АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 1, с. 123–128

УДК 534.23

МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛЯ ИЗЛУЧАТЕЛЯ И ПОЛЯ РАССЕЯНИЯ НЕОДНОРОДНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ПЛОСКОСЛОИСТЫХ ВОЛНОВОДАХ

© 2004 г. **Б. П. Шарфарец**

196128 С.-Петербург, ул. Кубинская, 14-70

E-mail: sharg@mail.rcom.ru

Поступила в редакцию 17.06.02 г.

Изложен метод, позволяющий рассчитывать в плоскослоистых волноводах как результирующее поле непрозрачного излучателя, так и поле рассеяния неоднородного включения, находящегося в зоне Фраунгофера поля стороннего излучателя. Амплитуда рассеяния считается известной для каждого из рассматриваемых случаев включения.

Задачам рассеяния на неоднородностях в условиях наличия границ, в том числе и в случае, когда сам излучатель является рассеивателем, посвящено много работ. Укажем лишь на последние по времени публикации [1–16]. Важное прикладное значение в этом ряду задач занимают задачи рассеяния на неоднородностях в условиях наличия поверхности и дна [1, 4, 5, 10–14]. В работах [1, 4, 5, 10] принято допущение об отсутствии влияния границ и неоднородностей среды на амплитуду рассеяния неоднородности. В работах [13, 14], в которых фактически обобщены результаты работы [12], задача о рассеянии звука на неоднородности, расположенной в плоскослоистом волноводе, рассматривалась в нулевом приближении (без учета переотражений между телом и границами волновода, а также при условии локальной однородности слоя, содержащего рассеиватель). В работе [14] сформулированы условия, при которых это решение является правильным. В работе [16] учтено влияние границ волновода на результирующую амплитуду рассеяния непрозрачного излучателя с учетом переотражений между ним и границами, однако среда полагается однородной.

В настоящей работе изложен метод, позволяющий рассчитывать результирующее поле непрозрачного излучателя с учетом рассеяния на нем первичного поля. Показано, что метод применим для рассчета поля рассеяния на неоднородном включении, находящемся в зоне Фраунгофера стороннего излучателя в плоскослоистом волноводе с учетом переотражений рассеянного поля от границ волновода. При этом остается только одно ограничение: слой волновода минимальной толщины, содержащий рассеиватель (будь то непрозрачный излучатель или пассивный рассеиватель) считается локально однородным в смысле работы [14] (там же даны условия применимости этого допущения), т.е. нормальные волны в этом слое считаются квазиплоскими.

Поставим задачу. Пусть непрозрачный излучатель, рассеивающий излученные им самим волны, или рассеиватель, на котором рассеиваются приходящие волны, находится в плоскослоистом волноводе. Пусть слой жидкости минимальной толщины $\Delta z = 2h$, включающий в себя рассеиватель, является однородным. По всей остальной толщине волновода свойства жидкости могут меняться в зависимости от глубины. Необходимо найти суммарные поле излучения в первом случае и поле рассеяния во втором. Диаграмма направленности (ДН) излучателя, а также амплитуда рассеяния излучателя и неоднородности полагаются известными.

