АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2003, том 49, № 1, с. 104–109

УДК 534.26

Посвящается Л.М. Лямшеву, с которым автору посчастливилось работать вместе более 50 лет

АКУСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ДЛИННОЙ ЛИНИИ ПРОДОЛЬНО-ИЗГИБНОГО ТИПА

© 2003 г. В. В. Тютекин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: Tyutekin@akin.ru

Поступила в редакцию 20.08.2002 г.

В статье рассматриваются свойства многоканальной длинной линии (МДЛ) продольно-изгибного типа. Получены аналитические формулы для основных акустических характеристик симметричной МДЛ при произвольном числе и произвольных параметрах одиночных линий, совершающих одновременно продольные и изгибные колебания. К таким характеристикам относятся матрица входных импедансов, а также векторные величины коэффициентов отражения и прохождения.

Проблема поглощения и изоляции звуковых и вибрационных волн является актуальной, как в теоретическом, так и в практическом плане. Наряду с широким развитием так называемых активных методов [1–6] продолжают развиваться и традиционные методы поглощения и изоляции волн (см., например, [7]). Один из таких методов описан в работах [8] и [9], которые посвящены исследованию характеристик новых акустических объектов, так называемых многоканальных длинных линии (МДЛ) для чисто продольных ([8]) и изгибных [9] типов волн.

В настоящей статье метод МДЛ обобщается на случай совместного существования в такой линии продольных и изгибных волн. Так же, как и в работах [8] и [9], вычисляются акустические характеристики МДЛ продольно-изгибного типа – входной импеданс, коэффициенты отражения и прохождения изгибной волны.

Будем полагать, что МДЛ продольно-изгибного типа состоит из одиночных длинных линий в виде параллельных друг другу плоских стержней (полос), которые могут одновременно совершать продольные и изгибные колебания с частотой ω. Каждую отдельную линию будем характеризовать параметрами: l – длина, одинаковая для всех линий, $m_j = \rho_j h_j$ – погонная масса стержней (предполагается, что их ширина много меньше длины изгибной волны), ρ_j – плотность, h_j – толщина, $G_j = \dfrac{E_j h_j^3}{12}$ и $g_j = E_j h_j$ – изгибная и продольная жесткости соответственно, E_j – модуль Юнга, $j = -N \div N$ – номер стержня. H_j – расстояние, на которое j-й стержень отстоит от "срединной" плоскости МДЛ. Предполагается, что последняя является симметричной структурой относительно этой плоскости, т.е. все параметры стержня j совпадают с соответствующими параметрами стержня $(-j)$. Например, $G_j = G_{-j}$, $\rho_j = \rho_{-j}$ и т.д; кроме того, для удобства изложения будем считать, что $H_j = -H_{-j}$ и срединные плоскости стержня $j = 0$ и МДЛ совпадают.

Рассматриваемая модель МДЛ предполагает, что левые концы всех линий ($x = 0$) соединены вместе, так же, как и их правые концы ($x = l$) (рис. 1а). Соединения осуществляются невесомыми и недеформируемыми пластинами, которые могут смещаться и поворачиваться (относительно срединной плоскости) как целое, так что поперечные смещения w_j и повороты w_j' каждого конца для всех линий одинаковы.

В соответствии с выбранной моделью будем полагать, что поперечные смещения w_j и продольные смещения u_j в каждой из одиночных длинных линий удовлетворяют уравнениям для изгибных и продольных колебаний стержня соответственно.

$$\frac{d^4 w_j}{dx^4} - k_j^4 w_j = 0, \tag{1}$$

$$\frac{d^2 u_j}{dx^2} + k_{1j} u_j = 0. \tag{2}$$

В уравнениях (1) и (2) $k_j^4 = \dfrac{m_j \omega^2}{G_j}$, $k_{1j}^2 = \dfrac{m_j \omega^2}{g_j}$, k_j и k_{1j} – волновые числа продольных и изгибных волн в j-й линии.

