АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2003, том 49, № 6, с. 806–813

УДК 534

АДАПТИВНАЯ ФОКУСИРОВКА С ОБРАЩЕНИЕМ ВРЕМЕНИ В АНИЗОТРОПНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ

© 2003 г. Б.-С. Жэн, Ч.-Х. Ванг, М.-Г. Лу

Институт акустики Китайской академии наук

Пекин, 100080 КНР

E-mail: laiyulu@hotmail.com

Поступила в редакцию 15.07.2002 г.

Впервые теоретически исследован метод обращения времени в анизотропном упругом твердом теле. В качестве модели анизотропного упругого твердого тела используется поперечно-изотропная анизотропная среда (6 mm). В качестве анизотропной среды 6 mm выбрано однонаправленное эпоксидное стекловолокно. Обращенное по времени акустическое поле исследовано численно в лучевом приближении. Фокусированное акустические поле имеет разные характеристики в разных направлениях. Фокусированное поле также симметрично относительно главных осей. Обнаружено, что ширина главного лепестка фокусированного поля минимальна в направлении, соответствующем максимальной групповой скорости, и максимальна в направлении, соответствующем минимальной групповой скорости. Подробно исследована связь обращенного по времени акустического поля с параметрами анизотропной среды.

ВВЕДЕНИЕ

Обращение времени – новый метод адаптивной фокусировки, которая не требует априорных сведений о свойствах и структуре среды и преобразователя. В неоднородной среде звуковые пучки могут искривляться, а в фокусных точках может происходить расфокусировка. Это явление может приводить к фазовым искажениям и искажению изображения. С помощью метода обращения времени можно решить эту проблему и добиться фокусировки. Это подтверждено теоретически и экспериментально [1–13].

Однако фокусируемые лучи могут расфокусироваться из-за анизотропии. Пучок, фокусируемый в некоторую точку, не будет в ней сфокусирован, поскольку скорость распространения зависит от направления распространения. В различных направлениях распространения результаты фокусировки будут также различными. Адаптивная фокусировка в анизотропных средах – задача более сложная, чем такая фокусировка в средах изотропных. Адаптивной фокусировке с обращением времени в изотропных средах посвящено много работ, в то время как нам не известны работы по временному обращению в анизотропных средах.

В данной работе исследована адаптивная фокусировка с обращением времени в анизотропных средах. Сначала приведем основы теории метода обращения времени в анизотропных средах. После этого будут представлены результаты численного моделирования и их анализ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим полупространство, заполненное анизотропной средой, представляющей собой непьезоэлектрическую кристаллическую структуру 6 mm. Предположим также, что угол между кристаллографическими осями материала 6 mm и свободной поверхностью равен φ. Мы будем использовать две декартовы системы координат: систему (x, y, z), в которой оси x и y находятся на свободной поверхности, и систему (x', y', z'), ориентированную вдоль кристаллографических осей. Оси y и y' на свободной поверхности совпадают. Анизотропный материал 6 mm занимает полупространство $z \geq 0$, а в полупространстве $z < 0$ находится вакуум. Здесь мы рассматриваем распространение только двумерной волны (т.е., акустическое поле не связано с координатой y). Излучающий преобразователь располагается на свободной поверхности и имеет бесконечную длину вдоль оси y. Центр излучающего преобразователя находится в начале систем координат (x, y, z) и (x', y', z'). Схема задачи приведена на рис. 1.

АКУСТИЧЕСКАЯ ВОЛНА В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Матрица модуля упругости материала 6 mm, занимающего полупространство $z \geq 0$, постоянна в декартовой системе координат (x', y', z'):

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2$. Среда характеризуется только пятью постоянными упругости.

Воспользуемся декартовой системой координат (x, y, z). Необходимо преобразовать матрицу модуля упругости (1) к системе (x, y, z). Ее можно записать как

$$C' = \begin{pmatrix} c'_{11} & c'_{12} & c'_{13} & 0 & c'_{15} & 0 \\ c'_{12} & c'_{22} & c'_{23} & 0 & c'_{25} & 0 \\ c'_{13} & c'_{23} & c'_{33} & 0 & c'_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_{44} & 0 & c'_{46} \\ c'_{15} & c'_{25} & c'_{35} & 0 & c'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_{46} & 0 & c'_{66} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$c'_{11} = c_{11}\cos^4\varphi + c_{33}\sin^4\varphi + 2(c_{13} + 2c_{44})\sin^2\varphi\cos^2\varphi,$$

$$c'_{12} = c_{12}\cos^2\varphi + c_{13}\sin^2\varphi,$$

$$c'_{13} = c_{13}\cos^4\varphi + c_{13}\sin^4\varphi + (c_{13} + c_{33} - 4c_{44})\sin^2\varphi\cos^2\varphi,$$

$$c'_{15} = [(c_{13} + 2c_{44} - c_{11})\cos^2\varphi + (c_{33} - c_{13} - 2c_{44})\sin^2\varphi]\sin\varphi\cos\varphi, \quad c'_{22} = c_{11},$$

$$c'_{23} = c_{12}\sin^2\varphi + c_{13}\cos^2\varphi,$$

$$c'_{25} = (c_{13} - c_{12})\sin\varphi\cos\varphi,$$

$$c'_{33} = c_{11}\sin^4\varphi + c_{33}\cos^4\varphi + 2(c_{13} + 2c_{44})\sin^2\varphi\cos^2\varphi,$$

$$c'_{35} = [(c_{13} + 2c_{44} - c_{11})\sin^2\varphi + (c_{33} - c_{13} - 2c_{44})\cos^2\varphi]\sin\varphi\cos\varphi,$$

$$c'_{44} = c_{44}\cos^2\varphi + c_{66}\sin^2\varphi,$$

$$c'_{46} = (c_{44} - c_{66})\sin\varphi\cos\varphi,$$

$$c'_{55} = c_{44}\cos^2 2\varphi + (c_{11} + c_{33} - 2c_{13})\sin^2\varphi\cos^2\varphi,$$

$$c'_{66} = c_{44}\sin^2\varphi + c_{66}\cos^2\varphi.$$

Тогда можно получить уравнение Кристоффеля

$$\Omega = \left|\Gamma_{ij} - \rho V^2\delta_{ij}\right| = \Omega_1\Omega_2 = 0, \quad (3)$$