Для решения первой задачи воспользуемся полученными в работе [15] выражениями, связывающими суммарную амплитуду рассеяния с ДН источника первичных волн. Напомним постановку задачи, принятую в этой работе. В однородном полупространстве с границей $z = 0$ (ось z направлена вниз), характеризующейся коэффициентом отражения $V_1(0, \boldsymbol{\xi})$ (первый аргумент, равный нулю, говорит о том, что функция V_1 рассматривается при $z = 0$) находится непрозрачный излучатель с ДН первичного поля $D_i^0(\boldsymbol{\xi})$, $i = 1, 2$. Здесь $D_i^0(\boldsymbol{\xi})$ – весовые множители в интегральных разложениях первичного поля излучателя по плоским волнам с волновыми векторами $\mathbf{k}_i = (\boldsymbol{\xi}, (-1)^i\alpha)$ в однородном безграничном пространстве выше ($i = 1$) и ниже ($i = 2$) горизонтального слоя минимальной толщины, включающего в себя излучатель; $k = |\mathbf{k}_i| = (|\boldsymbol{\xi}|^2 + \alpha^2)^{1/2}$ (см., например, [17]). Излучатель как рассеиватель в свою очередь характеризуется амплитудой рассеяния $T_m^l(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)$, $l, m = 1, 2$. Физический смысл этой функции таков. При падении плоской волны с волновым вектором $\mathbf{k}_p = (\boldsymbol{\xi}_p, \alpha_m)$ единичной амплитуды и нулевой фазы на рассеиватель, находящийся в безграничном однородном пространстве в точке геометрического центра рассеивателя (x_0, y_0, z_0) снизу ($m = 1$) или сверху ($m = 2$), возникает рассеянная волна с амплитудой $T_m^l(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)$. При $l = 1$ поле рассеяния рассматривается выше, а при $l = 2$ – ниже рассеивателя. Здесь $\mathbf{k}_s = (\boldsymbol{\xi}_s, \alpha_l)$ – волновой вектор рассеянного поля; $|\mathbf{k}_p| = |\mathbf{k}_s| = k = \omega/c$ – волновое число; $a_{l(m)} = (-1)^{l(m)}(k^2 - \xi^2)^{1/2}$, $l, m = 1, 2$; и $\xi = |\boldsymbol{\xi}| = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ – соответственно вертикальные и горизонтальные составляющие волновых векторов падающего и рассеянного полей. В этом случае будут применимы выражения (19), (21) работы [15].

В случае однородного полупространства является справедливым следующее довольно очевидное тождество:

$$V_1(z, \xi) = \exp(2j\alpha(\xi)z)V_1(0, \xi). \tag{1}$$

Здесь $V_1(z, \xi)$ – коэффициент отражения на горизонте z. С учетом (1) выражения (19) и (21) работы [15] перепишутся в виде

$$\overline{T}_1(\boldsymbol{\xi}_s) - \int_{R^2} T_2^1(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)V_1(z_0, \xi_p)\frac{\overline{T}_1(\boldsymbol{\xi}_p)}{\alpha(\xi_p)}d\xi_p = D_1^0(\boldsymbol{\xi}_s), \tag{2}$$

$$\overline{T}_2(\boldsymbol{\xi}_s) = \int_{R^2} T_2^2(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)V_1(z_0, \xi_p)\frac{\overline{T}_1(\xi_p)}{\alpha(\xi_p)}d\xi_p. \tag{3}$$

Здесь z_0 – аппликата геометрического центра излучателя – рассеивателя. Как показано в работах [15, 16], влияние границы может быть представлено следующим эквивалентным образом: исходный непрозрачный излучатель заменяется звукопрозрачным, создающим то же первичное поле с ДН $D_i^0(\boldsymbol{\xi})$, $i = 1, 2$, а поле рассеяния, обусловленное наличием границы, создается неким вторичным излучателем. ДН $\overline{D}_i^1(\boldsymbol{\xi})$ (нижние индексы здесь и далее для всех ДН имеют тот же смысл, что и для $D_i^0(\xi)$) этого излучателя связана с функциями $\overline{T}_i(\boldsymbol{\xi})$, являющихся решениями системы (2) и (3), соотношениями

$$\overline{D}_1^1(\boldsymbol{\xi}) = \overline{T}_1(\boldsymbol{\xi}) - D_1^0(\boldsymbol{\xi}), \quad \overline{D}_2^1(\boldsymbol{\xi}) = \overline{T}_2(\boldsymbol{\xi}). \tag{a}$$

Черта сверху у функций $\overline{D}_i^1(\boldsymbol{\xi})$ и $\overline{T}_i(\boldsymbol{\xi})$ говорит о том, что они определяются влиянием верхней границы, а верхний индекс 1 у функций $\overline{D}_i^1(\xi)$ – об однократном участии границы в формировании этой функции.

