АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 2, с. 210–219

УДК 534.22

# ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ПРИСУТСТВИИ ИНТЕНСИВНЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В МЕЛКОМ МОРЕ

**© 2004 г. Б. Г. Кацнельсон, С. А. Переселков**

*Воронежский государственный университет*

*394006 Воронеж, Университетская пл. 1*

*E-mail: katz@phys.vsu.ru*

Поступила в редакцию 20.11.2002 г.

Рассматривается распространение звука в мелком море в присутствии пакета интенсивных внутренних волн. Показано, что горизонтальная рефракция, обусловленная этими пакетами, при распространении сигнала примерно параллельно волновым фронтам пакета внутренних волн может приводить к заметным изменениям в спектре и пространственном распределении интенсивности сигнала.

Состояние дел в изучении океана вообще и в особенности шельфовой зоны (мелкого моря) акустическими методами таково, что исследователи в настоящее время переходят от стадии сравнительно простых экспериментов по акустическому зондированию на отдельных трассах к реализации томографических схем, когда используется набор излучателей и приемных антенн различных конфигураций, производящих одновременно зондирование на разных направлениях сигналами различной длительности и спектрального состава (широко- и узкополосными) в течение достаточно продолжительного времени. Такими экспериментами являются, например SWARM [1, 2] и PRIMER [3], в которых пересекающиеся акустические трассы перекрывают некоторый регион. Такая постановка позволяет регистрировать достаточно тонкие акустические эффекты, обусловленные различными океанскими явлениями. При этом для объяснения многих экспериментальных результатов мы должны учитывать, что из-за океанских движений (внутренних волн, приливов, движений фронтальных зон) имеет место анизотропия в горизонтальной плоскости. В наибольшей степени такая анизотропия проявляется для внутренних волн (ВВ) на мелководье. Как известно, ВВ распространяются по направлению к берегу, имея приблизительно плоский волновой фронт, длина которого может достигать нескольких десятков километров. Амплитуда колебаний поверхности постоянной плотности может достигать 5–10 м. В этом случае, если значение градиента поля скорости звука вдоль волнового фронта (или что то же самое, в отсутствие ВВ) порядка 0.001 $c^{-1}$, то вдоль направления распространения (поперек волнового фронта) он может достигать 0.1 $c^{-1}$, что сравнимо со значением вертикального градиента. Более того, структура поля скорости звука в этом направлении является квазипериодической – наблюдения [4, 5] показывают, что пакет может содержать 10 и более отдельных ВС при общей длине пакета до 10 км, что делает среду распространения неким подобием дифракционной решетки, покрывающей значительную акваторию с размерами порядка 10 × 20 км. Если вспомнить, что присутствует также заметная геометрическая (волноводная) дисперсия, то мы имеем дело с периодически неоднородной, анизотропной, диспергирующей средой. Отметим, в частности, один важный для дальнейшего момент. До настоящего времени при исследовании распространения широкополосных сигналов (коротких импульсов) традиционно признается преобладание межмодовой дисперсии (различие групповых скоростей для различных вертикальных мод), что позволяет достаточно надежно проводить селекцию мод (модовую фильтрацию) по временам прихода соответствующих сигналов. Обычно различие в групповых скоростях волноводных мод составляет несколько десятков м/с, что на типичных трассах (>10 км) дает вполне наблюдаемую разницу времен прихода >0.1 с. Что касается внутримодовой дисперсии (т.е. зависимости групповой скорости отдельной моды от частоты, и, соответственно, искажение формы импульсов, соответствующих отдельным модам), то ее проявления до сих пор были значительно слабее. Однако, как будет показано ниже, в описанной анизотропной волноводной среде проявления внутримодовой дисперсии будут заметными.

В работе [6] показано, что наличие ВВ обусловливает заметную горизонтальную рефрак-

цию, вплоть до образования волновода в горизонтальной плоскости для акустических трасс, примерно параллельных фронтам ВВ (см. также численное моделирование этой ситуации в [7]). Отмечено также, что в рамках подхода "вертикальные моды и горизонтальные лучи", влияние анизотропии на трехмерную структуру поля имеет селективный по модам характер, иначе говоря, структура горизонтальных лучей может быть качественно различной для различных вертикальных мод. Заметим далее, что поскольку вертикальные моды зависят (вообще говоря, достаточно сложным образом) от частоты, следует ожидать, что структура горизонтальных лучей (а соответственно и трехмерная структура поля) также будет зависеть от частоты. Указанная частотная зависимость при горизонтальной рефракции исследуется в данной работе. Эта зависимость может иметь резонансно-подобный характер и проявляться при распространении широкополосных сигналов.