где

$$\Omega_1 = c'_{44}\cos^2\theta + c'_{66}\sin^2\theta + c'_{46}\sin 2\theta - \rho V^2, \quad (4)$$

$$\Omega_2 = \begin{vmatrix} c'_{55}\cos^2\theta + c'_{11}\sin^2\theta + c'_{15}\sin 2\theta - \rho V^2 & c'_{15}\sin^2\theta + c'_{35}\cos^2\theta + (c'_{13} + c'_{55})\sin\theta\cos\theta \\ c'_{15}\sin^2\theta + c'_{35}\cos^2\theta + (c'_{13} + c'_{55})\sin\theta\cos\theta & c'_{33}\cos^2\theta + c'_{55}\sin^2\theta + c'_{35}\sin 2\theta - \rho V^2 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Здесь θ – угол между радиус-вектором точки поля и осью z. Пусть $\xi = \theta - \varphi$. Тогда фазовые скорости распространения квази-P и квази-S волн можно записать в виде

$$\begin{cases} V_p^2 = \dfrac{1}{2\rho}[c_{11}\sin^2\xi + c_{33}\cos^2\xi + c_{44} + \sqrt{[(c_{11} - c_{44})\sin^2\xi - (c_{33} - c_{44})\cos^2\xi]^2 + (c_{13} + c_{44})^2\sin^2 2\xi}], \\ V_{s1}^2 = \dfrac{1}{2\rho}[c_{11}\sin^2\xi + c_{33}\cos^2\xi + c_{44} - \sqrt{[(c_{11} - c_{44})\sin^2\xi - (c_{33} - c_{44})\cos^2\xi]^2 + (c_{13} + c_{44})^2\sin^2 2\xi}], \end{cases} \quad (6)$$

а фазовая скорость чистой S-волны составляет

$$V_{s2}^2 = (c_{44}\cos^2\xi + c_{66}\sin^2\zeta)/\rho. \quad (7)$$

С помощью выражений (4)–(7) легко получить поверхности медленности, лучевые поверхности и нормальные поверхности для квази-P, квази-S и чистой S-волн. Можно видеть, что скорости распространения квази-P, квази-S и чистой S-волн связаны с ориентацией радиус-вектора относительно кристаллографической оси.

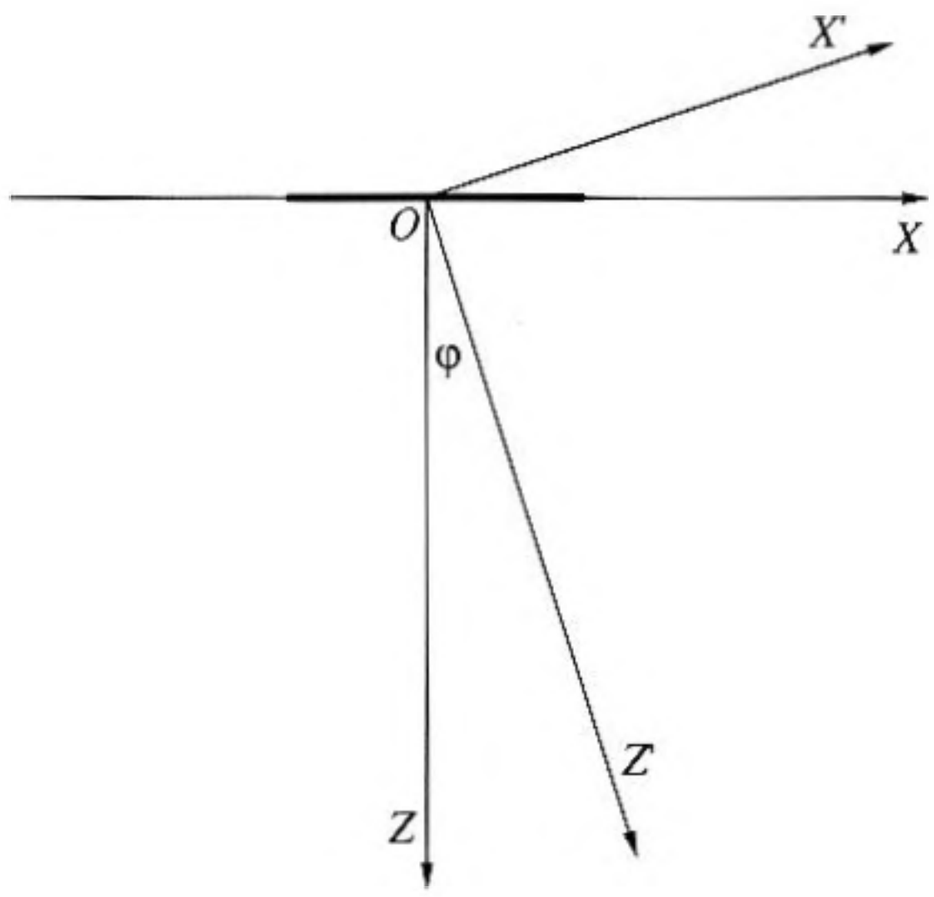

Рис. 1. Геометрия задачи.

Поле смещений в среде может быть получено с помощью уравнения Кристоффеля. Его можно записать в области волновых векторов k_x в виде

$$\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_{z1}z} & e^{ik_{z2}z} & 0 \\ 0 & 0 & e^{ik_{z3}z} \\ a_1 e^{ik_{z1}z} & a_2 e^{ik_{z2}z} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где

$$a_i = -\frac{c'_{11}k_x^2 + c'_{55}k_{zi}^2 + 2c'_{15}k_x k_{zi} - \rho\omega^2}{c'_{15}k_x^2 + c'_{35}k_{zi}^2 + (c'_{13} + c'_{55})k_x k_{zi}}, \quad i = 1, 2, \tag{9}$$

и k_{zi} ($i = 1, 2, 3$) – волновые векторы квази-P, квази-S и чистой S-волн по оси z соответственно.

