АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 1, с. 94–99

УДК 534.26

СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУД АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ТОНКИМИ УПРУГИМИ ПЛАСТИНАМИ

© 2004 г. В. Д. Лукьянов

Военный инженерно-технический университет
191185 Санкт-Петербург, ул. Захарьевская, 22
E-mail: LVV@VL2771.SPB.edu

Поступила в редакцию 16.04.2002 г.

Получены выражения, связывающие амплитуды акустических волн, возбуждаемых тонкой упругой пластиной под действием сил, с амплитудами рассеянных на пластине волн. Рассмотрены два случая, когда пластина разделяет среды, заполняющие полупространства и заполняющие акустический волновод. Из закона сохранения энергии получены тождества, устанавливающие соотношения для амплитуд акустических волн, излучаемых тонкой упругой пластиной под действием сил.

В задачах дифракции волн полезно иметь формулы, которые, хотя бы косвенно, контролируют правильность полученных аналитических и особенно численных результатов. В квантовой механике в теории рассеяния для этих целей используют так называемую оптическую теорему, в которой показано, что полное эффективное сечение рассеяния на некотором потенциале пропорционально мнимой части амплитуды рассеяния на нулевой угол [1]. В задачах рассеяния волн различной природы подобные соотношения, для которых сохраняют название оптическая теорема, выводятся из закона сохранения энергии. Применительно к задачам рассеяния на пассивных объектах этот закон гласит, что подводимая к рассеивателю энергия при условии отсутствия ее поглощения равна рассеянной им энергии. Различные формы и обобщения оптической теоремы в акустике получены в работах [2–11].

Наряду с задачами рассеяния в акустике рассматриваются задачи возбуждения акустических волн. В этих задачах колеблющееся тело под воздействием сил возбуждает в среде, окружающей тело, волны давления. Представляет интерес иметь для этих задач соотношение, связывающее между собой характеристики возбуждаемого акустического поля и являющееся следствием, как и оптическая теорема в задачах рассеяния волн, закона сохранения энергии.

В настоящей работе для двумерных задач акустики возбуждения волн тонкой упругой пластиной получены такие соотношения, связывающие характеристики силы, действующей на пластину и возбуждающей ее колебания, с параметрами излучаемого пластиной акустического поля. Рассмотрен случай изгибно колеблющейся пластины, которая разделяет различные акустические среды (идеальные сжимаемые жидкости или газы), заполняющие акустический волновод. Для получения тождеств задача излучения волн заменяется эквивалентной задачей отражения и прохождения специально подобранных волн. Набегающие, отраженные и прошедшие волны выбираются так, чтобы колебания пластины в задачах возбуждения и отражения волн происходили одинаково. Попутно получены соотношения, связывающие амплитуды волн в этих двух задачах, т.е. получены формулы, связывающие звукоизлучение пластины с ее звукопрозрачностью.

Отметим определенную связь рассматриваемых вопросов с принципом взаимности, установленным для линейных уравнений акустики в случае рассеяния звука на упругих телах [12]. В частности, исходя из принципа взаимности, устанавливаются, например, в [13], определенные свойства симметрии матрицы рассеяния. Согласно принципу взаимности имеется также возможность связать между собой рассеянное на упругом теле звуковое поле с акустическим полем, излучаемым этим телом под действием некоторых сил. Таким образом в работе [14] удалось получить формулы для звуковых полей, излучаемых упругими пластинами и оболочками. Исходя из принципа взаимности в работах [15, 16] была исследована связь звукоизлучения и звукопрозрачности безграничной пластины, разделяющей различные среды. В этих работах асимптотическими методами исследовалось звукоизлучение пластины при действии на нее точечной силы, когда точка наблюдения находится на большом волновом расстоянии от пластины. Отметим, однако, что применение принципа взаимности требует полного решения некоторой вспомогательной задачи возбуждения волн, тогда решение другой задачи выражается через решение вспомогательной. Так как далее устанавливаются только энергетические соотношения, полного решения вспомогательной задачи не требуется.