Надо заметить, что спектральные характеристики звуковых сигналов в присутствии внутренних волн вызывали интерес и ранее, в частности, наличие частотной зависимости, имеющее даже резонансный характер, обнаружено в известной экспериментальной работе [8] при исследовании распространения широкополосных (взрывных) сигналов, пересекавших фронты внутренних волн. При этом авторы [8] утверждают, что измеряемая ими разница уровня звука на фиксированной частоте в зависимости от направления достигает 25 дБ. Такое поведение частотной зависимости интерпретируется авторами [8] (а также в ряде других работ, например [9]), как результат селективного взаимодействия мод, обусловленного возмущением поля скорости звука из-за ВВ. Это взаимодействие резко возрастает при совпадении пространственного периода (квазипериода) пакета ВВ с пространственным масштабом биений взаимодействующих мод на некоторой "резонансной" частоте[1]. Отметим далее, что в указанной работе зарегистрированы особенности (провалы и максимумы) в частотной зависимости сигнала и при другой ориентации акустической трассы, однако для этого случая авторы не предлагают никакой интерпретации.

В данной работе рассматривается частотная зависимость характеристик сигнала при распространении в описанной среде, в частности, будет показано, что различные, в том числе "резонансо-подобные" особенности могут иметь место благодаря горизонтальной рефракции, когда акустическая трасса расположена под относительно

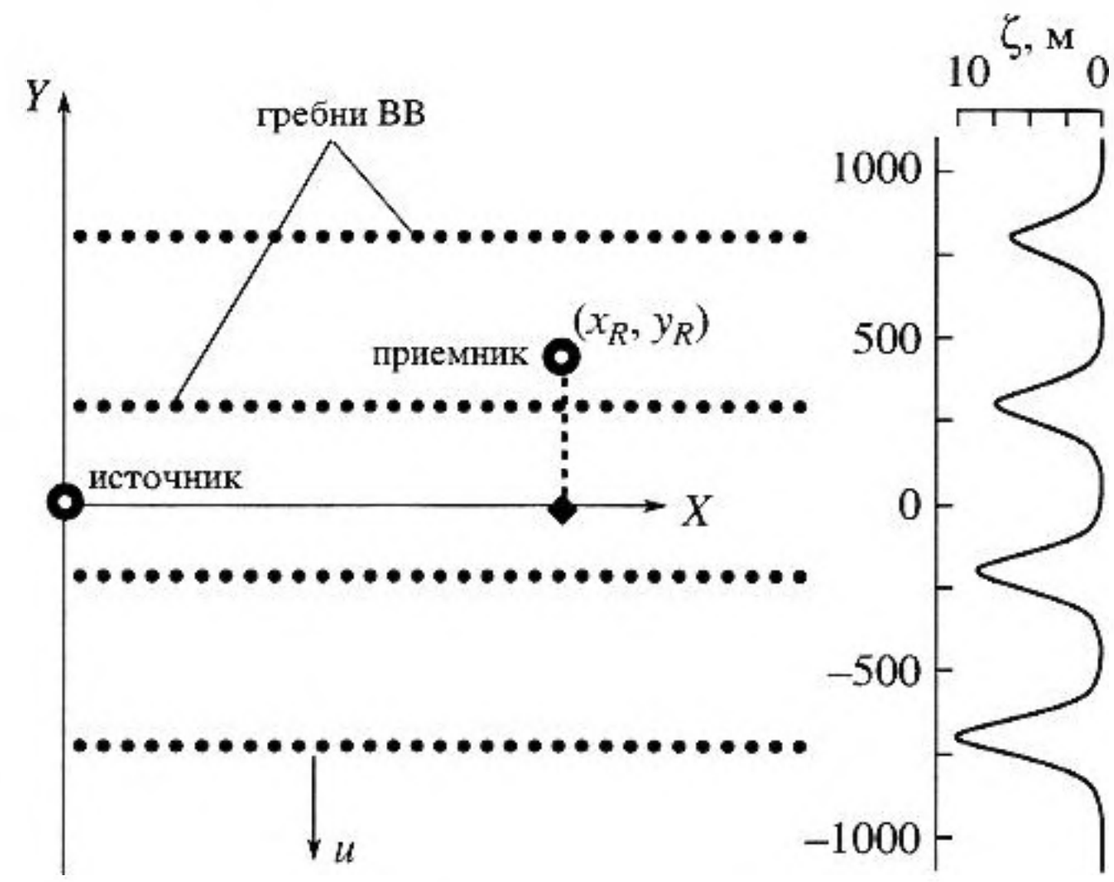


**Рис. 1.** Постановка задачи. Пунктиром обозначены волновые фронты пакета внутренних волн (линии максимального значения амплитуды ζ). Справа показано положение пакета ВВ, форма которого соответствует выбранной расчетной модели, в некоторый момент времени.