Совершенно аналогично тому, как это сделано в [15], могут быть получены выражения

$$\underline{T}_2(\boldsymbol{\xi}_s) - \int_{R^2} T_1^2(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)V_2(z_0, \xi_p)\frac{\underline{T}_2(\boldsymbol{\xi}_p)}{\alpha(\xi_p)}d\xi_p = D_2^0(\boldsymbol{\xi}_s), \tag{4}$$

$$\underline{T}_1(\boldsymbol{\xi}_s) = \int_{R^2} T_1^1(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)V_2(z_0, \xi_p)\frac{\underline{T}_2(\boldsymbol{\xi}_p)}{\alpha(\xi_p)}d\xi_p. \tag{5}$$

для полупространства $z \in (-\infty, H]$, $H > z_0 > 0$, когда граница $z = H$ с коэффициентом отражения $V_2(H, \xi)$ находится под излучателем-рассеивателем.

ДН $\underline{D}_i^1(\boldsymbol{\xi})$, $i = 1, 2$, вторичного излучателя, обусловленного влиянием только нижней границы, определяется аналогично (а) через функции $\underline{T}_i(\boldsymbol{\xi})$, являющиеся решениями (4), (5) соотношениями

$$\underline{D}_1^1(\boldsymbol{\xi}) = \underline{T}_1(\boldsymbol{\xi}), \quad \underline{D}_2^1(\boldsymbol{\xi}) = \underline{T}_2(\boldsymbol{\xi}) - D_2^0(\boldsymbol{\xi}). \tag{б}$$

Черта снизу у функций говорит об их зависимости от нижней границы.

Таким образом, если известна ДН излучателя, создающего первичное поле D^0, амплитуда рассеивания рассеивателя $T_m^l(\boldsymbol{\xi}_p, \boldsymbol{\xi}_s)$, геометрия и отражающие свойства плоской границы, то ДН вторичного излучателя D^1, определяющего поле, обусловленное наличием границы, может быть найдена из интегральных уравнений (2)–(5) и выражений (а), (б). Отметим, что область определения функций, фигурирующих в интегральных уравнениях (2)–(5), равна $\boldsymbol{\xi} = (k_x, k_y) \in R^2$.

Рассмотрим далее ситуацию, когда излучатель-рассеиватель находится в плоскослоистом волноводе глубиной H со следующим распределением волнового числа по глубине:

$$k(z) = \frac{\omega}{c(z)} = \begin{cases} k_1(z), & z \in [0, z_0 - h], \\ k_2(z), & z \in [z_0 + h, H], \\ k_0 = k_1(z_0 - h) = k_2(z_0 + h), \\ z \in (z_0 - h, z_0 + h). \end{cases} \tag{6}$$

Здесь $2h$ – величина, превышающая или равная вертикальному размеру излучателя-рассеивателя, геометрический центр которого находится в точке $(0, 0, z_0)$.

Для решения задачи необходимо рассмотреть два гипотетических полупространства. Первое с границей $z = 0$, коэффициентом отражения V_1 и распределением волнового числа $k(z) = \begin{cases} k_1(z), & z \in [0, z_0 - h] \\ k_0, & z \in (z_0 - h, \infty) \end{cases}$ и второе с границей $z = H$, коэффициентом отражения V_2 и распределением волнового числа $k(z) = \begin{cases} k_0, & z \in (-\infty, z_0 + h) \\ k_2(z), & z \in [z_0 + h, H] \end{cases}$. Тогда выражения (2), (3) остаются справедливыми для первого полупространства, а выражения (4), (5) – для второго. Известно [18, с. 285], что коэффициенты отражения $V_1(z_0, \xi)$ и $V_2(z_0, \xi)$, фигурирующие в этих выражениях, могут быть выражены через функции $Z_i(z, \xi)$, $i = 1, 2$, являющиеся решениями уравнения