Общие решения уравнений (1) и (2) можно выбрать в виде

$$w_j = a_j \cos k_j x + b_j \operatorname{ch} k_j x + c_j \sin k_j x + d_j \operatorname{sh} k_j x. \quad (3)$$

$$u_j = A_j \cos k_{1j} x + B_j \sin k_{1j} x. \quad (4)$$

Граничные условия можно записать в виде

$$w_j(0, l) = w_{0,l}, \quad (5)$$

$$w_j'(0, l) = w_{0,l}', \quad (6)$$

$$\sum_{j=-N}^{N} F_j(0, l) + F_{0,l} = 0, \quad (7)$$

$$\sum_{j=-N}^{N} [M_j(0, l) + M_{1l}(0, l)] + M_{0,l} = 0, \quad (8)$$

$$u_j(0, l) = H_j w_{0,l}', \quad (9)$$

$$M_{1,j}(0, l) = H_j N_j(0, l). \quad (10)$$

Здесь $w_{0,l}$, $w_{0,l}'$ – неизвестные смещения и повороты при $x = 0$ и $x = l$, F_j и M_j – перерезывающие силы и изгибающие моменты, N_j – продольные силы, M_{1j} – "дополнительные" моменты, возникающие за счет продольных сил, $F_{0,l}$ и $M_{0,l}$ – заданные поперечные силы и крутящие моменты, приложенные к связующим пластинам. Уравнения (5)–(7) относятся к изгибным колебаниям, а уравнения (8)–(10) описывают их связь с продольными колебаниями.

Величины F_j, M_j и N_j выражаются через обобщенные смещения известными формулами

$$F_j = -G_j \frac{d^3 w_j}{dx^3}, \quad M_j = -G_j \frac{d^2 w_j}{dx^2}, \quad N_j = -g_j \frac{du_j}{dx}. \quad (11)$$

Введем далее в рассмотрение относительные величины сил

$$f_j = \frac{F_j}{G_j k_j^3}, \quad m_j = \frac{M_j}{G_j k_j^2}, \quad n_j = \frac{N_j}{g_j k_{1j}}. \quad (12)$$

Используя решения (3) и (4), а также формулы (11) и (12), можно выразить неизвестные постоянные через значения функций в точке $x = 0$.

$$a_j = \frac{1}{2}\left[\frac{w_j'(0)}{k_j} - f_j(0)\right], \quad b_j = \frac{1}{2}\left[\frac{w_j'(0)}{k_j} + f_j(0)\right],$$

$$c_j = \frac{1}{2}[w_j(0) - m_j(0)], \quad d_j = \frac{1}{2}[w_j(0) + m_j(0)],$$

$$A_j = -n_j(0), \quad B_j = u_j(0).$$

Подставив эти значения в (3), (4) и (12) при $x = l$ и введя вектор обобщенных сил и смещений для