Можно получить компоненты напряжений:

$$\begin{pmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_5 \\ \Delta_3 & \Delta_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} iK_1 e^{ik_{z1}z} \\ iK_2 e^{ik_{z3}z} \\ iK_3 e^{ik_{z3}z} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

где $\Delta_1 = c'_{15}k_x + c'_{35}k_{z1}a_1 + c'_{55}(k_{z1} + k_x a_1)$, $\Delta_2 = c'_{15}k_x + c'_{35}k_{z2}a_2 + c'_{55}(k_{z2} + k_x a_2)$, $\Delta_3 = c'_{13}k_x + c'_{33}k_{z1}a_1 + c'_{35}(k_{z1} + k_x a_1)$, $\Delta_4 = c'_{13}k_x + c'_{33}k_{z1}a_2 + c'_{35}(k_{z1} + k_x a_2)$, $\Delta_5 = c'_{44}k_{z3} + c'_{46}k_{z1}k_x$. Таким образом, из выражений (8) и (10) получаем

$$\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} e^{ik_{z1}z} & e^{ik_{z3}z} & 0 \\ 0 & 0 & e^{ik_{z3}z} \\ a_1 e^{ik_{z1}z} & a_2 e^{ik_{z2}z} & 0 \end{pmatrix} \times$$
$$\times \begin{pmatrix} \Delta_4/\Delta & 0 & -\Delta_2/\Delta \\ -\Delta_3/\Delta & 0 & \Delta_1/\Delta \\ 0_3 & 1/\Delta_5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \end{pmatrix}_{z=0}, \tag{11}$$

где $\Delta = \Delta_1\Delta_4 - \Delta_2\Delta_3$. Если на свободной поверхности $z = 0$ в диапазоне $[-l/2, l/2]$ возбуждается только компонента напряжений τ_{zz}, т.е.

$$\tau_{zz}\big|_{z=0} = \int_{-l/2}^{l/2} e^{-ik_x x}dx = \frac{2}{k_x}\sin\frac{k_x l}{2}. \tag{12}$$

Тогда

$$\begin{cases} U_x(x, z) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} U_x(k_x, z)e^{ik_x x}dk_x = \\ = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\pi k_x \Delta}\sin\frac{k_x l}{2}(\Delta_2 e^{ik_{z1}z} - \Delta_1 e^{ik_{z2}z})e^{ik_x x}dk_x, \\ U_z(x, z) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} U_z(k_x, z)e^{ik_x x}dk_x = \\ = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\pi k_x \Delta}\sin\frac{k_x l}{2}(a_1\Delta_2 e^{ik_{z1}z} - a_2\Delta_1 e^{ik_{z2}z})e^{ik_x x}dk_x. \end{cases} \tag{13}$$

Соответствующие компоненты смещений в волне сжатия:

$$\begin{cases} U_x^p(x, z) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\Delta_2}{\pi k_x \Delta}\sin\frac{k_x l}{2}e^{i(k_x x + k_{z1}z)}dk_x, \\ U_z^p(x, z) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{ia_1\Delta_2}{\pi k_x \Delta}\sin\frac{k_x l}{2}e^{i(k_x x + k_{z1}z)}dk_x. \end{cases} \tag{14}$$

Интегралы в выражении (14) могут быть получены для дальней волновой зоны с помощью лучевого приближения:

$$\begin{cases} U_x^p(x, z) = g_x(r, \theta)e^{i(\omega r/V_g + \pi/4)}, \\ U_z^p(x, z) = g_z(r, \theta)e^{i(\omega r/V_g + \pi/4)}, \end{cases} \tag{15}$$

где $g_x(r, \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi r f \cos\theta k_x \Delta}} \frac{\Delta_2}{} \sin\frac{k_x l}{2}$ и $g_z(r, \theta) = a_1 g_x(r, \theta)$, $f = \left|\frac{d^2 k_{z1}}{dk_x^2}\right|$, $g_x(r, \theta)$ и $g_z(r, \theta)$ – множители, зависящие от направления, по осям x и z, а условие седловой точки определяется выражением

$$\frac{dk_{z1}}{dk_x} = -\mathrm{tg}\theta. \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) показывают, что волна сжатия распространяется со скоростью, равной ее групповой скорости V_g, а не фазовой скорости V_p. Регистрируемый сигнал несет информацию о групповой скорости [14].

ОБРАЩЕННОЕ ВО ВРЕМЕНИ ПОЛЕ

Предполагается, что антенна преобразователей имеет M элементов. Акустическое поле, излучаемое n-ым элементом антенны ($n = 1, 2, \ldots, M$) можно записать во временной области в виде

$$U_n(\mathbf{r}_n, t) = g(\mathbf{r}_n) f(t - \tau_n), \quad (17)$$

где $\tau_n = r_n/V_n$ – время распространения от n-ого элемента до точки приема, а $g(\mathbf{r}_n)$ – множитель, зависящий от направления, по оси x или z. Суммарное поле, возбуждаемое всеми элементами преобразователя в точке приема составляет

$$U(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{M} U_n(\mathbf{r}_n, t) = \sum_{n=1}^{M} g(\mathbf{r}_n) f(t - \tau_n). \quad (18)$$

Акустические волны, возбуждаемые разными элементами антенны, приходят в точку приема в разное время. Они не могут складываться когерентно и формируют уширенный импульс. Если сигналы от каждого элемента обратить во времени, то

$$U_n(\mathbf{r}_n, T - t) = g(\mathbf{r}_n) f(T - t - \tau_n), \quad (19)$$

где T – длительный промежуток времени. Этот обращенный сигнал нормируется на 1 и передается на тот же самый элемент антенны:

$$f_n^{TR}(t) = \frac{g(\mathbf{r}_n)}{|g(\mathbf{r}_n)|} f(T - t - \tau_n). \quad (20)$$

Таким образом, суммарное поле представляет собой

$$U^{TR}(\mathbf{r}', t) = \sum_{n=1}^{M} \frac{g(\mathbf{r}_n)}{|g(\mathbf{r}_n)|} g(\mathbf{r}_n') f(T - t + \tau_n' - \tau_n). \quad (21)$$

Таблица 1. Значения постоянных упругости и плотности материала. (Значения приведены в единицах 10^{10} Н/м^2 и кг/м^3 соответственно.)