$$(\partial^2/\partial\xi^2 + k^2(z) - \xi^2)Z_i(z, \xi) = 0, \quad i = 1, 2,$$

где $Z_1(z, \xi)$ – удовлетворяет условию на границе $z = 0$, а $Z_2(z, \xi)$ – на границе $z = H$

$$V_i(z_0, \xi) = \frac{\alpha(z_0, \xi)Z_i(z_0, \xi) + (-1)^i j\partial Z_i(z_0, \xi)/\partial z}{\alpha(z_0, \xi)Z_i(z_0, \xi) + (-1)^{i-1} j\partial Z_i(z_0, \xi)/\partial z}, \quad (7)$$
$$i = 1, 2.$$

Здесь $\alpha(z_0, \xi) = (k^2(z_0) - \xi^2)^{1/2}$.

После подстановки V_1 и V_2 из (7) соответственно в (2), (3) и (4), (5) могут быть получены ДН вторичных источников $\overline{D}_i^1$ и $\underline{D}_i^1$, $i = 1, 2$, обусловленных однократным учетом соответственно верхней и нижней границ рассматриваемого волновода (6). Далее, для получения совокупной диаграммы направленности излучателя-рассеивателя, состоящей из суммы исходной ДН излучателя D_i^0 и суммарной амплитуды рассеяния непрозрачным излучателем D_i^s, $i = 1, 2$, вызванного многократным влиянием неоднородностей (границ и неоднородностей среды), должна быть использована методика, описанная в работе [16], заключающаяся в следующем. Вторичный излучатель, обусловленный однократным отражением волн от верхней границы с ДН $\overline{D}^1$ (нижний индекс i для удобства опущен) вызовет рассеяние на реальном излучателе, соответствующее влиянию нижней границы, что создаст вторичный излучатель с ДН $\underline{D}^2$ (двойка в верхнем индексе означает двукратное участие границ в образовании данного вторичного излучателя, черта снизу – о том, что данный вторичный излучатель обусловлен влиянием нижней границы). ДН $\underline{D}^2$ может быть получена с помощью выражений (4), (5), (7). При этом в правой части интегрального уравнения (4) должна фигурировать функция $\overline{D}_2^1$. Аналогично ДН $\overline{D}^2$ вторичного излучателя, компенсирующего влияние верхней границы и наличие вторичного излучателя с ДН $\underline{D}^1$, вычисляется с помощью выражений (2), (3), (7), причем в правой части интегрального уравнения (2) должна фигурировать функция $\underline{D}_1^1$. Совершенно аналогично рекуррентно могут быть найдены диаграммы напраленности всех последующих высших вторичных источников. Схематически цепочки возникновения вторичных источников можно выразить следующим образом:

$$D^0 \Rightarrow \begin{cases} \overline{D}^1 \Rightarrow \underline{D}^2 \Rightarrow \overline{D}^3 \Rightarrow \underline{D}^4 \Rightarrow \ldots \\ \underline{D}^1 \Rightarrow \overline{D}^2 \Rightarrow \underline{D}^3 \Rightarrow \overline{D}^4 \Rightarrow \ldots \end{cases}$$

Как показано в работе [16], речь здесь не идет о цепочке мнимых источников, а о формализации учета всех переотражающихся в однородном слое Ω_0 плоских волн, вызванных первичным полем излучателя и всеми рассеянными на нем и переотразившимися на границах слоя Ω_0 плоскими волнами. Отметим, что все вторичные излучатели геометрически совпадают с исходным, но звукопрозрачным излучателем, создающим такое же первичное поле, что и реальный излучатель.