Пусть имеется плоский акустический волновод постоянной ширины H, занимающий полосу $(-\infty < x < +\infty, 0 \le y \le H)$. В сечении волновода ($x = 0$, $0 \le y \le H$) расположена тонкая упругая пластина, разделяющая две идеальные сжимаемые жидкости. Рассмотрим задачу стационарного излучения волн этой пластины под действием некоторых сил. Зависимость силы и волновых процессов от времени t считается гармонической с круговой частотой ω и задается множителем $\exp(-i\omega t)$, который всюду опускается.

Акустические давления в средах для правой ($x > 0$) и левой ($x < 0$) частей волновода обозначим соответственно через $P_1(x, y)$ и $P_2(x, y)$, которые удовлетворяют однородным уравнениям Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 P_s(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_s(x, y)}{\partial y^2} + k_s^2 P_s(x, y) = 0,$$

где k_s – волновое число в жидкости, $k_s = \omega/c_s$, c_s – скорость звука в среде, индекс s какой-либо величины здесь и везде далее принимает значения 1 или 2, в зависимости от того, к какому полупространству имеет отношение сама величина.

На стенках волновода для акустического давления выполнены некоторые граничные условия, описывающие механический режим поведения стенок. Не конкретизируя эти условия, будем считать известным спектр нормальных волн волновода, причем граничные условия таковы, что распределения давления в поперечном сечении волновода для его нормальных волн с номером n справа и слева от пластины одинаковы и имеют вид $\varphi_n(y)$ при $n = 1, 2, \ldots$ Нормировку этих функций выберем так, чтобы

$$\int_0^H \varphi_n^2(y)dy = \Phi, \tag{1}$$

где Φ – некоторая константа.

Давление $p_{sn}^{\pm}(x, y)$ в нормальной волне с номером n задается выражением

$$p_{sn}^{\pm}(x, y) = \varphi_n(y)\exp(\pm i\lambda_{sn}x), \tag{2}$$

где соответственно $s = 1$ для волн в правой, а $s = 2$ для волн в левой от пластины частях волновода, λ_{sn} – волновое число n-й нормальной волны. При отсутствии поглощения в акустической среде нормальные волны волновода разделяются на распространяющиеся, у которых волновое число λ_{sn}, вещественное, и неоднородные, у которых число λ_{sn} чисто мнимое. Волны $p_{sn}^{+}(x, y)$ распространяются ($\mathrm{Re}\lambda_{sn} > 0$, $\mathrm{Im}\lambda_{sn} = 0$) и затухают ($\mathrm{Re}\lambda_{sn} = 0$, $\mathrm{Im}\lambda_{sn} > 0$) в положительном направлении оси Ox, а волны $p_{sn}^{-}(x, y)$ – в отрицательном.

Изгибное смещение пластины $U = U(y)$ подчиняется неоднородному уравнению Кирхгофа, которое с учетом контакта с акустической средой имеет вид при $0 < y < H$

$$gU^{(4)}(y) - m\omega^2 U(y) = f(y) + P_2(0, y) - P_1(0, y), \tag{3}$$

g – изгибная жесткость пластины, m – поверхностная плотность пластины. Плотность сил, действующих на пластину, выберем в виде

$$f_j(y) = f_j\varphi_j(y), \tag{4}$$

где f_j – амплитуда силы, $j = 1, 2, \ldots$

Условие равенства смещения пластины и нормального перемещения жидкости на пластине запишется в виде

$$U(y) = \frac{1}{\rho_1\omega^2}\frac{\partial P_1(0, y)}{\partial x} = \frac{1}{\rho_2\omega^2}\frac{\partial P_2(0, y)}{\partial x}, \tag{5}$$

ρ_1 и ρ_2 – плотности акустических сред соответственно справа и слева от пластины.

Концы пластины каким-либо определенным образом заделаны в стенки волновода. В общем случае заделки ее концов пластина совершает сложные колебания, при этом возбуждаются все формы колебаний пластины, что в свою очередь возбуждает весь спектр нормальных волн в волноводе.

В некоторых частных случаях заделки концов пластины она совершает только колебания вида $\varphi_j(y)$ и тогда в волноводе возбуждаются только нормальные волны $p_{1j}^{+}(x, y)$ при $x > 0$ и $p_{2j}^{-}(x, y)$ при $x < 0$. Так будет, например, в случае неподвижных стенок волновода, если на концах пластины выполнены условия скользящей заделки.