Материалы	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	ρ
Эпоксидное волокно	2.58	2.42	0.70	6.01	0.49	1900
Изотропный	6.01	5.03	5.03	6.01	0.49	1900

Если $\mathbf{r}' = \mathbf{r}$, то легко получить следующее выражение:

$$U^{TR}(\mathbf{r}, t) = \left[\sum_{n=1}^{M} |g(\mathbf{r}_n)|\right] f(T - t). \quad (22)$$

Это показывает, что волны, излучаемые разными элементами антенны, приходят на приемник синхронно и складываются когерентно. Акустическое поле фокусируется заново в заданной точке.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В этом разделе приводятся результаты численного моделирования. В качестве анизотропной среды выбрано однонаправленное эпоксидное стекловолокно [15]. Этот материал характеризуется анизотропией 6 mm. Постоянные упругости и плотность этого материала приведены в табл. 1. Для сравнения даны соответствующие величины для аналогичного изотропного материала. При численном моделировании регистрируемые сигналы представляют собой компоненты смещения по оси z для квази-P волны. Излучаемый импульс представляет собой гармоническую посылку из 10 периодов [7, 8]. Частота составляет 1 МГц.

Поверхности медленности, лучевые и нормальные поверхности для квази-P, квази-S и чистых S-волн в этом материале показаны на рис. 2. Особенный интерес представляет рис. 2б, поскольку он содержит информацию о групповой скорости. Можно видеть, что групповая скорость достигает максимума, равного $\sqrt{c_{33}/\rho}$, в направлении $\xi = 0$ (т.е. $\theta = \varphi$), и минимума, равного $\sqrt{c_{11}/\rho}$, в направлении $\xi = 90°$ (т.е. $\theta = 90° + \varphi$).

Предположим, что антенна из преобразователей расположена в области [–0, 5; 0, 5], т.е. длина антенны равна $L = 0.1$ м, а сама антенна состоит из 64 элементов. На первой стадии обращения времени 64 элемента антенны излучают гармонические волновые посылки. На рис. 3а показаны компоненты смещения U_z^P для квази-P волны, регистрируемые в точке R ($x = 0$, $z = 0.4$ м) в случае, когда φ и θ равны нулю. Видно, что квази-P волны, излученные разными элементами, приходят в

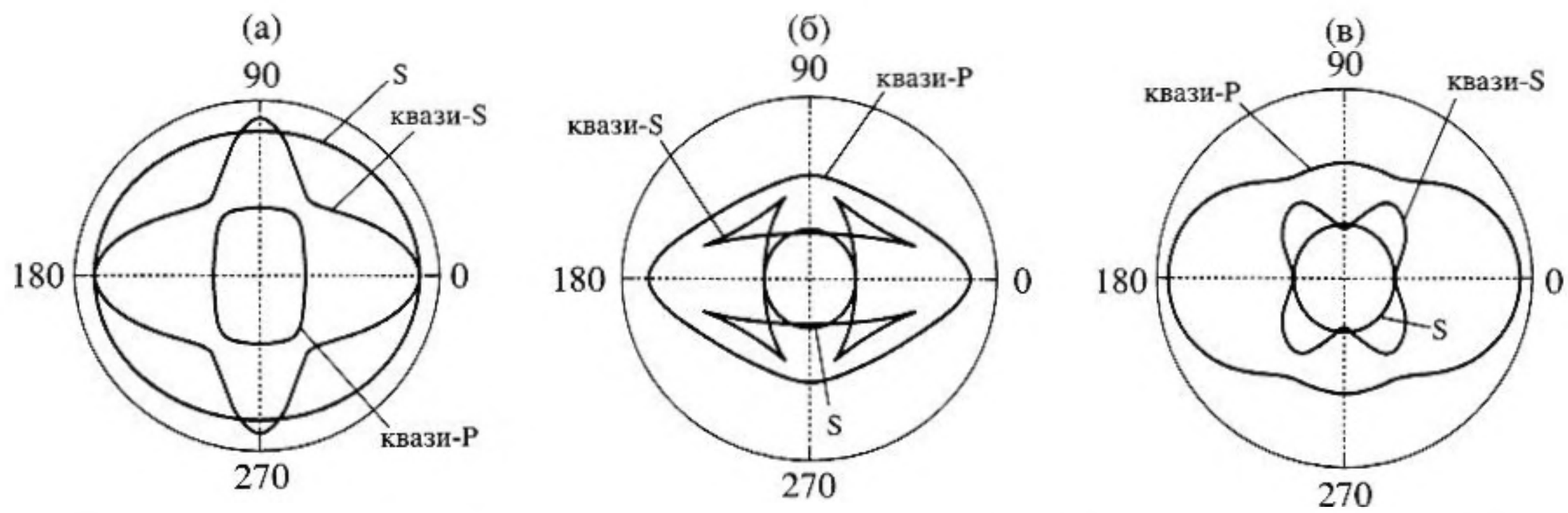

Рис. 2. Поверхности медленности (а), лучевые поверхности (б) и нормальные поверхности (в) для квази-*P*, квази-*S* и чистых *S*-волн в однонаправленном эпоксидном стекловолокне.