малым углом к береговой линии (волновым фронтам ВВ).

Рассмотрим распространение сигнала вдоль акустической трассы в мелководном звуковом канале в присутствии внутренних волн, распространяющихся примерно перпендикулярно этой трассе, иначе говоря, рассмотрим звуковое поле в области, соответствующей не слишком большим азимутальным углам с осью $X$ (см. рис. 1).

Представим мелководную океаническую среду в виде трехмерного гидроакустического волновода в системе координат $X$, $Y$, $Z$. Волновод образован водным слоем с квадратом показателя преломления:

$$n^2(\mathbf{r}, z) = n^2(z) + \mu(\mathbf{r}, z, t), \qquad (1)$$

где $n^2(z)$ соответствует некоторой средней равновесной стратификации слоя (соответствующий профиль скорости звука и плотность обозначаются $c(z)$ и $\rho(z)$ соответственно), $\mu(\mathbf{r}, z, t)$ – изменению его акустических свойств, вызванному пакетом внутренних волн, $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор в горизонтальной плоскости. Водный слой ограничен по глубине свободной поверхностью $z = 0$ и однородным поглощающим полупространством – дном $z = H$, с плотностью $\rho_1$ и квадратом показателя преломления: $n_1^2(1 + i\alpha)$, где $n_1 = c(H)/c_1$, $\alpha$ – определяется поглощающими свойствами дна.

[1] Непосредственное сравнение с работой [8] затруднительно, так как детальных данных по внутренним солитонам в [8] не приводится.

Выражение для $\mu(\mathbf{r}, z, t)$ в соответствии с [10] определяется параметрами пакета внутренних волн:

$$\mu(\mathbf{r}, z, t) = -\frac{2\delta c(\mathbf{r}, z, t)}{c(z)} = -2QN^2(z)\zeta(\mathbf{r}, z, t). \quad (2)$$

Здесь $\delta c$ – вариация скорости звука, обусловленная смещением поверхности постоянной плотности, $N(z) = \left(\frac{g}{\rho}\frac{d\rho}{dz}\right)^{1/2}$ – частота плавучести, определяемая плотностной стратификацией водного слоя, $g$ – ускорение свободного падения; $Q \approx 2.4$ с$^2$/м – константа, определяемая физическими свойствами воды, $\zeta$ – вертикальные смещения водных слоев, которые в соответствии с известным преобладанием в вертикальном распределении первой гравитационной моды $\Phi(z)$ можно записать в виде:

$$\zeta(\mathbf{r}, z, t) = \Phi(z)\zeta_s(\mathbf{r} - \mathbf{u}t), \quad (3)$$

где $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$ – скорость солитона в горизонтальной плоскости, зависящая, вообще говоря, от координат, что обуславливает, в частности, возможное искривление волнового фронта. $\Phi(z)$ – нормирована на свое максимальное значение, величину $\zeta_s$, представляющую собой отклонение поверхности, где гравитационная мода равна единице, можно назвать огибающей пакета ВВ. Для численного моделирования предполагается, что скорость движения пакета направлена параллельно оси $Y$ ($u_x = 0$), волновые фронты в пакете являются прямолинейными, параллельными оси $X$.

В работах [6, 7] было показано, что в случае, когда акустическая трасса расположена примерно параллельно волновому фронту ВВ (т.е. примерно параллельно береговой линии), при прохождении пакетами ВВ этой трассы имеет место существенная горизонтальная рефракция звуковых лучей, распространяющихся от источника к приемнику. Эта рефракция может привести к образованию волновода в горизонтальной плоскости и, в свою очередь, к заметным временным флуктуациям поля на приемник. Этот вопрос проанализирован подробно в работе [6], здесь мы рассмотрим возможные пространственно-временные флуктуации спектра поля в точке наблюдения в наших условиях.

Наша задача состоит в определении трехмерной структуры поля от монохроматического точечного источника для модели волновода, описанной выше. Это значит решить уравнение[2]

$$\Delta\Psi(\mathbf{r}, z) + k^2 n^2(\mathbf{r}, z)\Psi(\mathbf{r}, z) = 0 \quad (4)$$

[2] Поскольку зависимость от времени медленная, задача решается в квазистатическом приближении, параметр $t$ опущен.