Таким образом, результирующая ДН первичного и рассеянного полей характеризуется следующей суммой [16]

$$D = D^0 + D^1 + D^2 + \ldots \quad (8)$$

Здесь $D^1 = \overline{D}^1 + \underline{D}^1$, $D^2 = \overline{D}^2 + \underline{D}^2$ и т.д. находятся рекуррентно из интегральных уравнений (2)–(5) и выражений (а), (б). Исходя из физических соображений, ряд (8) должен сходиться, однако в каждом конкретном случае волновода, излучателя-рассеивателя, частоты и геометрии задачи необходимо оценивать ошибку при оценке ряда (8) конечной суммой. В работе [16] приведены такие оценки для случая идеального волновода и сферического рассеивателя.

К описанной выше схеме сводится и случай, когда на рассеиватель падает первичная волна, излученная другим источником, по отношению к которому рассеиватель находится в зоне Фраунгофера и нормальные волны в слое можно представить как совокупность квазиплоских волн. Тогда первичное поле однородных нормальных волн в области расположения рассеивателя имеет следующую асимптотику, которую мы полагаем известной:

$$u_0 \approx (r)^{-1/2} \sum_{n=1}^{N} c_n \psi_n(z) \exp(j\xi_n r), \tag{9}$$

где $\psi_n(z)$, ξ_n^2 – собственные функции и собственные значения задачи $(\partial^2/\partial\xi^2 + k^2(z) - \xi^2)\psi(z, \xi) = 0$ с соответствующими условиями на границах $z = 0$ и $z = H$; константы c_n, которые полагаются известными, зависят от глубины и ДН источника первичных волн. Пусть (r, φ, z_s) – координаты геометрического центра рассеивателя; $(0, z_0)$, координаты геометрического центра источника первичного поля. Исходя из предположения о локальной однородности слоя $\Omega_0 = \{x, y \in R^2, z \in [z_s - h, z_s + h]\}$, где $2h$ – вертикальный размер рассеивателя, можно записать [14]

$$\begin{aligned} \psi_n(z) &= a_n^+ \exp(j\alpha_n(z_s)(z - z_s)) + \\ &+ a_n^- \exp(-j\alpha_n(z_s)(z - z_s)), \\ &z \in [z_s - h, z_s + h], \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$a_n^{\pm} = \frac{1}{2j\alpha_n(z_s)}(j\alpha_n(z_s)\psi_n(z_s) \pm \psi'_{nz}(z_s)), \tag{11}$$

$\alpha_n(z) = (k^2(z) - \xi_n^2)^{1/2}$. Полагая, что в зоне Фраунгофера множитель $\exp(j\xi_n r)$ достаточно точно описывает горизонтальную составляющую плоской волны в окрестностях рассеивателя и, подставляя (10), (11) в (9), имеем

$$\begin{aligned} u_0 \approx \sum_{n=1}^{N} \frac{\exp(j\xi_n r)}{r^{1/2}} [b_n^+ \exp(j(\mathbf{k}_n^+(\mathbf{R} - \mathbf{R}_s))) + \\ + b_n^- \exp(j(\mathbf{k}_n^-(\mathbf{R} - \mathbf{R}_s)))], \quad \mathbf{R}_s \in \Omega_0, \end{aligned} \tag{12}$$

где $b_n^{\pm} = c_n a_n^{\pm}$; $\mathbf{k}_n^{\pm} = (\xi_n, \varphi, \pm\alpha(z_s))$ – волновые вектора поля (9), падающего на рассеиватель; $\mathbf{R} = (x, y, z)$ – координаты текущей точки $\mathbf{R}_s$ – координаты геометрического центра рассеивателя; c_n – определены в (9).