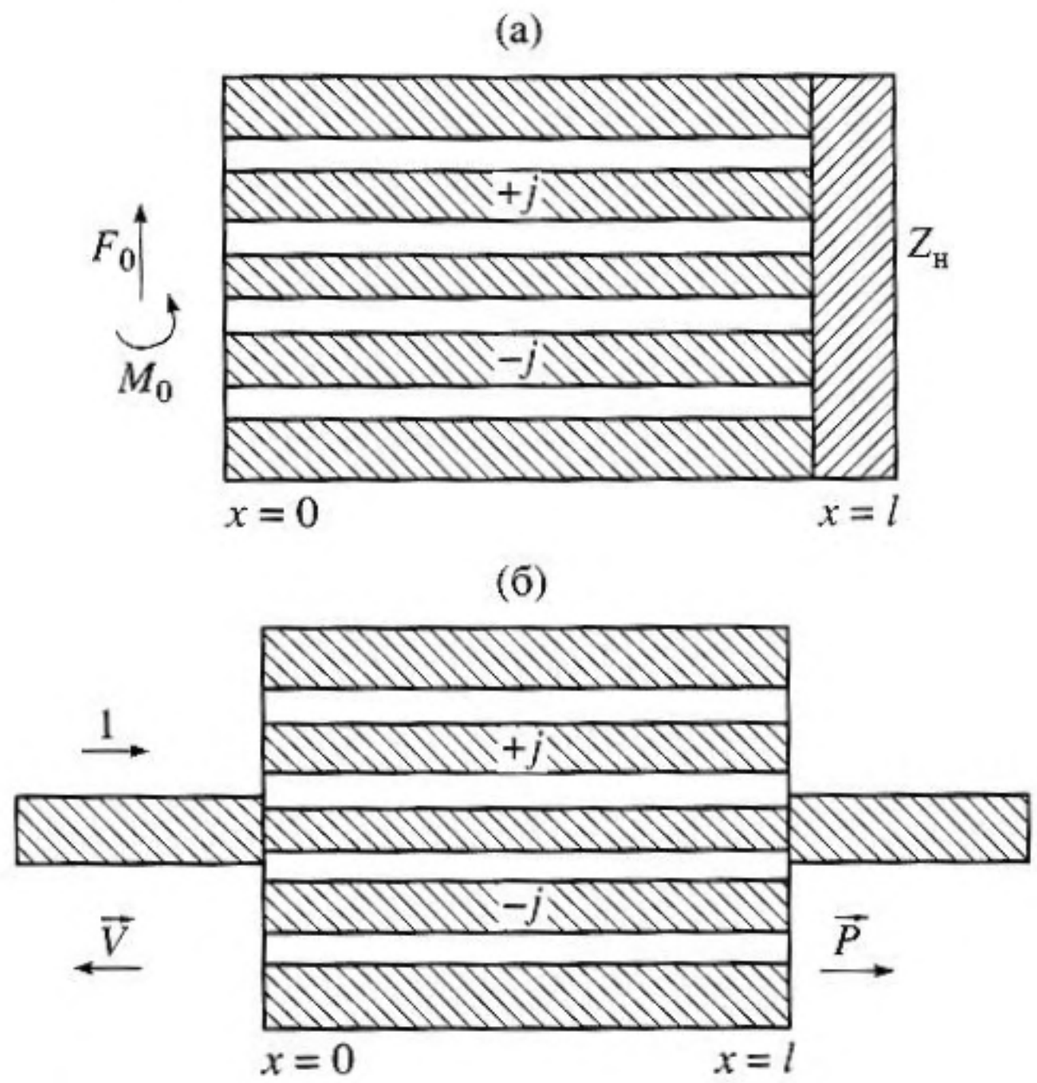

Рис. 1. К выводу уравнений для акустических характеристик МДЛ продольно-изгибного типа.

каждого конца отдельной линии $\vec{Q}_j(0, l) = [m_j(0, l), f_j(0, l)]^T$, $\vec{U}_j(0, l) = \left[w_j(0, l), \frac{w_j'(0, l)}{k_j}\right]^T$, получим для изгибной составляющей колебаний систему

$$2\vec{U}_j(l) = P_j \vec{U}_j(0) + R_j \vec{Q}_j(0), \quad (13)$$

$$2\vec{Q}_j(l) = R_j \vec{U}_j(0) + P_j \vec{Q}_j(0). \quad (14)$$

Здесь P_j и R_j 2×2-матрицы, имеющие вид

$$P_j = \begin{pmatrix} C_j^+ & S_j^+ \\ S_j^- & C_j^+ \end{pmatrix} \quad R_j = \begin{pmatrix} C_j^- & S_j^- \\ S_j^+ & C_j^- \end{pmatrix},$$