с соответствующими граничными условиями для функции $\Psi(\mathbf{r}, z)$ на дне и поверхности моря, а также с условиями, определяющими ненаправленный точечный источник. Решение уравнения (4) будем искать в виде разложения по модам волновода сравнения $\psi_l(\mathbf{r}; z)$, зависящим от горизонтальных координат $\mathbf{r}$, как от параметра:

$$\Psi(\mathbf{r}, z) = \sum_l P_l(\mathbf{r})\psi_l(\mathbf{r}; z). \quad (5)$$

Для функций $P_l(\mathbf{r})$ в адиабатическом приближении (в пренебрежении взаимодействием вертикальных мод) получаются уравнения

$$\nabla_r^2 P_l(\mathbf{r}) + \xi_l^2(\mathbf{r})P_l(\mathbf{r}) = 0, \quad (6)$$

где $\nabla_r = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right)$, $\xi_l(\mathbf{r}) = q_l(\mathbf{r}) + i\frac{\gamma_l(\mathbf{r})}{2}$ – собственные значения задачи Штурма в данном сечении волновода, они являются комплексными из-за поглощения и также зависят от горизонтальных координат, как от параметра.

Определить трехмерную структуру поля можно в рамках теории горизонтальных лучей и вертикальных мод, когда комплексная модальная амплитуда звукового поля ищется в виде:

$$P_l(\mathbf{r}) = \sum_n A_{nl}(\mathbf{r})\exp[i\theta_{nl}(\mathbf{r})]. \quad (7)$$

Здесь $A_{nl}(x, y)$ – амплитуда, $\theta_{nl}(x, y)$ – фазовый набег (эйконал) $l$-й акустической моды $\psi_l(\mathbf{r}; z)$, зависящей от горизонтальных координат, как от параметра. Заметим, что в общем случае в точку приема может приходить не один, а несколько горизонтальных лучей, соответствующих данной моде. Эти лучи имеют различные траектории, следовательно, они характеризуются различными амплитудами и фазовыми набегами. Поэтому в выражении (3) проводится также суммирование по горизонтальным лучам (индекс $n$).

Для амплитуды и эйконала из (6) можно получить обычные (двумерные) уравнения геометрической акустики,

$$\begin{gathered}(\nabla_r\theta_{nl})^2 = q_l^2, \\ 2\nabla_r A_{nl}\nabla_r\theta_{nl} + A_{nl}\nabla_r^2\theta_{nl} + q_l\gamma_l A_{nl} = 0.\end{gathered} \quad (8)$$

В правой части первого уравнения стоит эффективный волновой вектор, вместо которого можно ввести показатель преломления $n_l(\mathbf{r})$ для горизонтальных лучей, зависящий от горизонтальных координат, определяемый соотношением

$$q_l^2(\mathbf{r}) = n_l^2(\mathbf{r})(q_l^0)^2 = (q_l^0)^2[1 + \delta n_l^2(\mathbf{r})], \quad (9)$$

