении для осциллирующих переменных упругие моменты, малые по сравнению с вязкими.

Считаем стационарные возмущения нулевыми на границах:

$$\varphi_2|_{z=0,h} = \tau_2|_{z=0,h} = 0, \\ \Omega_z|_{z=0,h} = 0; \quad v_{2z}|_{z=0,h} = 0,$$

а осциллирующие переменные v'_z и θ' , пренебрегая эффектами в пограничных слоях с толщиной

порядка длины вязкой волны, определяем как частное решение соответствующих неоднородных уравнений. Условие существования ненулевого решения системы (2.5)–(2.6) соответствует порогу образования доменов.

Представим стационарные возмущения в виде периодически зависящих от координат x, y и удовлетворяющих нулевым граничным условиям функций

$$\varphi_2, \tau, v_{2z}, \Omega_z \sim \exp(ik_x x + ik_y y) \sin(k_z z), \quad (3.1)$$

где k_x, k_y – волновые числа, определяющие вид доменной структуры, $k_z = 2\pi/h$, при этом $\partial_\alpha = ik_\alpha$, $\Delta_\perp = -k_x^2 - k_y^2 = -k^2$.

Предполагаем выполняющимися неравенства

$$k_z < k < q_0, \quad (3.2)$$

и рассмотрим возникновение структуры типа “квадратная сетка”, в которой $k_x = k_y$. Для такой структуры обращаются в нуль усредненные по шагу спирали слагаемые $n_x \theta'_y - n_y \theta'_x$, $n_x \theta_{2,y} - n_y \theta_{2,x}$, $(\text{rot } g)_z$ и, как следствие, скорость вращения среды: $\Omega'_z = 0$.

Опуская ввиду громоздкости уравнения для осциллирующих возмущений, приведем выражения для осцилляций скорости v'_z , углов θ' и φ'

$$v'_z = \frac{k^2}{2B} \tau_{2\alpha, \alpha} \{ [\eta |D_1| \Delta E + |\Delta| \rho (\mu_3 + \alpha_6) \omega^2] \varepsilon_{zz} + \\ + [\eta (\mu_3 + \alpha_6) |D_1| - |\Delta| \rho \Delta E] v_{zz} \},$$

$$\theta' = \frac{k^2}{2B} n_\beta \tau_{2\alpha, \alpha\beta} \{ [\eta (\mu_3 + \alpha_6) |D_1| - |\Delta| \rho \Delta E] \varepsilon_{zz} - \\ - [\eta |D_1| \Delta E - |\Delta| \rho (\mu_3 + \alpha_6) \omega^2] \omega^{-2} v_{zz} \},$$

$$\varphi' = -q_0 (u'_z + u_z)$$

и взаимосвязанные уравнения для стационарных возмущений

$$\gamma A q_0 v_{2z} - M \varepsilon_0^2 q_0 \tau_{\alpha, \alpha} + \\ + K_{33} \{ [k^2 (1 - \delta'_z) + \lambda k_z^2] \varphi - q_0 \tau_{\alpha, \alpha} \} = 0, \\ \gamma A k^2 v_{2z} - M \varepsilon_0^2 k^2 \tau_{\alpha, \alpha} + \quad (3.3)$$

$$+ K_{33} \left[\left(2q_0^2 + \frac{3 + \lambda}{4} k^2 \right) \tau_{\alpha, \alpha} - 2q_0 k^2 \varphi \right] = 0,$$

$$\gamma A v_{2z} - N \varepsilon_0^2 \tau_{\alpha, \alpha} = 0.$$

Здесь

$$M = \frac{2\gamma k^2 [1 + \sin(2k_s h)/2k_s h]}{B} \times (\eta |D_{11}| \Delta E + |\Delta| \rho (\mu_3 + \alpha_6) \omega^2),$$

$$N = \frac{[1 + \sin(2k_s h)/2k_s h]}{2Bq_0^2} \times \left\{ 2\rho k^2 \omega^2 [\rho k^2 \Delta E - \eta (\mu_3 + \alpha_6) |D_{11}|] + DE \Delta E \left[1 + 2 \left(\frac{\alpha_6}{\mu_{3,0}} \right) + \left(\frac{\alpha_6}{\mu_{3,0}} \right)^2 (1 + \omega^2 \tau^2) \right] \right\},$$

$$B = \eta^2 [|D_{11}|^2 + 4\sigma^4 |\Delta|^2], \quad \sigma = \sqrt{\rho \omega / 2\eta},$$

$$|D_{11}| = \frac{2\alpha_4 + \alpha_5 + \gamma}{4\eta} k^4 + \frac{\alpha_4 + \alpha_5/2 + 3/8\alpha_1}{\eta} k^2 k_z^2 + k_z^2,$$

$$|\Delta| = k^2 + k_z^2,$$

$\mu_{3,0} = DE\tau/2$ – коэффициент вязкости μ_3 на низких частотах ($\omega\tau \ll 1$), $\sigma = \sqrt{\rho\omega/2\eta}$ – волновое число в вязкой волне, распространяющейся вдоль оси кристалла $\eta = \alpha_4/2 + \alpha_6/4$.

Значение ϵ_0 , при котором начинают нарастать возмущения с волновым числом k , определим приравняв нулю определитель системы (3.3)

$$\epsilon_0(\omega, k) = \left\{ \frac{K_{33}}{4k^2} [(3 + \lambda)(1 - \delta'_z)k^4 + 8\lambda k_z^2 q^2 - 8k^2 q^2 \delta'_z + \lambda(3 + \lambda)(1 - \delta'_z)k_z^2 k^2] \times \right. \quad (3.4)$$

$$\left. \times [(M - N)(2q^2 + k^2 + \lambda k_z^2)]^{-1} \right\}^{1/2}.$$

Волновое число k на пороге эффекта и пороговое значение ϵ_{th} находятся минимизацией $\epsilon_0(\omega, k)$ по k .