где входящие в них функции равны

$$C_j^{\pm} = \operatorname{ch}\varphi_j \pm \cos\varphi_j, \quad S_j^{\pm} = \operatorname{sh}\varphi_j \pm \sin\varphi_j,$$

$$\varphi_j = k_j l.$$

Для продольной составляющей аналогичным образом получим:

$$n_j(0) = \frac{u_j(l)}{\sin\varphi_{1j}} - u_j(0)\operatorname{ctg}\varphi_{1j},$$

$$n_j(l) = u_j(l)\operatorname{ctg}\varphi_{1j} - \frac{u_j(0)}{\sin\varphi_{1j}}, \quad \varphi_{1j} = k_{1j} l. \quad (15)$$

Именно эти последние уравнения были использованы в работе [8] для получения основных ее ре-

зультатов. Используя далее граничные условия (5), (6) и (9), формулы (13)–(15) можно привести к виду

$$2\vec{U}_j(l) = R_j\vec{U}_0 + P_j\vec{Q}_j(0), \tag{16}$$

$$2\vec{Q}_j(l) = R_j\vec{U}_0 + P_j\vec{Q}_j(0), \tag{17}$$

$$n_j(0) = H_j\left(\frac{w_l'}{\sin\varphi_{1j}} - w_0'\operatorname{ctg}\varphi_{1j}\right),$$
$$n_j(l) = H_j\left(w_l'\operatorname{ctg}\varphi_{1j} - \frac{w_0'}{\sin\varphi_{1j}}\right). \tag{18}$$

Здесь $\vec{U}_0 = \left(w_0, \frac{w_0'}{k_j}\right)^T$ и $\vec{U}_l = \left(w_l, \frac{w_l'}{k_j}\right)^T$.

С целью возможности применения граничных условий (7) и (8) необходимо из выражений (16) и (17) получить $\vec{Q}_j(0)$ и $\vec{Q}_j(l)$ как явные функции величин $\vec{U}_0$ и $\vec{U}_l$. Для удобства дальнейших преобразований целесообразно обратно перейти к поэлементному представлению векторов. Из выражений (16) и (17) после несложных, но громоздких преобразований, связанных с перемножением матриц, получим:

$$m_j(0) = \left(-p_jw_0 - T_j^-\frac{w_0'}{k_j} + C_j^-w_l - S_j^-\frac{w_l'}{k_j}\right)\Delta_j^{-1}, \tag{19}$$

$$f_j(0) = \left(T_j^+w_0 + p_j\frac{w_0'}{k_j} - S_j^+w_l + C_j^-\frac{w_l'}{k_j}\right)\Delta_j^{-1}, \tag{20}$$

$$m_j(l) = \left(C_j^-w_0 + S_j^-\frac{w_0'}{k_j} - p_jw_l + T_j^-\frac{w_l'}{k_j}\right)\Delta_j^{-1}, \tag{21}$$

$$f_j(l) = \left(S_j^+w_0 + C_j^-\frac{w_0'}{k_j} - T_j^+w_l + p_j\frac{w_l'}{k_j}\right)\Delta_j^{-1}. \tag{22}$$

В приведенные формулы введены дополнительные постоянные, имеющие значения

$$p_j = \operatorname{sh}\varphi_j\sin\varphi_j, \quad T_j^{\pm} = \sin\varphi_j\operatorname{ch}\varphi_j \pm \cos\varphi_j\operatorname{sh}\varphi_j,$$
$$\Delta_j = 1 - \cos\varphi_j\operatorname{ch}\varphi_j.$$

Для удобства дальнейшего изложения введем в рассмотрение параметры G^0, k^0 и g^0, k_1^0 некоторой линии "сравнения" и безразмерные величины

$$\psi_j = \frac{G_j}{G^0}, \quad \xi_j = \frac{k_j}{k^0}, \quad \psi_{1j} = \frac{g_j}{G^0}, \quad \xi_{1j} = \frac{k_{1j}}{k^0}. \tag{23}$$