Пусть колебания пластины возбуждают все нормальные волны в волноводе. Представим возбуждаемое в волноводе поле давлений в виде разложения по нормальным волнам

$$P_1(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n p_{1n}^{+}(x, y), \tag{6}$$

$$P_2(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n p_{2n}^{-}(x, y), \tag{7}$$

где коэффициенты разложения A_n и B_n – искомые амплитуды возбуждаемых в волноводе нормальных волн.

Здесь же рассмотрим задачу отражения от пластины нормальных волн, набегающих на нее со стороны правого волновода,

$$P_1^-(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n p_{1n}^-(x, y), \tag{8}$$

которые, отражаясь от пластины, возбуждают поле

$$P_1^+(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n p_{1n}^+(x, y), \tag{9}$$

а проходя через нее, – и поле

$$P_2^-(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n p_{1n}^-(x, y). \tag{10}$$

Амплитуда волн a_n, b_n и c_n в представлениях (8)–(10) подберем так, чтобы на пластину оказывалось такое же давление, что и внешняя сила, задаваемая соотношением (4), вместе с давлением со стороны жидкостей в задаче излучения волн пластиной:

$$\begin{gathered} P_2^-(0, y) - P_1^+(0, y) - P_1^-(0, y) = \\ = f_j(y) + P_2(0, y) - P_1(0, y), \end{gathered} \tag{11}$$

а смещение жидкости вблизи пластины в нормальном к ней направлении было такое же, что и при возбуждении волн под действием внешней силы:

$$\frac{1}{\rho_1\omega^2}\left(\frac{\partial P_1^+(0, y)}{\partial x} + \frac{\partial P_1^-(0, y)}{\partial x}\right) = \frac{1}{\rho_1\omega^2}\frac{\partial P_1(0, y)}{\partial x}, \tag{12}$$

$$\frac{1}{\rho_2\omega^2}\frac{\partial P_2^-(0, y)}{\partial x} = \frac{1}{\rho_2\omega^2}\frac{\partial P_2(0, y)}{\partial x}. \tag{13}$$

При выполнении равенств (11)–(13) пластина колеблется в задаче излучения под действием силы и в задаче отражения плоской волны одинаково.

Требования (11)–(13), а также условие (5), с учетом представлений (6)–(10) приводят к системе линейных алгебраических уравнений для искомых величин

$$\begin{cases} c_n - b_n - a_n = f_j\delta_{jn} + B_n - A_n, \\ -a_n + b_n = A_n, \\ c_n = B_n, \\ \dfrac{1}{Z_{1n}}A_n = -\dfrac{1}{Z_{2n}}B_n, \end{cases} \tag{14}$$

где δ_{jn} – символ Кронекера, $\delta_{jj} = 1$, $\delta_{jn} = 0$ при $n \neq j$, Z_{sn} – импеданс излучения в n-ю нормальную волну волновода справа от пластины ($s = 1$) и слева от пластины ($s = 2$), $Z_{sn} = \rho_s c_s k_s/\lambda_{sn}$.

Решение системы уравнений (14) относительно величин a_n, b_n и c_n дает соотношения, связывающие амплитуды нормальных волн в задаче рассеяния на пластине и задаче излучения ее под действием сил

$$\begin{gathered} a_n = -f_j\delta_{jn}/2, \quad b_n = A_n - (f_j\delta_{jn}/2), \\ c_n = -(Z_{2n}/Z_{1n})A_n. \end{gathered} \tag{15}$$

Пусть на некоторой частоте ω в волноводе распространяющимися являются справа от пластины N_1, а слева от пластины N_2 первых нормальных волн. Рассмотрим сначала случай, когда набегающая на торец волновода нормальная волна $w_j(x, y) = a_j p_j^-(x, y)$ является распространяющейся ($j \le N_1$). Эта волна переносит поток мощности

$$\Pi_j = \frac{1}{2\rho_1\omega}\mathrm{Im}\int_0^H \overline{w_j(x, y)}\frac{\partial w_j(x, y)}{\partial x}dy = \\ = \frac{\Phi}{2\omega Z_{1j}}|a_j|^2.$$