Конечное выражение для ϵ_{th} как функции параметров кристалла и ячейки громоздко. Приведем упрощенное выражение для ϵ_{th} , полученное с учетом неравенства

$$|N/M| \ll 1 \quad (3.5)$$

и неравенств (3.2); их справедливость для типичных параметров кристалла, шага спирали, толщины слоя и частот, рассмотренных ниже, подтверждается непосредственной проверкой.

При выполнении неравенств (3.2), (3.5) выражение для ϵ_0 определяется формулой

$$\epsilon_0(\omega, k) = \left\{ \frac{\eta K_{33} k_0^4 (3 + \lambda)}{8 [1 + \sin(2k_s h)/2k_s h] \gamma DE q^2} \times \right. \quad (3.6)$$

$$\left. \times \frac{(\xi^4 + 1 - 2\xi^2 \delta)(\xi^4 + a^2 \omega^2 \tau^2) (1 + \omega^2 \tau^2)}{\xi^4 + a\xi^2} \frac{1 + \omega^2 \tau^2}{\omega^2 \tau^2} \right\}^{1/2},$$

где $\xi = k/k_0$, $\delta = \delta'/\delta_0$ – отношение растяжения слоя к критическому, $a = \rho/(\eta\tau k_0^2)$, в реальном случае справедливо неравенство $a \gg 1$.

На частотах $\tau^{-1} a^{-1} < \omega < \tau^{-1}$ минимальное значение ϵ_0 в (3.6) достигается при $\xi = 1$, пороговое сжатие ϵ_{th} при этом слабо зависит от частоты

$$\epsilon_{th}^{(1)} = \frac{k_0}{q} \left\{ \frac{\rho K_{33} (3 + \lambda)}{4 [1 + \sin(2k_s h)/2k_s h] \gamma \tau DE} (1 - \delta) \right\}^{1/2}, \quad (3.7)$$

а размер доменной сетки равен $d = d_0$.

За пределами этого частотного интервала ϵ_{th} возрастает с удалением от него. На высоких частотах, когда $\omega > \tau^{-1}$, получим $\epsilon_{th} \approx \epsilon_{th}^{(1)} \sqrt{a} \omega \tau \sim \omega$, размер доменов в этом случае равен $d \approx d_0$; на низких частотах, когда $\omega < (\tau a)^{-1}$, получим соответственно $\epsilon_{th} \approx \epsilon_{th}^{(1)} \sqrt{2a/\omega\tau} \sim \omega^{-1/2}$ и $d \approx d_0 \sqrt{a\omega\tau} \sim \omega^{-1/2}$ [14]. Таким образом действие вихревого механизма в образовании акустических доменов наиболее эффективно в диапазоне частот $\tau^{-1} a^{-1} < \omega < \tau^{-1}$.

НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕЛАКСАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ ДЕСТАБИЛИЗАЦИИ ХОЛЕСТЕРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим действие стационарных нелинейных релаксационных напряжений и моментов, игнорируя в уравнениях (2.5)–(2.6) осциллирующие переменные. Для определения $\Gamma^{(2)}$, $\hat{\sigma}^{(2)}$ используем статистический подход. В его основе лежит микро модель нематического кристалла, предложенная в работах [15–19]. В рамках микро модели строится уравнение вращения отдельной молекулы и на его основе – уравнение для эволюции плотности углового распределения ориентаций молекул; одновременно определяются возникающие при этом микронапряжения. Усреднение микронапряжений по равновесному распределению позволяет построить гидродинамическое описание жидких кристаллов, определить коэффициенты вязкости Лесли, вязкоупругие свойства кристаллов, анизотропию акустических свойств [20–26]. В данной работе усреднение микронапряже-

ний и уравнения эволюции проведено по неравновесной плотности распределения ориентаций молекул НЖК, что приводит к нелинейному по скорости деформаций гидродинамическому описанию среды.

Следуя работам [17, 18, 23], будем описывать угловую зависимость в распределении ориентации молекул и микронапряжения в компонентах вектора \mathbf{L} ($|\mathbf{L}| = 1$) и представим уравнения вращения единичной молекулы и возникающие при этом микронапряжения σ'_{ij} в виде

$$\dot{L}_i = (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{L})_i + \Lambda \kappa_{ijk} v_{jk} + b G_i, \quad (4.1)$$

$$\sigma'_{ij} = -b^{-1} (a_2 N_{L,i} L_j + a_3 N_{L,j} L_i + a_5 v_{i\alpha} L_\alpha L_j + a_6 v_{j\alpha} L_\alpha L_i + a_1 v_{\alpha\beta} L_\alpha L_\beta L_i L_j), \quad (4.2)$$

где $\mathbf{N}_L = \dot{\mathbf{L}} - (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{L})$, \mathbf{G} – термодинамически сопряженная с \mathbf{N}_L сила, возникающая при неравновесном угловом распределении ориентаций молекул,

$$\kappa_{ijk} = \frac{1}{2} [\delta_{ij} L_k + \delta_{ik} L_j - 2 L_i L_j L_k],$$

b – вращательная подвижность, a_k – кинетические коэффициенты, причем

$$a_2 - a_3 = 1, \quad a_2 + a_3 = a_6 - a_5 = \Lambda.$$

Коэффициент Λ зависит от формы молекул, меняясь от значения $\Lambda = 1$ для молекул в форме вытянутых эллипсоидов до значения $\Lambda = -1$ для дискообразных молекул [20]. Имея ввиду вытянутую форму молекул, полагаем далее $\Lambda = 1$.

Силы \mathbf{G} могут быть представлены в виде [18, 19]

$$G_i = -T \left(\frac{\partial}{\partial L_i} - L_i L_j \frac{\partial}{\partial L_j} \right) f, \quad (4.3)$$

где $f' = (f - f_0)/f_0$ – относительное отклонение плотности углового распределения осей молекул $f = f(\mathbf{L})$ от квазиравновесного больцмановского распределения $f_0 = \text{const} \exp\{-E/T\}$, $E = E(\mathbf{L})$ – ориентационная энергия молекул, T – температура в энергетическом представлении. В квазиравновесном распределении f_0 фигурируют мгновенные значения температуры T , давления P , директора \mathbf{n} , моментов углового распределения $\langle L_{i_1} L_{i_2} \dots L_{i_k} \rangle$, усредненных по неравновесной плотности распределения f ; в равновесном распределении f_0 берутся невозмущенные значения указанных величин.