Сумма плоских волн (12) вызывает первичное поле рассеяния с амплитудой рассеяния, которая очевидно равна

$$\begin{aligned} D_{s^i}^0(\boldsymbol{\xi}_s) &= \sum_{n=1}^{N} \frac{\exp(j\xi_n r)}{r^{1/2}} \times \\ &\times [b_n^+ T_2^i(\boldsymbol{\xi}_n, \boldsymbol{\xi}_s, k_0) + b_n^- T_1^i(\boldsymbol{\xi}_n, \boldsymbol{\xi}_s, k_0)], \quad i = 1, 2. \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь $\boldsymbol{\xi}_n = (\xi_n, \varphi)$ – горизонтальная составляющая волнового вектора падающей волны; $\boldsymbol{\xi}_s = (\xi_s, \varphi_s)$ – горизонтальная составляющая волнового вектора рассеянной волны (отсчет угла φ_s осуществляется относительно точки геометрического центра рассеивателя); величины с индексом s относятся к рассеянному полю; аргумент k_0 в функциях $T_m^i(\boldsymbol{\xi}_n, \boldsymbol{\xi}_s, k_0)$, $m = 1, 2$, говорит о том, что соответствующие функции должны быть рассчитаны в однородном пространстве с волновым числом k_0. Обозначения оставлены идентичными обозначениям ДН в первой задаче ввиду эквивалентности двух этих задач.

После получения первичной амплитуды рассеяния (13) может быть применен метод расчета полного поля рассеяния, описанный в первой части статьи, где роль ДН первичного поля D_i^0 исполняет функция $D_{s^i}^0(\boldsymbol{\xi}_s)$ из (13).

После вычисления результирующей ДН излучателя-рассеивателя D_i либо амплитуды рассеяния в случае пассивного рассеивателя D_{si} может быть рассчитано его поле в рассматриваемом волноводе. Так, например поле нормальных волн имеет вид [17]

$$u'(r, \varphi, z) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \sum_{n=1}^{N} \frac{D_1(\xi_n, \varphi)A^+(z', \xi_n) + D_2(\xi_n, \varphi)A^-(z', \xi_n)}{\alpha_n(z')N_n} \psi_n(z) \exp(j(\xi_n r - \pi/4))\xi_n^{1/2}, \tag{14}$$

где

$$A^{\pm}(z, \xi_n) = \psi_n(z) j\alpha_n(z) \pm \psi'_{nz}(z);$$

$$N_n = \psi_n(H)\frac{\partial}{\partial\xi}(\psi'_z(H, \xi) + g(\xi)\psi(H, \xi))_{\xi = \xi_n};$$

$g(\xi)$ – входной адмитанс нижней границы. Выражение (14) описывает оба рассмотренных в статье случая: излучателя-рассеивателя и пассивного рассеивателя. В первом случае в (14) u' – первичное поле, D_i, $i = 1, 2$ – суммарная ДН, во втором это, соответственно, поле рассеяния и совокупная амплитуда рассеяния $D_i = D_{si}$; z' – аппликата геометрического центра соответствующего рассеивателя, а r отсчитывается от этого центра. Отметим, что ДН, фигурирующая в (14), принимает значения на дискретном множестве точек ξ_n, т.к. рассматривается соответствующее поле нормальных волн и, следовательно, сказываются фильтрующие свойства волновода.

Отметим, что, если мы ограничимся нулевым приближением для амплитуды рассеяния в виде (13), то (14) сведется к полученным ранее в работах [11, 13, 14] выражениям.

Замечание. Согласно выражениям (а) и (б), для вычисления ДН вторичных источников рассеянных полей необходимо последовательно решать интегральные уравнения Фредгольма второго рода вида (2)–(5). При этом, ядра этих интегральных уравнений остаются неизменными для всех итераций. Как показано в работах [15, 16], в частном случае идеальных границ и сферического рассеивателя, эти уравнения удается решить точно, а также оценить скорость сходимости ряда (8). Однако, в общем случае волноводов и рассеивателей такие вычисления необходимо проводить с использованием приближенных методов, описанных, например, в работе [20]. В каждом конкретном случае волновода, рассеивателя, а также геометрии его расположения относительно границ эта задача требует самостоятельного исследования в смысле возможности упрощающих задачу допущений, выбора приближенного метода решения, а также проведения оценок возникающих при этом погрешностей.