Отраженные от пластины нормальные волны уносят поток мощности $\Pi_1 = \dfrac{\Phi}{2\omega}\sum_{n=1}^{N_1}\dfrac{|b_n|^2}{Z_{1n}}$, а прошедшие через пластину волны переносят поток мощности $\Pi_2 = \dfrac{\Phi}{2\omega}\sum_{n=1}^{N_2}\dfrac{|c_n|^2}{Z_{2n}}$, где константа Φ определена нормировкой (1). Из закона сохранения мощности

$$\Pi_j = \Pi_1 + \Pi_2 \tag{16}$$

следует равенство

$$\frac{|a_j|^2}{Z_{1j}} = \sum_{n=1}^{N_1}\frac{|b_n|^2}{Z_{1n}} + \sum_{n=1}^{N_2}\frac{|c_n|^2}{Z_{2n}}.$$

Откуда с учетом формул (15) имеем искомое соотношение, связывающее амплитуды возбужденных в волноводе нормальных волн, которое справедливо при любом $j \le N_1$.

$$\frac{1}{Z_{1j}}\mathrm{Re}(f_j\bar{A}_j) = \sum_{n=1}^{N_1}\frac{|A_n|^2}{Z_{1n}} + \sum_{n=1}^{N_2}\frac{|B_n|^2}{Z_{2n}}, \tag{17}$$

где черта над величиной A_j означает действие комплексного сопряжения.

С точностью до размерного множителя в обеих частях тождества (17), оно выражает совпадение работы, которую совершают силы, действующие на пластину, с колебательной энергией, которую уносят уходящие от пластины плоские волны. В частном случае, когда, в силу специального выбора условий заделки концов пластины в стенки волновода, пластина возбуждает в волноводе только одну распространяющуюся нормальную волну с номером j, в правой части тождества (17) останется только одно слагаемое с этим номером.

С учетом третьего уравнения в системе (14) тождество (17) можно переписать в виде

$$\frac{1}{Z_{1j}}\mathrm{Re}(f_j\bar{A}_j) = \sum_{n=1}^{N_1}\frac{|A_n|^2}{Z_{1n}} + \sum_{n=1}^{N_2}\frac{Z_{2n}|A_n|^2}{Z_{1n}^2}. \quad (18)$$

В частном случае, когда среда находится только с одной стороны от пластины при $x > 0$, считая в формуле (18) формально $Z_{2n} = 0$, получим тождество

$$\frac{1}{Z_{1j}}\mathrm{Re}(f_j\bar{A}_j) = \sum_{n=1}^{N_1}\frac{|A_n|^2}{Z_{1n}}. \quad (19)$$

Пусть теперь плотность сил в формуле (19) содержит распределение давления неоднородной нормальной волны ($j > N_1$). Как известно, неоднородная волна $a_j p_j^-(x, y)$ сама по себе не переносит энергии. Однако, как показано в [17, 18], при наличии отраженной от препятствия, в данном случае от пластины, неоднородной нормальной волны $b_j p_j^+(x, y)$ существует отличный от нуля поток мощности Π_j, приносимый к пластине акустическим давлением

$$w_j(x, y) = a_j p_j^-(x, y) + b_j p_j^+(x, y).$$

С учетом соотношений (15) имеем

$$\Pi_j = \frac{1}{2\rho_1\omega}\mathrm{Im}\int_0^H \overline{w_j(x, y)}\frac{\partial w_j(x, y)}{\partial x}dy = \frac{\Phi}{2\omega|Z_{1j}|}\mathrm{Re}(f_j\bar{A}_j). \quad (20)$$

Равенство потоков мощности (16) при ($j > N_1$), с учетом выражения (20) для потока мощности Π_j, приводит к тождеству, совпадающему по виду с тождеством (17) с заменой в его левой части импеданса Z_{1j} на $|Z_{1j}|$.

В случае возбуждения в волноводе только одной неоднородной нормальной волны с номером s при $s > N$ правая часть тождества (17) равна нулю, следовательно, величина $f_j\bar{A}_j$ чисто мнимая.