Из (4.2), (4.3) получим следующее выражение для тензора микронапряжений

$$\sigma'_{ij} = T \left(L_j \frac{\partial}{\partial L_i} - L_j L_i L_k \frac{\partial}{\partial L_k} \right) f - \frac{1}{2} b^{-1} (1 + a_5 + a_6) (v_{i\alpha} L_\alpha L_j + v_{j\alpha} L_\alpha L_i) - b^{-1} (a_1 - 1) v_{\alpha\beta} L_\alpha L_\beta L_i L_j. \quad (4.4)$$

Его усреднение по неравновесному распределению $f = f_0(1 + f')$ дает нелинейные релаксационные напряжения.

Плотность углового распределения f удовлетворяет уравнению неразрывности в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left[\frac{\partial}{\partial L_i} - L_i L_j \frac{\partial}{\partial L_j} \right] (L_i f) = 0, \quad (4.5)$$

которое совместно с уравнением вращения молекул (2.1) и соотношением (2.3) приводит к уравнению угловой диффузии для функции f' . Ориентационное взаимодействие молекул описываем самосогласованным полем с потенциалом Майера-Заупе $E(L) = -d \langle P_2(L_1) \rangle P_2(L_1)$, где d – постоянная поля, P_k – полиномы Лежандра, $L_1 = \mathbf{nL}$ – проекция вектора \mathbf{L} на ось кристалла, угловые скобки здесь и далее означают усреднение по равновесному угловому распределению f_0 . Уравнение для f' получено и исследовано в работах [22, 23], ограничиваясь в его решении лишь релаксацией параметра ориентационного порядка, представим возмущение f' и неравновесную плотность распределения в виде

$$f' = (P_2 - \langle P_2 \rangle) A_{11}, \\ f = f_0 \{ 1 + 3d_T L_1 L_s \delta n_s + (P_2 - \langle P_2 \rangle) \{ -K \beta_S^{-1} \epsilon + \beta A_{11} \} \}. \quad (4.6)$$

Здесь $A_{11} = \beta^{-1} \{ K \beta_S^{-1} [F \epsilon + (1 - F) \tau \dot{\epsilon}] - 3R [F \epsilon_{11} + (1 - F) \tau \dot{\epsilon}_{11}] \}$, β_S – адиабатическая сжимаемость, $R = 1 - d_T/7 + 12d_T R_{24}/(35R_{22})$, $R_{nm} = \langle P_n P_m \rangle - \langle P_n \rangle \langle P_m \rangle$, $d_T = d \langle P_2 \rangle / T$, $\epsilon_{11} = \epsilon_{ik} n_i n_k - 1/3 \epsilon$, параметры K и β имеют вид

$$K = \beta d_T \frac{1}{T} \left(\frac{\partial T_c}{\partial p} - \frac{\alpha T V}{C_p} \right), \\ \beta = \left(1 + n R_{22} \frac{d_T^2}{C_p} - R_{22} \frac{d}{T} \right)^{-1},$$

T_c – температура ориентационного плавления кристалла, α – объемный коэффициент теплового расширения, V – объем, C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, функция $F = F(\omega \tau)$ определяет релаксационную зависимость возмущения углового распределения от частоты воздействия.

В одномерном звуковом поле, с направлением колебаний, определяемым единичным вектором \mathbf{m} , напряжения $\hat{\sigma}^{(2)}$ приводятся к виду

$$\hat{\sigma}^{(2)} = nT\varepsilon^2 \hat{\Sigma}(\omega, \mathbf{m}, \mathbf{n}), \quad (4.7)$$

в котором безразмерная тензорная функция $\hat{\Sigma}(\omega, \mathbf{m}, \mathbf{n})$ определяет зависимость нелинейных напряжений от молекулярных параметров среды, частоты и направления распространения звука, ее компоненты равны

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij} = & \beta^{-1} [K\beta_s^{-1} + R(3m_1^2 - 1)] \times \\ & \times F(\omega\tau) \left\{ -\frac{3}{2} \langle P_2 \rangle m_1 (m_i n_j - m_j n_i) - \right. \\ & - 3R_{22}(a_5 + a_6)R \left[m_1 (m_i n_j + m_j n_i) - \frac{2}{3} m_i m_j \right] - \\ & - 6a_1 R \left[\langle P_2^2 (P_2 - \langle P_2 \rangle) \rangle (m_1^2 - 1/3) + \frac{1}{3} R_{22} \right] \times \\ & \times (n_i n_j - \delta_{ij}/3) - 6a_1 R \langle P_2^2 (P_2 - \langle P_2 \rangle) \rangle (m_1^2 - 1/3) \delta_{ij} - \\ & - \frac{3}{4} a_1 R \langle (1 - L_1^2)^2 (P_2 - \langle P_2 \rangle) \rangle \times \\ & \left. \times [2m_i m_j - m_1^2 n_i n_j - (\mathbf{n} \times \mathbf{m})_i (\mathbf{n} \times \mathbf{m})_j] \right\}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Уравнение вращения директора выведем непосредственно из уравнения баланса плотности распределения (2.6). Умножим все слагаемые в уравнении на $L_1 L_s$ ($s = 2, 3$) и проинтегрируем по направлениям вектора \mathbf{L} . Учитывая соотношение $\langle L_1^2 - L_1^4 \rangle = 2d/3T$, которое несложно получить для бoльцмановского распределения с потенциалом Майера-Заупе, приведем уравнение вращения директора к виду

$$\begin{aligned} \dot{n}_s + \frac{bT}{\langle P_2 \rangle} \int f(n_i L_s + L_1 \delta_{is}) \left[\frac{\partial}{\partial L_i} - L_i L_j \frac{\partial}{\partial L_j} \right] f d\mathbf{L} - \\ - \frac{1}{\langle P_2 \rangle} \int f(n_i L_s + L_1 \delta_{is}) \{ v_{i,p} L_p - v_{pq} L_p L_q L_i \} d\mathbf{L} = 0. \end{aligned}$$