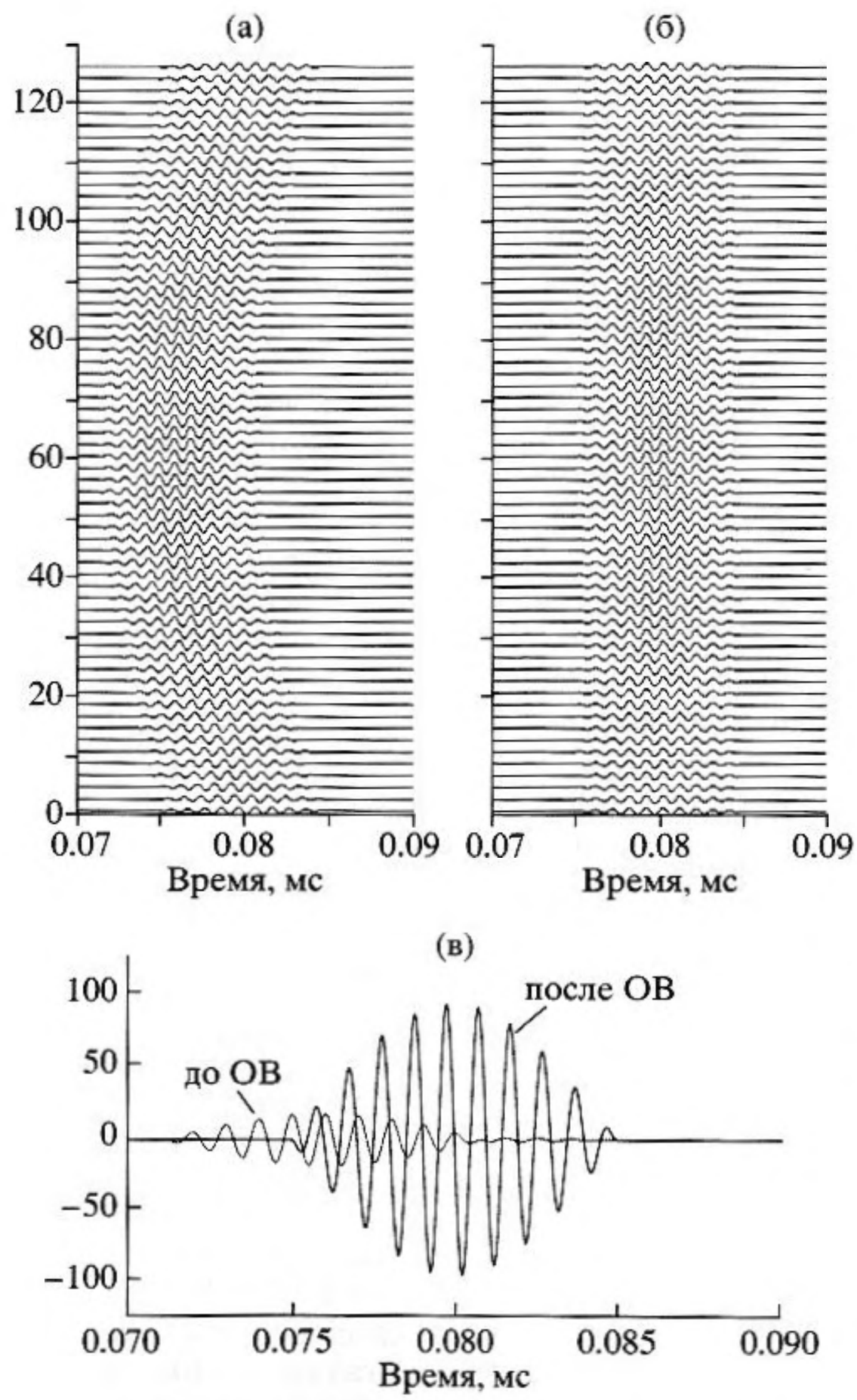

Рис. 3. Компонента смещения U_z в точке (0, 0.4). (а) – зарегистрированные сигналы от 64 излучающих элементов, (б) – сигналы в случае, когда обращенные во времени сигналы были переизлучены 64 элементами, (в) – сигналы в случае, когда все 64 элемента излучают одновременно до и после обращения времени (ОВ).

точку R в разное время. На второй стадии обращения указанные сигналы обращаются и переизлучаются каждым элементом. Компоненты смещения по оси z, регистрируемые в той же точке R, показаны на рис. 3б. Ясно видно, что сигналы, излученные разными элементами, приходят синфазно. Они усиливают друг друга и фокусируются. После процедуры обращения времени сигналы от разных элементов складываются когерентно. На рис. 3в приведены сигналы для случая, когда все элементы антенны излучают синхронно до и после процедуры обращения времени. Можно сделать вывод, что когерентный максимум сигнала после обращения времени выражен более четко, т.е. получен положительный результат адаптивной фокусировки.

В качестве коэффициента усиления при фокусировке удобно принять

$$G = 20\log\frac{\mathrm{Max}[P^{TR}(t)]}{\mathrm{Max}[P(t)]}, \tag{23}$$

где $\mathrm{Max}[P(t)]$ и $\mathrm{Max}[P^{TR}(t)]$ – максимумы сигналов, зарегистрированных до и после обращения времени. Пусть g_M – максимум временного ряда в выражении (18), тогда коэффициент усиления при фокусировке может быть записан с помощью выражения (22) в форме

$$G = 20\log\left[\frac{1}{g_M}\sum_{n=1}^{M}|g(\mathbf{r}_n)|\right]. \tag{24}$$

Таким образом, из рис. 3 легко получить, что коэффициент усиления при фокусировке равен 14.4 дБ.

Коэффициент усиления при фокусировке зависит от расстояния от фокуса до преобразователя. В целом, чем больше расстояние от фокуса до преобразователя, тем меньше коэффициент усиления. Этот коэффициент зависит также от ориентации точки фокуса. В табл. 2 приведены зна-

Таблица 2. Значения коэффициента усиления при фокусировке в некоторых фокусных точках

	$\varphi = 0°$			$\varphi = 90°$		
(x_0, y_0)	(0, 0.4)	(0.02, 0.4)	(0.04, 0.4)	(0, 0.4)	(0.02, 0.4)	(0.04, 0.4)
Коэффициент усиления при фокусировке	14.4 дБ	13.4 дБ	12.4 дБ	11.0 дБ	10.4 дБ	10.8 дБ

чения коэффициента в некоторых точках анизотропной среды.

Мы исследовали обращенное во времени акустическое поле вблизи точки фокуса. Результаты приведены на рис. 4. Кривые *1* и *2* представляют собой распределение поля в случаях, когда фокусировка происходит в точках (0; 0.4) и (0.04; 0.4) соответственно. На рис. 4а приведены также данные для фокусированного акустического поля в соответствующей изотропной среде (кривые *3* и *4*).

Легко видеть, что эффект фокусировки значительно больше в направлении x, чем в направлении z. Известно, что главный лепесток обращенного во времени акустического поля вдоль продольной оси в изотропной среде длиннее, чем вдоль поперечной оси. Этот результат справедлив и для анизотропной среды, однако, кроме того, ширина главного лепестка вдоль поперечной оси (x) меньше, чем вдоль продольной оси (z). Это – следствие того, что скорость распространения зависит от направления распространения. Легко получить, что компонент смещения U_z максимален в направлении z. Это позволяет более эффективно фокусировать акустическое поле по оси x.

На рис. 4в, 4г представлены случаи, когда $\varphi = 90°$. При этом групповая скорость по оси z равна $\sqrt{c_{11}/\rho}$, что составляет величину меньшую, чем по оси x. Из рис. 4в, 4г видно, что ширина главного лепестка фокусированного акустического поля больше, чем в случае $\varphi = 0$. Таким образом, ширина главного лепестка фокусированного акустического поля различна в различных направлениях анизотропной среды. Она минимальна в направлении, соответствующем максимальной групповой скорости, и максимальна в направлении, соответствующем минимальной групповой скорости.