С учетом формул (23) выражения для перенормированных обобщенных сил можно преобразовать к виду

$$m_j(0) = \frac{\Psi_j\xi_j^2}{\Delta_j}\left(-p_jw_0 - T_j^-\xi_j^{-1}\frac{w_0'}{k^0} + C_j^-w_l - S_j^-\xi_j^{-1}\frac{w_l'}{k^0}\right), \tag{24}$$

$$f_j(0) = \frac{\Psi_j\xi_j^3}{\Delta_j}\left(T_j^+w_0 + p_j\xi_j^{-1}\frac{w_0'}{k^0} - S_j^+w_l + C_j^-\xi_j^{-1}\frac{w_l'}{k^0}\right), \tag{25}$$

$$m_j(l) = \frac{\Psi_j\xi_j^2}{\Delta_j}\left(C_j^-w_0 + S_j^-\xi_j^{-1}\frac{w_0'}{k^0} - p_jw_l + T_j^-\xi_j^{-1}\frac{w_l'}{k^0}\right), \tag{26}$$

$$f_j(l) = \frac{\Psi_j\xi_j^3}{\Delta_j}\left(S_j^+w_0 + C_j^-\xi_j^{-1}\frac{w_0'}{k^0} - T_j^+w_l + p_j\xi_j^{-1}\frac{w_l'}{k^0}\right), \tag{27}$$

$$m_{1j}(0) = \Psi_{1j}\xi_{1j}H_j^2\left(\frac{w_l'}{k^0}\frac{1}{\sin\varphi_{1j}} - \frac{w_0'}{k^0}\operatorname{ctg}\varphi_{1j}\right), \tag{28}$$

$$m_{1j}(l) = \Psi_{1j}\xi_{1j}H_j^2\left(\frac{w_l'}{k^0}\operatorname{ctg}\varphi_{1j} - \frac{w_0'}{k^0}\frac{1}{\sin\varphi_{1j}}\right). \tag{29}$$

Величины пока без учета продольных составляющих можно записать, введя импедансные матрицы, в виде

$$\vec{Q}(0) = Z^{00}\vec{U}_0 + Z^{0l}\vec{U}_l, \tag{30}$$

$$\vec{Q}(l) = Z^{l0}\vec{U}_0 + Z^{ll}\vec{U}_l. \tag{31}$$

Здесь $\vec{U}_0 = \left(w_0, \frac{w_0'}{k^0}\right)^T$ и $\vec{U}_l = \left(w_l, \frac{w_l'}{k^0}\right)^T$, а 2×2-матрицы Z^{ik} имеют элементы:

$$Z_{11}^{00} = -Z_{22}^{00} = Z_{11}^{ll} = -Z_{22}^{ll} = -\sum_{j=-N}^{N}\frac{\Psi_j\xi_j^2}{\Delta_j}p_j;$$

$$Z_{12}^{00} = -Z_{12}^{ll} = -\sum_{j=-N}^{N}\frac{\Psi_j\xi_j}{\Delta_j}T_j^-;$$

$$Z_{21}^{00} = -Z_{21}^{ll} = -\sum_{j=-N}^{N}\frac{\Psi_j\xi_j^3}{\Delta_j}T_j^+;$$

$$Z_{11}^{0l} = Z_{22}^{0l} = Z_{11}^{l0} = Z_{22}^{l0} = \sum_{j=-N}^{N}\frac{\Psi_j\xi_j^2}{\Delta_j}C_j^-;$$

$$Z_{12}^{0l} = Z_{12}^{l0} = -\sum_{j=-N}^{N} \frac{\Psi_j \xi_j}{\Delta_j} S_j^-;$$

$$Z_{21}^{0l} = Z_{21}^{l0} = -\sum_{j=-N}^{N} \frac{\Psi_j \xi_j^3}{\Delta_j} S_j^+.$$