Преобразуя это уравнение с использованием (4.6), приходим к нелинейному уравнению вращения директора. Выделим в нем ту часть, которая описывает медленные по сравнению с частотой внешнего воздействия эволюции директора, для чего усредним каждое из слагаемых по периоду колебаний. Добавляя также упругие моменты Франка Γ , не заложенные в исходной молекулярной модели НЖК, получим конечное уравнение

для медленного вращения директора в одномерном звуковом поле

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{n}} - \frac{1}{2} (\text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{n}) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} [\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}] - \\ - \frac{1}{\gamma_1} \Gamma - \omega_2 F \varepsilon_0^2 m_1 (\mathbf{m} - m_1 \mathbf{n}) = 0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_2 = \frac{[1 + \sin(2k_s h)/2k_s h]}{\tau \langle P_2 \rangle} [K\beta_s^{-1} + \\ + R(3m_1^2 - 1)] \left\{ \frac{1}{7} \left(R_{22} + \frac{16}{5} R_{24} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{6} (\langle P_2 \rangle + 2 - 10T/d) \right\} \end{aligned}$$

– параметр, имеющий размерность частоты.

В рассматриваемом воздействии звукового поля на ХЖК-слой получим $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$, $\mathbf{n} = (n_x, n_y, \theta)$, $m_1 = \theta$; в выражении для ω_2 в дальнейших рассуждениях опускаем малое слагаемое, содержащее m_1^2 . Определяя матричные элементы Σ_{ij} по формуле (4.8), выпишем необходимые для формулирования уравнений компоненты тензора напряжений

$$\sigma_{zs}^{(2)} = -2\gamma\omega_1^+ \varepsilon_0^2 F \theta n_s, \quad \sigma_{sz}^{(2)} = 2\gamma\omega_1^- \varepsilon_0^2 F \theta n_s, \quad (4.10)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_1^\pm = \frac{nT}{2\gamma} \beta^{-1} \left[1 + \frac{\sin(2k_s h)}{2k_s h} \right] (K\beta_s^{-1} - R) \times \\ \times \left\{ \frac{3}{2} \langle P_2 \rangle \pm R [3R_{22}(a_5 + a_6) + \right. \\ \left. + 2a_1 (R_{22} - \langle P_2^2 (P_2 - \langle P_2 \rangle) \rangle)] \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

– параметры, также имеющие размерность частоты.

Напряжения $\sigma_{xy}^{(2)}$ симметричны по перестановке индексов, диагональные элементы тензора напряжений $\hat{\sigma}^{(2)}$ совпадают – эти компоненты не войдут в уравнение движения.

Рассмотрим по-прежнему искажения структуры с минимальной свободной энергией, когда $\theta = n_\alpha \tau_\alpha$, а функции τ_α , φ и скорости потоков медленно меняются вдоль оси кристалла; периодическую зависимость переменных от координат определяем по формулам (3.1). Сохраняя в системе (2.5–2.6) лишь нелинейные релаксационные сла-