Таким образом, в статье изложен метод, позволяющий с единых позиций оценивать как поля нормальных волн непрозрачных излучателей, так и поля рассеяния на неоднородных включениях, находящихся в зоне Фраунгофера сторонних источников. Для принятия решения о замене ряда (8) конечной суммой необходимо оценивать остаточную сумму этого ряда. Пример подобной оценки разобран ранее в работе [16]. Дальнейшие примеры подобного рода автор предполагает разобрать в последующих публикациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белов В.Е., Горский С.М., Зиновьев А.Ю., Хилько А.И.* Применение метода интегральных уравнений к задаче о дифракции акустических волн на упругих телах в слое жидкости //Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 4. С. 548–560.

2. *Gaunaurd J.C., Huang H.* Acoustic scattering by a spherical body near a plane boundary // J. Acoust. Soc. Amer. 1994. V. 96. № 6. P. 2526–2536.

3. *Gaunaurd J.C., Haung H.* Sound scattering by a spherical object near a hard Flat Bottom // IEEE Transactions on Ultrason. Ferroelectr. and Frequency control. 1996. V. 43. № 4. P. 690–700.

4. *Елисеевнин В.А., Тужилкин Ю.И.* Дифракция звукового поля на плоском прямоугольном вертикальном экране в волноводе // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 249–253.

5. *Sarkissian A.* Extraction of a target scattering response from measurements made over long ranges in shallow water // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 102. № 2. P. 825–832.

6. *Bishop G.C, Smith J.* Scattering from an elastic shells and a round fluid – elastic interface. Theory // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. № 2. P. 767–788.

7. *Bishop G.C., Smith J.* Scattering from rigid and soft targets near a planar boundary: Numerical results // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 1. P. 130–143.

8. *Yang S.A.* A boundary integral equation method for two-dimensional acoustic scattering problems // J. Acoust. Soc. Amer., 1999. V. 105. № 1. P. 93–105.

9. *Martin Ochmann.* The full-field equations for acoustic radiation and scattering // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 5. P. 2557–2564.

10. *Athanassoulis G., Prospathopoulos A.* Tree-dimensional scattering from a penetrable layered cylindrical obstacle in a horizontally stratified ocean waveguide // J. Acoust. Soc. Amer., 2000. V. 107. № 5. P. 2406–2417.

11. *Белькович В.М., Григорьев В.А., Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г.* О возможностях использования акустической дифракции в задачах мониторинга китообразных // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 2. С. 162–166.

12. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М., Петников В.Г.* Дифракция волн на регулярных рассеивателях в многомодовых волноводах // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 339–343.

13. *Григорьев В.А., Кацнельсон Б.Г., Кузькин В.М., Петников В.Г.* Особенности дифракции акустических волн в стратифицированных звуковых каналах // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 1. С. 44–51.

14. *Кузькин В.М.* Об излучении и рассеянии звуковых волн в океанических волноводах // Акуст. журн. 2001 Т. 47. № 5. С. 678–684.

15. *Зацерковный А.В., Сергеев В.А., Шарфарец Б.П.* Использование амплитуды рассеяния для решения задач дифракции волн в полупространстве // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 5. С. 650–656.

16. *Шарфарец Б.П.* Поле сферического излучателя звука в идеальном волноводе // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 547–551.

17. *Шарфарец Б.П.* Поле направленного излучателя в слоисто-неоднородном волноводе // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 119–125.

18. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973, 344 с.

19. *Морс Ф.М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. М.: Изд-во Иностр. лит-ры. Т. 2. 1960. 860 с.

20. *Иванов В.В.* Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. Киев: Наукова думка, 1986, 584 с.

Method for Calculating the Field of an Opaque Source and the Field Scattered by an Inhomgeneous Inclusion in a Planar Layered Waveguide

B. P. Sharfarets

A method for calculating the resulting field of an opaque radiator and the field scattered by an inhomogeneous inclusion in a planar layered waveguide is described. The inclusion is assumed to be located in the Fraunhofer zone of an external radiator, and the scattering amplitude of the inclusion is assumed to be known.