При переходе в (2) к нормированным нормальным волнам

$$p_{sn}^{\pm}(x, y) = |Z_{sn}|^{-1/2}\varphi_n(y)\exp(\pm i\lambda_{sn}x)$$

и замене силы в представлении (4) на $f_j(y) = |Z_{1j}|^{-1/2} f_j\varphi_j(y)$ тождество (17) перепишется в виде

$$\mathrm{Re}(f_j\bar{A}_j) = \sum_{n=1}^{N_1}|A_n|^2 + \sum_{n=1}^{N_2}|B_n|^2.$$

Аналогично можно рассмотреть возбуждение плоских волн бесконечной пластиной, размещенной на прямой $x = 0$, $-\infty < y < +\infty$, и которая разделяет две акустические среды, заполняющих полупространства $x < 0$ и $x > 0$ при $-\infty < y < +\infty$. Под действием сил с плотностью $f(y) = f_0\exp(ik_y y)$, f_0 – амплитуда силы, считаем, что $k_y < k_1$ и $k_y < k_2$, пластина возбуждает в полупространствах плоские волны давлений

$$P_1(x, y) = A\exp(ik_{1x}x + ik_y y) \text{ при } x > 0, \quad (21)$$

$$P_2(x, y) = B\exp(ik_{2x}x - ik_y y) \text{ при } x < 0, \quad (22)$$

где A и B – амплитуды плоских волн, $k_{sx} = \sqrt{k_s^2 - k_y^2}$.

Как и в случае с волноводом, рассмотрим задачу отражения от пластины теперь плоской волны. Если на пластину набегает при $x > 0$ плоская волна вида $P_1^-(x, y) = a\exp(ik_{1x}x - ik_y y)$, которая при $x > 0$ дает отраженную волну $P_1^+(x, y) = b\exp(ik_{1x}x + ik_y y)$ и при $x < 0$ прошедшую волну $P_2^-(x, y) = c\exp(ik_{2x}x + ik_y y)$, то для амплитуд плоских волн получим систему линейных уравнений, которая отличается от системы (14) только отсутствием нижних индексов у амплитуд и заменой f_j на f_0. Поэтому искомое тождество, которое здесь следует из сравнения плотностей потоков мощности, имеет вид

$$\frac{1}{Z_1}\mathrm{Re}(f_0\bar{A}) = \frac{1}{Z_1}|A|^2 + \frac{1}{Z_2}|B|^2, \quad (23)$$

где Z_s – импедансы акустических сред, $Z_s = \rho_s c_s\frac{k_s}{k_{sx}}$ при $s = 1, 2$.

С учетом соотношения между амплитудами излучаемых пластиной волн, как и при получении тождества (18), имеем из (23)

$$\mathrm{Re}(f_0\bar{A}) = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)|A|^2. \quad (24)$$

Для случая, когда пластина разделяет одинаковые жидкости, тождество (23) запишется в виде $\mathrm{Re}(f_0\bar{A}) = 2|A|^2$.

Если в нижней полуплоскости среда отсутствует, то формально это можно учесть, считая плотность акустической среды в ней равной нулю. Тогда будем иметь $Z_2 = 0$ и из тождества (24) получим $\mathrm{Re}(f_0\bar{A}) = |A|^2$ для задачи отражения плоской волны от пластины, с одной стороны контактирующей с акустической средой.

При переходе к нормированным плоским волнам заменим в них множитель $\exp(ik_{sx}x \pm ik_y y)$ на $Z_s^{-1/2}\exp(ik_{sx}x \pm ik_y y)$, а множитель $\exp(ik_y x)$ в плотности внешних сил на $Z_1^{-1/2}\exp(ik_y x)$. При такой нормировке волны $P_s(x, y)$ и $P_s^{\pm}(x, y)$ переносят через единицу площади в направлении нормали к пластине одинаковую мощность. Тождество (23) принимает вид $\mathrm{Re}(f_0\bar{A}) = |A|^2 + |B|^2$.

Выполнение тождества (23), как и тождества (17), которые были получены без нахождения смещения пластины и величин амплитуд излучаемых пластиной волн, можно проверить непосредственно. Для этого найдем полное решение задачи излучения. Смещение пластины ищем в виде

$$U = U(y) = u\exp(ik_y y), \tag{25}$$

где u – искомая амплитуда смещения пластины.