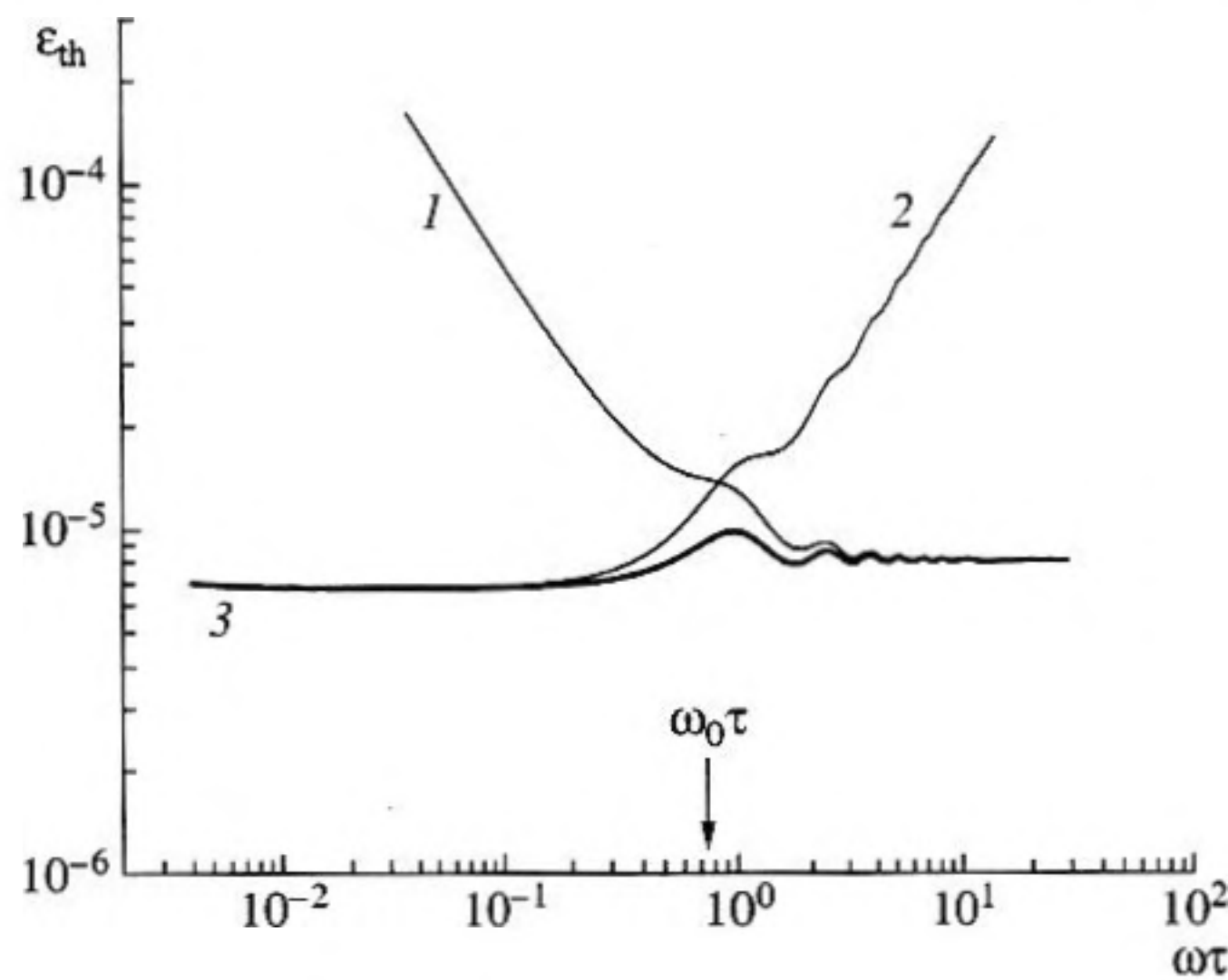


Рис. 1. Зависимость порогового сжатия от частоты: 1 – вихревой механизм, 2 – нелинейный релаксационный механизм, 3 – полная теория. Параметры ХЖК-слоя: $h = 100$ Мкм и $P_0 = 10$ Мкм, $\delta = 0.8$.

гаемые, выделим уравнения для τ , φ_2 , $v_{z,z}$, Ω_z , с коэффициентами, содержащими внешнее воздействие ε_0^2

$$\begin{aligned} \gamma(qv_z - \Omega_z) + K_{33}\{[k^2(1 - \delta'_z) + \lambda k_z^2]\varphi - q\tau_{\alpha,\alpha}\} &= 0, \\ \gamma k^2 v_z - \gamma \omega_2 F \varepsilon_0^2 k^2 \tau_{\alpha,\alpha} + \\ + K_{33}\left[\left(2q^2 + \frac{3 + \lambda}{4}k^2\right)\tau_{\alpha,\alpha} - 2qk^2\varphi\right] &= 0, \quad (4.12) \\ q(qv_z - \Omega_z) + \omega_1^+ F \varepsilon_0^2 \tau_{\alpha,\alpha} &= 0, \\ \left(\eta + \frac{1}{4}\alpha_5\right)\Omega_z - \frac{1}{2}\gamma(qv_z - \Omega_z) &= 0. \end{aligned}$$

Значение ε_0 , при котором начинают нарастать возмущения с волновым числом k , определим, приравняв нулю определитель системы (4.12)

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(\omega, k) &= \\ &= \left\{ \frac{(3 + \lambda)K_{33}}{4\gamma(2\omega_1^+ A + \omega_2)} \frac{k^4 + k_0^4 - 2k^2 k_0^2 \delta}{k^2} F^{-1}(\omega\tau) \right\}^{1/2}, \end{aligned}$$

где $A = (\eta + \alpha_5/4)/(\gamma/2 + \eta + \alpha_5/4)$.

Волновое число доменной структуры на пороге эффекта k_{th} и пороговое значение $\varepsilon_{th}^{(2)}$ находятся минимизацией $\varepsilon_0(\omega, k)$ по k :

$$\begin{aligned} k_{th} = k_0 &= \frac{2\pi}{\sqrt{P_0 h}} \left(\frac{2\lambda}{3 + \lambda} \right)^{1/4}, \\ \varepsilon_{th}^{(2)} &= \left\{ \frac{(3 + \lambda)K_{33}k_0^2}{\gamma(2\omega_1^+ A + \omega_2)} \frac{1 + (\omega\tau)^2}{(\omega\tau)^2} (1 - \delta) \right\}^{1/2}. \quad (4.13) \end{aligned}$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравним действие рассмотренных механизмов дестабилизации структуры ХЖК-слоя между собой и с данными эксперимента. Экспериментальное наблюдение доменов в ХЖК-слое при воздействии ультразвука в диапазоне частот 0.3–3.6 МГц описано в работах [1, 11, 12]. В них отмечается появление доменной структуры типа “квадратная сетка” со сторонами, параллельными и перпендикулярными линиям натирания граничной поверхности; сетка появляется лишь на отдельных участках ХЖК-слоя, где, по-видимому, имеет место растяжение слоя на дисклинациях.

В численном анализе параметры холестерического кристалла полагались равными типичным значениям для нематических кристаллов: $K_{33} \approx 0.5 \times 10^{-11}$ Н, $\alpha_4 \approx \gamma_1 \approx 0.1$ Па [10], $c = 1.5 \times 10^3$ м/с, $\tau = 3 \times 10^{-8}$ с, $\beta_S = 0.5 \times 10^{-9}$ Н⁻¹ м² [27], $DE = 2 \times 10^7$ Н/м² [28], $\alpha_6 \approx 0$, $\rho \approx 10^3$ Кг м⁻³ [29], $\partial T_c / \partial P = 3.5 \times 10^{-7}$ град м² Н⁻¹ [30], $C_p = 2 \times 10^6$ Дж м⁻³ [31], $d \approx 0.45T_c$ [12], $T_c = 319$ К^o [10]. Пороговое сжатие и размер доменов определялись для температуры $T = 310$ К^o, при которой молекулярные параметры среды равны $\langle P_2 \rangle = 0.6$, $\beta \approx 5$, $d_T \approx 2.5$. Приравняв d_0 (2.4) экспериментальному размеру доменов $d \approx 18.5$ Мкм, возникающих при статическом растяжении ХЖК-слоя толщины $h = 22$ Мкм с шагом спирали $P_0 = 4.3$ Мкм [12], получим значение $\lambda = K_{22}/K \approx 2.8 \times 10^{-2}$. Кинетические коэффициенты a_1 и $a_5 + a_6$ в параметре ω_1^+ в рамках рассматриваемой модели остаются неопределенными. Оценим их величину, следуя работам [18, 19, 24, 25], в которых анизотропная часть напряжений Лесли с коэффициентами вязкости α_k ($k \neq 4$) обусловлена в основном градиентами f^i . В этом случае второе и третье слагаемые в формуле (4.4) должны быть малы, что дает значения $a_1 \approx 1$, $a_5 + a_6 \approx -1$, которые используются в численных расчетах $\varepsilon_{th}^{(2)}$.