Из полученных формул видно, что изгибные колебания МДЛ описываются шестью независимыми матричными элементами. Для учета продольных колебаний необходимо к этим элементам добавить матричные элементы, соответствующие влиянию продольных сил. Поскольку последние влияют только на моментную составляющую обобщенных сил и только через "поворотную" составляющую обобщенных смещений, то добавочные моменты можно представить в виде

$$m_1(0) = z_{12}^{00}\frac{w_0'}{k^0} + z_{12}^{0l}\frac{w_l'}{k^0}; \quad m_1(l) = z_{12}^{l0}\frac{w_0'}{k^0} + z_{12}^{ll}\frac{w_l'}{k^0}.$$

Здесь матричные элементы на основании формул (28) и (29) имеют значения

$$z_{12}^{00} = -z_{12}^{ll} = \sum_{j=-N}^{N} \Psi_{1j}\xi_{1j}H_j^2 \operatorname{ctg}\varphi_{1j};$$

$$z_{12}^{0l} = -z_{12}^{l0} = \sum_{j=-N}^{N} \frac{\Psi_{1j}\xi_{1j}}{\sin\varphi_{1j}} H_j^2.$$

Эти элементы должны быть добавлены к соответствующим элементам матриц изгибных импедансов. В этом случае равенства (30) и (31) могут быть переписаны в виде

$$\vec{Q}(0) = Z_{00}\vec{U}_0 + Z_{0l}\vec{U}_l, \tag{30a}$$

$$\vec{Q}(l) = Z_{l0}\vec{U}_0 + Z_{ll}\vec{U}_l. \tag{31a}$$

Здесь переобозначенные импедансы Z_{ik} учитывают как изгибную, так и продольную составляющую и, исходя из вышеизложенного, могут быть представлены в виде

$$Z_{ll} = \begin{pmatrix} Z_{11}^{00} & -(Z_{12}^{00} + z_{12}^{00}) \\ -Z_{21}^{00} & -Z_{11}^{00} \end{pmatrix};$$

$$Z_{l0} = \begin{pmatrix} Z_{11}^{0l} & Z_{12}^{0l} - z_{12}^{0l} \\ -Z_{21}^{0l} & Z_{11}^{0l} \end{pmatrix}; \tag{32}$$

$$Z_{00} = \begin{pmatrix} Z_{11}^{00} & Z_{12}^{00} + z_{12}^{00} \\ Z_{21}^{00} & -Z_{11}^{00} \end{pmatrix}; \quad Z_{0l} = \begin{pmatrix} Z_{11}^{0l} & Z_{12}^{0l} + z_{12}^{0l} \\ Z_{21}^{0l} & Z_{11}^{0l} \end{pmatrix}.$$

Из равенств (30а) и (31а) нетрудно получить матрицу входных импедансов МДЛ. Для этого представим обобщенные силы в виде

$$\vec{Q}(0) = Z_{\text{вх}}\vec{U}_0; \quad \vec{Q}(l) = Z_{\text{н}}\vec{U}_l. \tag{33}$$

Здесь $Z_{\text{вх}}$ и $Z_{\text{н}}$ – матрица входных импедансов и матрица нагрузки соответственно. Подставляя (33) в (30а) и (31а), получим

$$(Z_{00} - Z_{\text{вх}})\vec{U}_0 + Z_{0l}\vec{U}_l = 0, \tag{34}$$

$$Z_{l0}\vec{U}_0 + (Z_{ll} - Z_{\text{н}})\vec{U}_l = 0. \tag{35}$$

Исключая из (34) и (35) произвольный вектор $\vec{U}_0$ (или $\vec{U}_l$), получим взаимные связи между матрицами $Z_{\text{вх}}$ и $Z_{\text{н}}$:

$$Z_{\text{вх}} = Z_{00} - Z_{0l}(Z_{ll} - Z_{\text{н}})^{-1}Z_{l0}, \tag{36}$$

$$Z_{\text{н}} = Z_{ll} - Z_{l0}(Z_{00} - Z_{\text{вх}})^{-1}Z_{0l}. \tag{37}$$

На основании формул (36) и (37) получим далее такие акустические характеристики МДЛ, как коэффициенты отражения и прохождения изгибной волны. Модель, выбранная для расчета, представлена на рис. 1б. Слева и справа к МДЛ подсоединена одиночная длинная линия, параметры которой будем описывать введенными ранее величинами G^0 и k^0. (Конструктивно она, в частности, может "проходить" сквозь многоканальную линию, являясь линией с номером $j = 0$.) Слева по этой линии распространяется гармоническая волна единичной амплитуды

$$w = \exp(ik^0x),$$

которая порождает две отраженных волны, одну однородную, другую неоднородную, убывающую по амплитуде при $x \longrightarrow -\infty$:

$$w_1 = R\exp(-ik^0x) + E\exp(k^0x).$$

При прохождении МДЛ на ее выходе образуются аналогичные волны

$$w_2 = D\exp(ik^0(x-l)) + F\exp(-k^0(x-l)). \tag{38}$$

Здесь R и D – интересующие нас коэффициенты отражения и прохождения изгибной волны.

Используя ранее введенные обозначения, можно записать составляющие обобщенного смещения при $x = 0$ в виде

$$w_0 = 1 + R + E; \quad \frac{w_0'}{k^0} = i - iR + E.$$

Аналогично для составляющих обобщенной силы будем иметь

$$\frac{M_0}{G^0(k^0)^2} = m_0 = 1 + R + E,$$

$$\frac{F_0}{G^0(k^0)^3} = f_0 = i - iR - E.$$

Вводя вектора

$$\vec{U}_0 = \left(w_0, \frac{w_0'}{k^0}\right)^T, \quad \vec{Q}_0 = (m_0, f_0)^T,$$

$$\vec{V} = (R, E)^T \quad \text{и} \quad \vec{A}_0 = (1, i)^T,$$

приведенные выше соотношения можно записать в матричной форме

$$\vec{U}_0 = S_1\vec{V} + \vec{A}_0, \quad \vec{Q}_0 = S_2\vec{V} + \vec{A}_0. \tag{39}$$

Здесь матрицы S_1 и S_2 равны

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & 1 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -i & -1 \end{pmatrix}.$$

Введем, как и выше, матрицу входных импедансов, связанную на этот раз с падающей и отраженными волнами

$$\vec{Q}_0 = -Z^0_{\text{вх}}\vec{U}_0. \tag{40}$$

Подставляя (40) в (39) и исключая величину $\vec{U}_0$, для вектора коэффициентов отражения получим:

$$\vec{V} = -(Z^0_{\text{вх}}S_1 + S_2)^{-1}(I + Z^0_{\text{вх}})\vec{A}_0. \tag{41}$$

В формуле (41) I – единичная матрица.

Поскольку из формул (7) и (8) следует, что

$$Z_{\text{вх}} = -Z^0_{\text{вх}},$$

то окончательная формула для вектора коэффициентов отражения МДЛ принимает вид

$$\vec{V} = (Z_{\text{вх}}S_1 - S_2)^{-1}(I - Z_{\text{вх}})\vec{A}_0. \tag{42}$$

Величина $Z_{\text{н}}$, входящая в формулу (36) для $Z_{\text{вх}}$, будет определена ниже.

Аналогичным образом можно найти вектор коэффициентов прохождения МДЛ. На основе формулы (38) для прошедших волн найдем величины

$$w_l = D + F; \quad \frac{w_1'}{k^0} = iD - F;$$

$$\frac{M_l}{G^0(k^0)^2} = m_l = D - F, \quad \frac{F_l}{G^0(k^0)^3} = f_l = iD + F.$$

Вводя, как и выше, вектора

$$\vec{U}_l = \left(w_l, \frac{w_l'}{k^0}\right)^T, \quad \vec{Q}_1 = (m_l, f_l)^T, \quad \vec{P} = (D, F)^T,$$