Для величин A, B и u получим из условий (3) и (5), с учетом представлений (21), (22) и (25), систему линейных алгебраических уравнений

$$u = \frac{f_0 + B - A}{-i\omega Z_p} = \frac{i}{\omega Z_1}A = -\frac{i}{\omega Z_2}B, \tag{26}$$

где введено обозначение: Z_p – импеданс изгибных колебаний пластины, который равен отношению полного давления на пластину $f(y) + P_2(0, y) - P_1(0, y)$ к колебательной скорости пластины $v = -i\omega u$, $Z_p = -im\omega\left(1 - \dfrac{gk^4\sin^4\varphi}{m\omega^2}\right)$.

Определим из системы (26) величину A, для которой получим следующее выражение

$$A = \frac{Z_1 f_0}{Z_p + Z_1 + Z_2}. \tag{27}$$

Для проверки тождества (23) подставим полученное выражение (27) для амплитуды A в это тождество. Действительно, в правой и левой частях тождества будем иметь величину $\dfrac{(Z_1+Z_2)^2|f_0|^2}{(\mathrm{Im}Z_p)^2 + (Z_1+Z_2)^2}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. М.: Наука. Гл. ред. Физмат. лит., 1989. 768 с.
2. *Хенл Х., Мауе А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
3. *Белинский Б.П., Коузов Д.П.* Оптическая теорема для системы пластина–жидкость // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 1. С. 13–19.
4. *Белинский Б.П.* О некоторых общих свойствах системы пластины–жидкость в присутствии упруго-вязкого слоя // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 154–161.
5. *Kriegsmann G.A., Norris A.N, Reiss E.L.* An optical theorem for acoustic scattering by baffled flexible surfaces // J. Sound. Vib. 1985. Т. 99. С. 301–307.
6. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 304 с.
7. *Belinskiy B.P.* Comments on an optical theorem for acoustic scattering by baffled flexible surfaces // J. Sound. Vib. 1990. V. 139. P. 522–553.
8. *Андронов И.В.* Оптическая теорема для системы пластина–стратифицированная жидкость // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 13–18.
9. *Guo Y.P.* On sound energy scattered by a rigid body near a compliant surface // Proc. R. Soc. London, Ser. A. 1995. V. 451. P. 543–553.
10. *Andronov I.V., Belinskiy B.P.* Acoustic scattering on an elastic plate described by the Timoshenko model: Contact conditions and uniqueness of the solution // J. Acoust. Soc. Amer. 1998. V. 103. P. 673–682.
11. *Kriegsmann G.A.* Acoustic scattering by baffled flexible: The discrete optical theorem // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 107. P. 1121–1125.
12. *Лямшев Л.М.* К вопросу о принципе взаимности в акустике. // ДАН СССР. 1959. Т. 125. № 6. С. 1231–1234.
13. *Бобровницкий Ю.И.* Взаимность в задаче об отражении и прохождении волн. Ч. 1: Симметрия матриц коэффициентов отражения // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 1. С. 14–23.
14. *Лямшев Л.М.* Об одном способе решения задачи излучения звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 4. С. 501–504.
15. *Шендеров Е.Л.* О связи между звукоизлучением пластин и их звукопрозрачностью // Акуст. журн. 1966. Т. 10. № 3. С. 387–389.
16. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
17. *Bobrovnickii Yu.I.* On the energy flow in evanescent waves // J. Sound Vibr. 1992. V. 152. № 2.
18. *Коузов Д.П., Никитин Г.Л., Агранова О.Б., Яковлева В.Г.* Матрица трансформации // Труды XXIII школы-семинара "Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем". СПб: Институт проблем машиноведения РАН, 1996. С. 63–90.

Relation for the Amplitudes of Acoustic Waves Excited by Thin Elastic Plates

V. D. Luk'yanov

Relations between the amplitudes of acoustic waves excited by a thin elastic plate under the effect of external forces and the amplitudes of waves scattered by this plate are obtained. Two cases are considered: when the plate separates acoustic media filling two half-spaces and when it separates acoustic media filling an acoustic waveguide. The energy conservation law is used to derive the identities that determine the relations between the amplitudes of acoustic waves radiated by a thin elastic plate under the action of forces.