Кривые *1* и *2* на рис. 4 соответствуют точкам фокуса (0; 0.4) и (0.04; 0.4). Когда фокус находится не на оси z, ширина главного лепестка фокусированного поля по оси x больше, чем в случае фокусировки вдоль оси z (см. рис. 4а, 4в). Однако, ширина главного лепестка вдоль оси z больше, чем при фокусировке вдоль оси z при $\varphi = 90°$ (см.

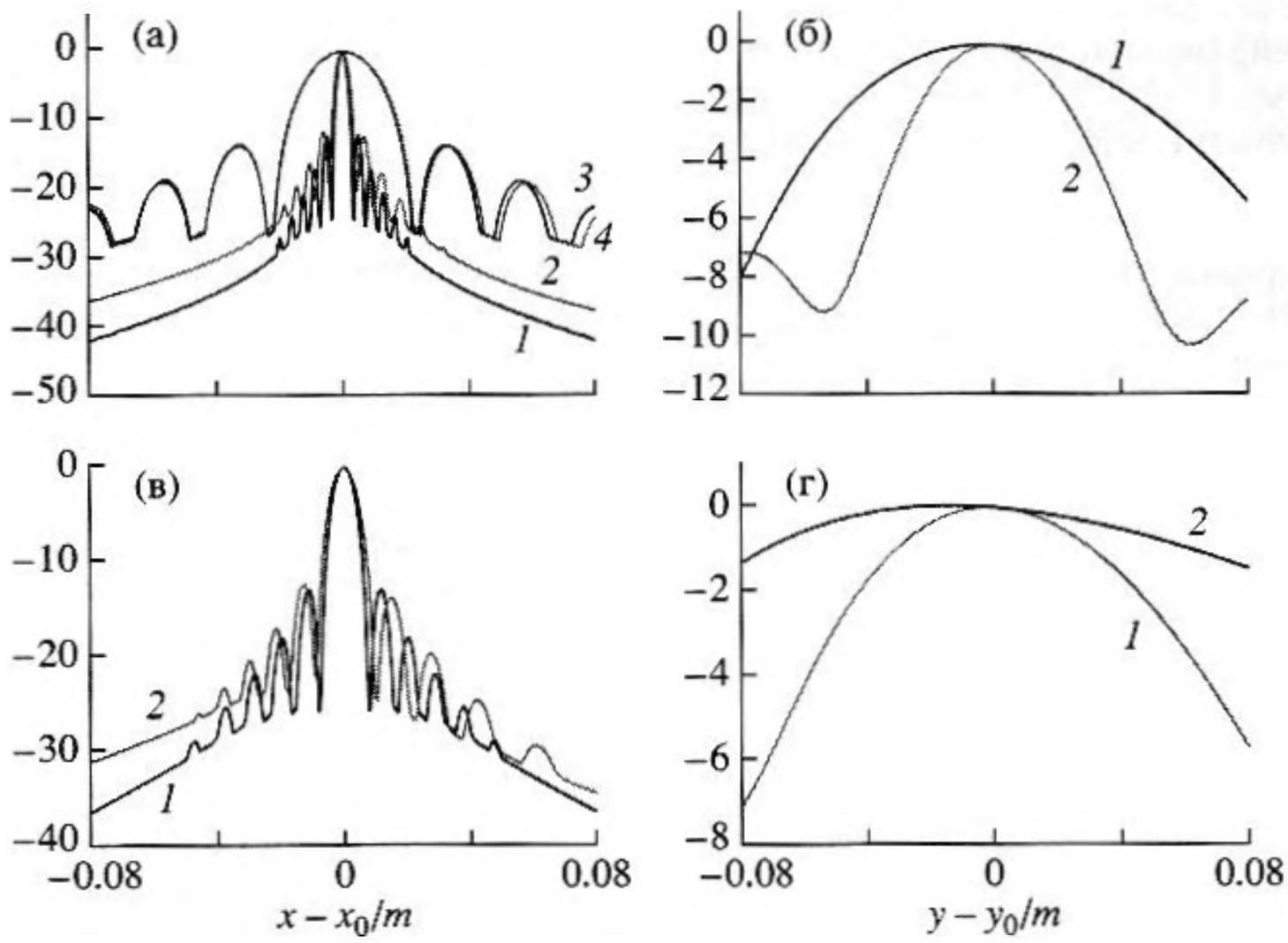

Рис. 4. Время обращенного акустического поля вдоль оси x ((а) и (в)) и вдоль оси z ((б) и (г)). Кривые *1* и *2* соответствуют распределению поля для координат фокальных точек (0, 0.4) и (0.04, 0.4) соответственно. Кривые *3* и *4* аналогичны кривым *1* и *2* для изотропного случая. φ равно 0 для (а) и (б) и 90° для (в) и (г).