И вихревой и нелинейный релаксационный механизмы приводят к дестабилизации структуры холестерического жидкого кристалла в звуковом поле и появлению доменной структуры в ХЖК-слое. Их действие проявляется в различной области частот: первый – в интервале $(a\tau)^{-1} < \omega < \tau^{-1}$, второй – при $\omega > \tau^{-1}$. Численное сопоставление вихревого и релаксационного порогов эффекта проведено на рис. 1, где по формулам (3.6) и (4.13) построены кривые для пороговых значений ε_{th} как функций приведенной частоты $\omega\tau$ для толщины слоя $h = 100$ Мкм и шага спирали $P_0 = 10$ Мкм; в формуле (3.6) полагалось $\xi = 1$. Относительное растяжение слоя в обоих случаях принималось равным $\delta = 0.8$.

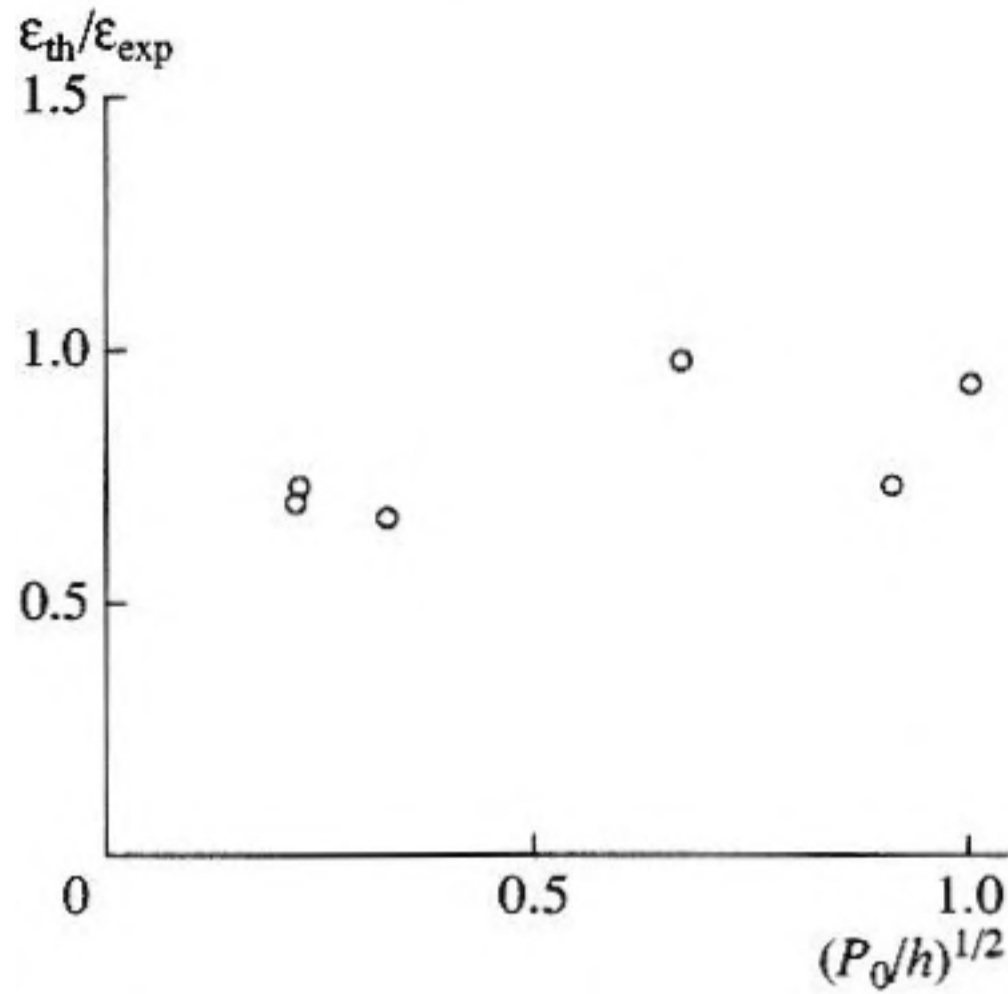


Рис. 2. Отношение теоретического сжатия ϵ_{th} к экспериментальному ϵ_{exp} для различных значений P_0/h .

На том же рисунке построена кривая для частотной зависимости пороговой амплитуды сжатия ϵ_{th} , полученной при одновременном учете действия обоих механизмов. Выражение для ϵ_{th} строится сложением обратных квадратов $\epsilon_{th}^{(1)}$ и $\epsilon_{th}^{(2)}$:

$$\epsilon_{th} = \left\{ \frac{1}{[\epsilon_{th}^{(1)}]^2} + \frac{1}{[\epsilon_{th}^{(2)}]^2} \right\}^{-1/2}. \quad (5.1)$$

Рис. 1 демонстрирует, что вихревой и релаксационный механизмы дестабилизации структуры холестерического жидкого кристалла и образования доменов в ХЖК-слое являются определяющими в разных диапазонах частот, границу которых $\omega = \omega_0$ можно оценить соотношением $\omega_0 \approx 2.25 \times 10^{-2} h/P_0 \tau^{-1}$. Дополняя друг друга, эти механизмы расширяют частотный диапазон в котором должен наблюдаться эффект. Значения $\epsilon_{th}^{(1)}$ при $\omega \tau \ll 1$ и $\epsilon_{th}^{(2)}$ при $\omega \tau \gg 1$ мало отличаются, что приводит к слабой зависимости порогового сжатия ϵ_{th} от частоты. Так для толщины слоя $h = 100$ Мкм и шага спирали $P_0 = 4$ Мкм пороговое сжатие меняется от значения $\epsilon_{th} \approx 0.7 \times 10^{-5}$ на низких частотах до $\epsilon_{th} \approx 0.8 \times 10^{-5}$ на высоких частотах. Соответствующее значение пороговой интенсивности звука в падающей на слой волне равно $I_{th} = \epsilon_{th}^2 \rho c^3 \approx 0.02$ Вт/см².