можно записать соотношения

$$\vec{U}_l = q_1\vec{P}; \quad \vec{Q}_l = q_2\vec{P};$$

где матрицы q_1 и q_2 имеют вид

$$q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -1 \end{pmatrix}, \quad q_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & 1 \end{pmatrix}.$$

Записав очевидную цепочку равенств

$$\vec{Q}_l = Z_{\text{н}}\vec{U}_l = Z_{\text{н}}q_1\vec{P} = q_2\vec{P},$$

для величины $Z_{\text{н}}$ получим

$$Z_{\text{н}} = q_2q_1^{-1}. \tag{43}$$

Определить вектор $\vec{P}$ коэффициентов прохождения изгибной волны можно на основании формулы (34) или (35), которая может быть переписана так

$$\vec{U}_l = Z_{0l}^{-1}(Z_{\text{вх}} - Z_{00})\vec{U}_0. \tag{44}$$

Подставляя величины $\vec{U}_l$ и $\vec{U}_0$ из приведенных ранее формул, получим для искомого вектора формулу, выраженную через определенные ранее величины

$$\vec{P} = q_1^{-1}Z_{0l}^{-1}(Z_{\text{вх}} - Z_{00})(S_1\vec{V} + \vec{A}_0). \tag{45}$$

Отметим, что поскольку, как это видно из формулы (41), вектор $\vec{V}$ пропорционален вектору $\vec{A}_0$, то и вектор $\vec{P}$ ему пропорционален.

Таким образом, получены основные акустические характеристики МДЛ изгибно-продольного типа: входной импеданс и коэффициенты отражения и прохождения при возбуждении ее изгибной волной, распространяющейся по одиночной линии, присоединенной к МДЛ в ее срединной плоскости, являющейся плоскостью симметрии. Отметим, что симметричная структура и описанный способ присоединения не вызывает в отраженном и прошедшем полях появления волн продольного типа. Аналогично этому, при падении на МДЛ продольной волны при отражении и прохождении не возникает волн изгибного типа. В этом случае возникает ситуация, полностью описанная в работе [8], и все ее результаты могут быть использованы при решении этой последней задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тютекин В.В.* Модель плоской активной звукопоглощающей системы // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 238–243.
2. *Бойко А.И., Тютекин В.В.* Система активного гашения звуковых полей, основанная на методе выделения пространственных гармоник // 1999. Акуст. журн. Т. 45. № 4. С. 454–460.
3. *Guo J., Pan J., Bao C.* Actively created quiet zones by multiple control sources in free space // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. № 3. P. 1492–1501.
4. *Wicker K., Arens E.* Adaptive compensation of noise in a sonar system // ACUSTICA – Acta Acustica, 1999. V. 85, Suppl. 1 S47.
5. *Fuller C.R., Cambou P.E.* A destributed active vibration absorber for sound radiation and vibration control, ACUSTICA – Acta Acustica, 1999. V. 85, Suppl. 1 S102.
6. *Коротаев Е.В., Тютекин В.В.* Экспериментальное исследование активной гасящей системы плоской формы // Акуст. журн. 2000. Т 46. № 1. С. 84–88.
7. Acoustics Handbook. *Malkom J.* Crocker, Editor-in-Chief John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997
8. *Тютекин В.В.* Акустические характеристики многоканальной длинной линии // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № . С. 809–815.
9. *Тютекин В.В.* Акустические характеристики многоканальной длинной линии // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № . С. 809–815.

Acoustic Characteristics of a Multichannel Transmission Line of Longitudinal–Flexural Type

V. V. Tyutekin

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Shvernika 4, 117036 Russia
e-mail: Tyutekin@akin.ru

Abstract—The properties of a multichannel transmission line of longitudinal–flexural type are considered. Analytical formulas are obtained for the principal acoustic characteristics of a symmetric multichannel transmission line, such as the input impedance matrix and the vectors of the reflection and transmission factors, in the case of an arbitrary number and arbitrary parameters of single lines with simultaneous longitudinal and flexural oscillations.