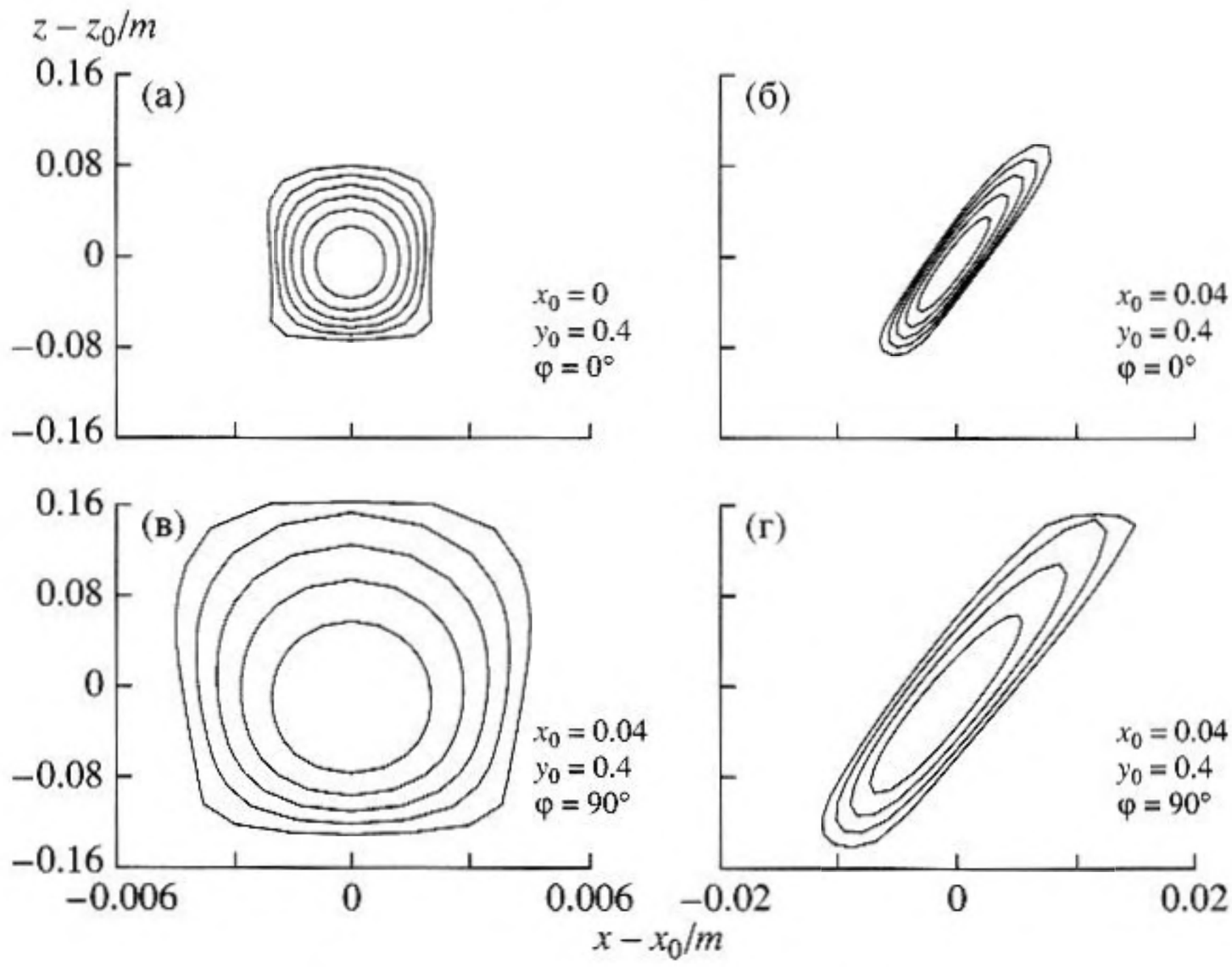

Рис. 5. Изолинии фокусированного акустического поля.

рис. 4г), и меньше, чем при фокусировке вдоль оси z при $\varphi = 0$ (см. рис. 4б).

Для того чтобы можно было лучше представить себе распределение акустического поля вблизи фокуса, на рис. 5 приведены изолинии фокусированного акустического поля. Рис. 5а, 5б соответствуют случаю $\varphi = 0$, а рис. 5в, 5г – случаю $\varphi = 90°$. На рис. 5а, 5 в фокус находится на оси z, а на рис. 5б, 5г – вне ее. Замкнутые кривые на рис. 5 соответствуют коэффициентам усиления при фокусировке, равным –1, –2, –3, –4, –5, –6 дБ (считая от внутренней кривой к внешним). Легко видеть, что изолинии концентрируются при $\varphi = 0$, т.е. ширина фокусировки минимальна, когда $\varphi = 0$ (направление, соответствующее максимальной групповой скорости). Это согласуется с результатами, представленными на рис. 4. Заметим, что разница в размахе распределения изолиний между осями x и y более значительна. Размах распределения изолиний по оси z более чем в 20 раз превышает размах по оси x. Это видно также и из рис. 4. Из рис. 5б, 5г можно видеть, что изолинии не симметричны по отношению к осям x и y в случае, когда фокус находится не на оси z. Одной из причин этого является то, что радиус-вектор от преобразователя в точку фокуса не перпендикулярен антенне из преобразователей. Аналогичный результат может быть получен и для изотропной среды.

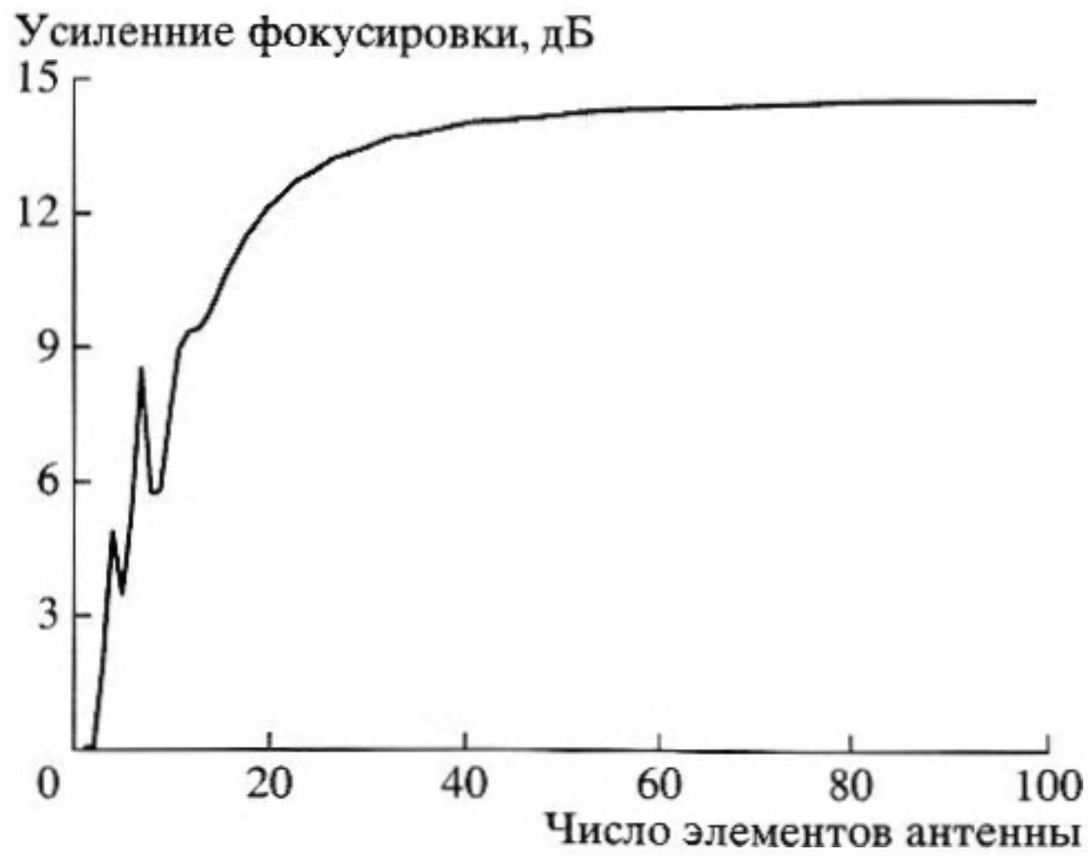

Рис. 6. Зависимость усиления фокусировки от числа элементов антенны.