И вихревой и релаксационный механизмы приводят к образованию акустических доменов в ХЖК-слое одного и того же размера d_0 , не зависящего от частоты, и визуально их проявления схожи. Но они приводят к различной зависимости порогового сжатия от шага холестерической спи-

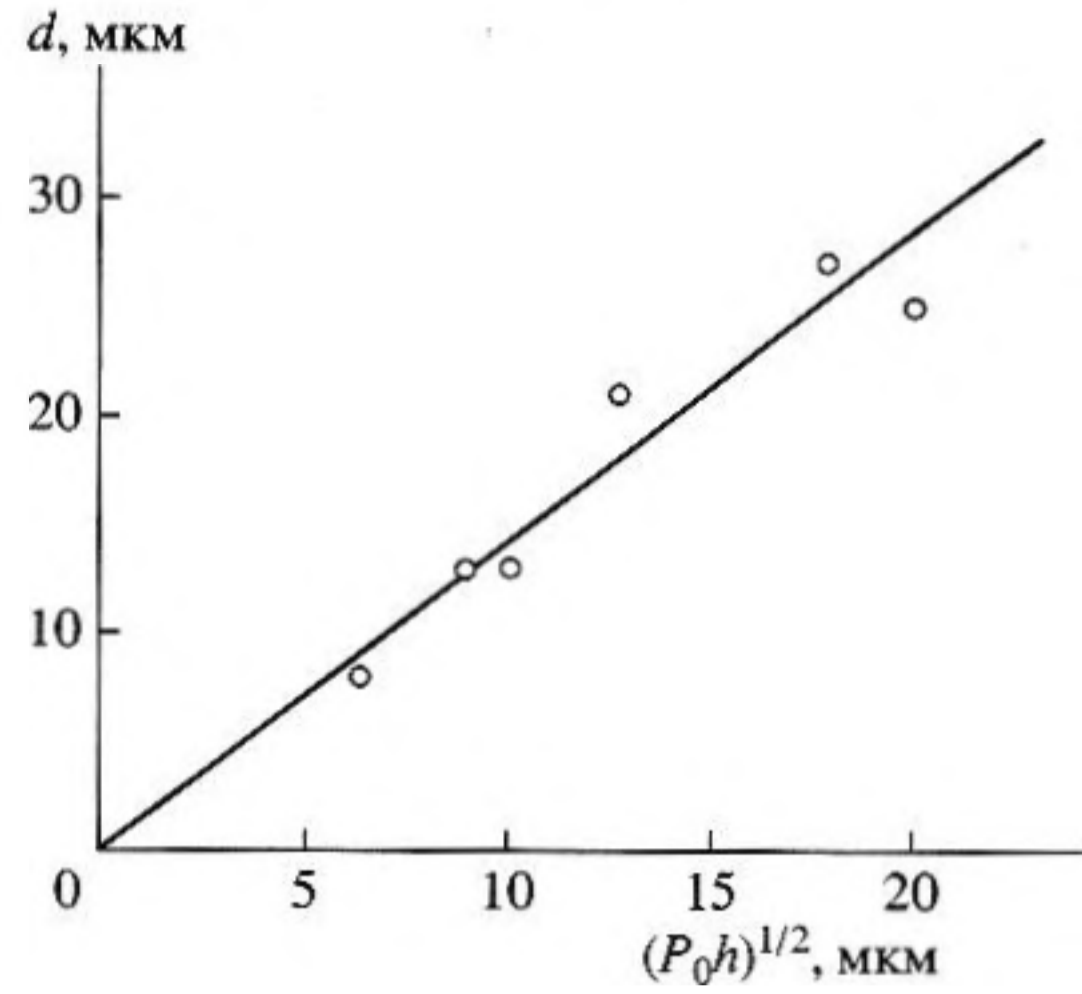


Рис. 3. Теоретический (прямая) и экспериментальный размеры "доменов" для различных значений P_0 и h .

рали: $\epsilon_{th} \sim 1/\sqrt{P_0}$ – для нелинейного релаксационного механизма и $\epsilon_{th} \sim \sqrt{P_0}$ – для вихревого, и их действие может быть идентифицировано в эксперименте.

Сравнение теоретического и экспериментального порогов эффекта, соответственно ϵ_{th} и ϵ_{exp} , проведено на рис. 2, где нанесены значения $\epsilon_{th}/\epsilon_{exp}$ как функции $\sqrt{P_0 h}$ для различных ω , h , P_0 . Пороговое сжатие ϵ_{th} определялось по формулам (5.1), (3.6), (4.13) при $\xi = 1$, значения ϵ_{exp} пересчитаны по данным эксперимента, приведенным в работе [1, 12]. Сравнение теоретического и экспериментального размера доменов проведено на рис. 3, где построена теоретическая кривая для $d = d_0$ как функции $\sqrt{P_0 h}$ и нанесены экспериментальные значения [1, 12].

Рисунки 2, 3 демонстрируют хорошее согласие результатов теоретического расчета с данными эксперимента. Близость результатов теории, построенной с учетом релаксационных процессов, и эксперимента указывает на то, что процессы структурной релаксации могут играть определяющее значение в формировании пространственно-модулированных структур в жидких кристаллах, подверженных действию ультразвука, и должны учитываться в теории соответствующих явлений.

В заключение для рассмотренных параметров ХЖК-слоя приведем следующие численные оценки:

$$\frac{k_{th}}{q} \approx 0.16, \quad \frac{k_z}{k_{th}} \approx 0.5, \quad \frac{N}{M} \sim 10^{-2},$$

которые указывают на справедливость неравенств (3.2, 3.5), использованных при выводе формулы (3.6).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 00-02-17732.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капустин А.П., Капустина О.А. Акустика жидких кристаллов. М.: Наука, 1986. С. 247.
2. Pattern formation in liquid crystals // Edit. A. Buka, L. Kramer – NY: Springer-Verlag, 1996. 339 p.
3. Demus Ed. Ultrasonic properties of liquid crystals. // Physical properties of liquid crystals. 2000. V. 1. Germany. WILEY-VCH. P. 447–466.
4. Kozhevnikov E.N. Domain structure in a normally oriented liquid crystal layer under action of low-frequency shear. // Sov. Phys. JETP. 1986. V. 64. № 5. P. 793–796.
5. Hogan S.J., Mullen T., Woodford P. Rectilinear low-frequency shear of homogeneously aligned nematic liquid crystals. // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1993. V. 441. P. 559–573.
6. Krekhov A.P., Börsönyi T., Tóth P., Buka Á., Kramer L. Nematic liquid crystals under oscillatory shear flow // Phys. Rep. 2000. V. 337. P. 171–192.
7. Moritake H., Seike T., Toda K. Acoustooptic Effects of Nematic Liquid Crystals Induced by Elastic Wave Propagating in Glass Substrate // Jap. J. Appl. Phys. Phys. Rep. 1999. V. 38. P. 3076–3079.
8. Inoue M., Moritake H., Toda K. Periodic Properties of Domain in Nematic Liquid Crystals Induced by Elastic Waves // Jap. J. Appl. Phys. Phys. 2000. V. 389. P. 3125–3129.
9. Stephen M.J., Straley J.P. Physics of liquid crystals // Rev. of Modern Physics. 1974. V. 46. № 4. P. 617–704.
10. Де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 399 с.
11. Гурова И.Н., Капустина О.А., Лупанов В.Н., Чилая Г.С. // IV Межд. Конф. соц. стран по жидким кристаллам. Тбилиси. 1981. Тезисы докладов. Т. 2. С. 74.
12. Гурова И.Н., Капустина О.А. Неустойчивость текстуры Гранжана холестерического жидкого кристалла в ультразвуковом поле // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 3. С. 338–343.
13. Кожевников Е.Н. Доменная структура в холестерическом жидком кристалле при воздействии ультразвука. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 4. С. 1306–1315.
14. Кожевников Е.Н. Структура холестерического жидкого кристалла в ультразвуковом поле // Акуст. журн. 2001. Т. 47. Вып. 3. С. 553–557.
15. Doi M., Edwards S.F. Dynamics of rod-like macromolecules in concentrated solution. Part 1 // J.C.S. Faraday II. 1978. V. 74. P. 560–570.
16. Doi M., Edwards S.F. Dynamics of rod-like macromolecules in concentrated solution. Part 2 // J.C.S. Faraday II. 1978. V. 74. P. 918–932.
17. Покровский В.Н. Статистическая механика разбавленных суспензий. М.: Наука, 1978. С. 178.
18. Семенов А.Н. Реологические свойства жидкокристаллического раствора стержнеобразных молекул. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. Вып. 2(8). С. 549–460.
19. Osipov M.A., Terentjev E.M. Statistical viscosity theory of nematic liquid crystals // Phys. Lett. A. 1989. V. 134. № 5. P. 301.
20. Степанов В.И. Кинетическая теория вязкоупругих свойств нематических жидких кристаллов / Статистические и динамические задачи упругости и вязкоупругости. 1983. Препринт РАН АН СССР. Институт механики сплошных сред УНЦ УРО. С. 46–57.
21. Степанов В.И. Кинетическая теория динамических свойств нематических жидких кристаллов / К статистической теории термотропных жидких кристаллов. 1982. Препринт № 106. Институт механики сплошных сред УНЦ УРО РАН АН СССР. Свердловск. С. 39–61.
22. Кожевников Е.Н. Релаксация углового распределения молекул нематического жидкого кристалла в звуковом поле // Акуст. журн. 1994. Т. 40. С. 613–618.
23. Кожевников Е.Н. Структурная релаксация нематических жидких кристаллов при распространении в них вязких волн. // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 6. С. 800–805.
24. Chrzanowska A., Sokalski K. Microscopic description of nematic liquid crystal viscosity // Phys. Rev. 1995. V. E52. P. 5228–5332.
25. Chrzanowska A., Kroger M., Sella H.S. Mesomorphic theory for the viscosities of nematic liquid crystal // Phys. Rev. 1999. V. E60. P. 4226–4234.
26. Chrzanowska A. Nematic liquid crystal theory: inadequacies of microscopic theory // Phys. Rev. 2000. V. E62. P. 1431–1434.
27. Eden D., Garland C.W., Williamson R.C. Ultrasonic investigation of the nematic-isotropic phase transition in MBBA // J. Chem. Phys. 1973. V. 58. № 5. P. 1861–1868.
28. Castro C.A., Hikata A., Elbaum C. Ultrasonic attenuation anisotropy in nematic liquid crystal. // Phys. Rev. A. 1978. V. 17. № 1. P. 353–362.
29. Lee J.S., Golub S.L., Brown G.H. An ultrasonic study of the mechanical properties of the nematic liquid crystal // J. Chem. Phys. 1972. V. 76. P. 2409.
30. Тихомирова М.А., Вистинь А.К., Носов В.Н. Влияние давления на фазовые переходы в нематических жидких кристаллах. // Кристаллография. 1972. Т. 17. № 5. С. 100–1002.
31. Сонин А.С. Лекции по жидким кристаллам. Ч. 1. М.: МГУ, 1979. С. 122.

Relaxation Nature of the Domain Structure in a Cholesteric Liquid Crystal under the Effect of Ultrasound

E. N. Kozhevnikov

Samara State University, ul. Ak. Pavlova 1, Samara, 443114 Russia

e-mail: kozhev@ssu.samara.ru

Abstract—Relaxation of orientational order in liquid crystals in a sound field is taken as the basis for the theoretical description of the spatially modulated structures arising in a layer of a cholesteric liquid crystal under the effect of ultrasound. Two mechanisms of the destabilization of a cholesteric liquid crystal layer with planar initial orientation are analyzed: the vortex mechanism, which takes into account the contribution of relaxation processes to the formation of an oscillating vortex flow in the layer of a cholesteric liquid crystal, and the nonlinear relaxation mechanism based on the stationary nonlinear stress and moments arising due to the relaxation of the orientational order in a sound field and unrelated to the vortex flows. It is demonstrated that, when both these mechanisms simultaneously are in effect, the formation of a domain structure must be observed in a wide frequency range. The results of calculations are compared with experimental data.