На рис. 6 изображена зависимость коэффициента усиления при фокусировке от количества элементов в антенне. Заметим, что этот коэффициент увеличивается с ростом количества элементов, когда их количество меньше 40. Если имеется более 40 элементов, то с ростом их количества коэффициент усиления при фокусировке стремится к некоторому постоянному значению. Таким образом, при увеличении количества элементов в антенне преобразователей может проявиться эффект насыщения коэффициента усиления при фокусировке, поскольку излучаемый импульс имеет конечную ширину. Это явление должно проявляться в изотропной среде [8].

ВЫВОДЫ

В качестве анизотропной среды 6 mm выбрано эпоксидное стекловолокно. В данной статье впервые теоретически исследован метод обращения времени в этом материале. Подробно проанализирована связь обращенного во времени акустического поля с параметрами анизотропной среды. Обнаружено, что ширина главного лепестка фокусированного акустического поля минимальна в направлении, соответствующем максимальной групповой скорости, и максимальна в направлении, соответствующем минимальной групповой скорости.

Рассмотрение метода обращения времени в данной статье весьма элементарно. В этой области еще много предстоит сделать. Адаптивная фокусировка с обращением времени в анизотропных средах очень сложна и представляет большой интерес. Данная статья закладывает основы для дальнейшего изучения обращения времени в анизотропных средах.

Работа выполнена при поддержке Национального фонда естественных наук Китая, проект № 10134020.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mathias Fink.* Time reversal of ultrasonic fields-part I: basic principles, EEE Trans. UFFC. 1992. 39(5). P. 555–566.
2. *Francois Wu, Jean-Louis Thomas, and Mathias Fink,* Time reversal of ultrasonic fields-part II: experimental results, EEE Trans. UFFC. 1992. 39(5). P. 567–578.
3. *Ros K.* Ing and Mathias Fink, Time reversal Lamb waves, EEE Trans. UFFC. 1998. 45(4). P. 1032–1043.
4. *Najet Chakroun, Mathias Fink, and Francois Wu,* Time reversal processing in ultrasonic nondestructive testing, EEE Trans. UFFC. 1995. P. 1087–1098.
5. *W.A. Kuperman, W.S. Hodgkiss, and Hee Chen Song,* Phase conjugation in the ocean: experimental demonstration of an acoustic time reversal mirror, J. Acoust. Soc. Am. 1998. 103(1). P. 25–40.
6. *Hee Chen Song, W.A. Kuperman, and W.S. Hodgkiss,* A time reversal mirror with variable range focusing, J. Acoust. Soc. Am. 1998. 103(6). P. 3234–3240.
7. *Wei Wei and Wang Chenghao,* Self adaptive focusing by time reversal through interface between different media, Chinese J. of Acoustics. 2000. 19(1). P. 83–88.
8. *Wei Wei, Liu Chen and Wang Chenghao,* Self-focusing of acoustical beam in solid by time reversal processing, Chinese J. of Acoustics, 2000. 19(1). P. 89–95.
9. *Bixing Zhang, Chenghao Wang, and Minghui Lu,* Acoustic wave time reversal self-focusing in underwater waveguide, EEE 2000 Ultrasonics Symp. Proc.
10. *Lymshev L.M., Sakov P.V.* "Phase conjunction in nonlinear sound scattering by a pulsating sphere". Acoustical Physics. 1988. V. 34(1), P. 68–72.
11. *Brysev A.P., Bunkin F.V., Krutynsky L.M., Stakhnovsky A.D., Preobrazhensky V.L., and Pyl'nov Yu.V.* "Parametric Phase Conjunction of Ultrasonic Waves in Water in a Wide Range of Angles" .Acoustical Physics. 1997. V. 43(2). P. 207–210.
12. *Brysev A.P., and Krutynsky L.M.* "Improvement of the Focusing Quality by Parametric Phase Conjunction of Ultrasonic Beams in a Ferrite Cylinder with Grooved Working Surface". Acoustical Physics. 2000. V. 46(4). P. 382–384.
13. *Brysev A.P., Bunkin F.V., Hamilton M.F., Klopotov R.V., Krutynsky L.M., and Yan K.* "Parametric Phase Conjunction for the Second Harmonic of a Nonlinear Ultrasonic Beam". Acoustical Physics. 2003. V. 49(1). P. 19–23.
14. *Wang Chenghao and Chen Dongpei,* Generalized Green's functions of surface excitation of elastic wave field in a piezoelectric half-space, Chinese J. Of Acoustics. 1985. 4(4). P. 298–313.
15. *J.E. Zimmer and J.R. Cost,* Determination of the constants of a unidirectional fiber composite using ultrasonic velocity measurements, J. Acoust. Soc. Am. 1970. 47(3). P. 795–803.

Time Reversal Self-Adaptive Focusing in Anisotropic Elastic Solid Medium

Bixing Zhang, Chenghao Wang, and Minghui Lu

In this paper, the time reversal method in an anisotropic elastic solid is theoretically studied for the first time. The transversely isotropic anisotropic medium (6 mm) is modeled as the anisotropic elastic solid. A unidirectional glass-reinforced epoxy-fiber is chosen as the material of the 6-mm anisotropic medium. The time reversal acoustic field is numerically investigated by the ray approximation method. The focused acoustic field has different characteristics in different directions. The focused field is also symmetrical about the principal axes. It is found that the width of the principal lobe of the focused acoustic field reaches the minimum in the maximum group velocity direction and reaches the maximum in the minimum group velocity direction. The relation of the time reversal acoustic field to the parameters of the anisotropic medium is also studied in detail.