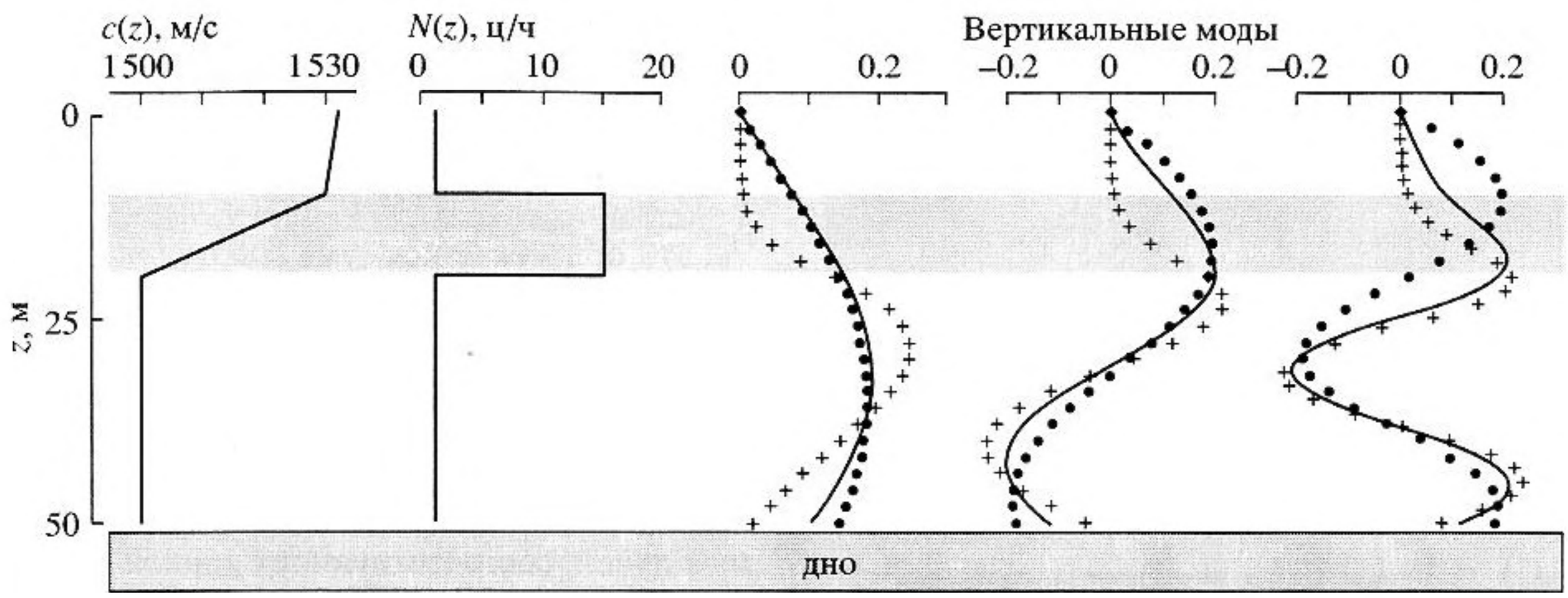


**Рис. 2.** Профиль скорости звука и частота Вяйсяля, соответствующие расчетной модели. Справа показаны три первые вертикальные моды для различных частот звука. Кружочки соответствуют частотам 40, 70, 110 Гц для первой моды, второй и третьей мод соответственно, сплошная линия соответствует частотам 80, 180, 350 Гц для тех же мод, крестики – 600 Гц для всех мод.

где $\psi_l^0$ и $q_l^0$ являются соответственно собственными функциями и собственными значениями "невозмущенной" волноводной задачи (без внутренних волн), $k = 2\pi f/c$ – значение волнового вектора на некоторой фиксированной глубине (например, поверхности моря).

Поправку $\delta n_l^2$ можно определить по теории возмущений

$$\delta n_l^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{(q_l^0)^2}\int_0^H [\psi_l^0(z)]^2 k^2 \mu(\mathbf{r}, z)dz = \nu_l \varsigma_s(\mathbf{r}), \quad (10)$$

где после использования формулы (2) форма пакета ВВ выделена отдельным множителем, оставшиеся величины содержатся в факторе $\nu_l$. Как видно из (10), величина поправки (фактора $\nu_l$) определяется интегралом перекрытия вертикальной моды и возмущения поля скорости звука, иначе говоря, определяется долей модальной амплитуды, приходящейся на слой термоклина. Пространственно-временная зависимость поправки к квадрату показателя преломления для горизонтальных лучей $\delta n_l^2$ в таком приближении определяется формой пакета ВВ. Далее отметим, что для горизонтальных лучей (в отличие от обычной геометрической акустики) в уравнениях эйконала и переноса (8), точнее, в показателе преломления для горизонтальных лучей (10), содержится частотная зависимость. Частотная зависимость той части эффективного показателя преломления $\nu_l$, которая связана с внутренними волнами (и которая обуславливает горизонтальную рефракцию), может быть оценена в предположении, что термоклин, располагающийся на некоторой глубине $h$, имеет толщину $h_t$, малую по сравнению с вертикальным масштабом изменения мод:

$$\nu_l = -\frac{Qk^2}{[q_l^0]^2}\int_0^H [\psi_l^0(z)]^2 N^2(z)\Phi(z)dz \approx \approx -\frac{Qk^2}{[q_l^0]^2} N_0^2 [\psi_l^0(h)]^2 h_t. \quad (11)$$

Этот фактор зависит также от параметров волновода – его глубины, донных параметров частоты Вяйсяля и профиля скорости звука. Частотная зависимость связана также с номером моды для горизонтального луча. Дальнейшие вычисления будем проводить для модели мелководного звукового канала, характеризующегося следующими параметрами. Профиль скорости звука в невозмущенном состоянии $c(z)$ и частота Вяйсяля показаны на рис. 2, глубина водного слоя $H = 50$ м, дно характеризуется параметрами: плотностью $\rho_1 = 1.8$ г/см$^3$, $c_1 = 1750$ м/с – скорость звука в дне, коэффициент поглощения $\alpha = 0.02$.

В качестве модели пакета ВВ возьмем следующий цуг, состоящий из четырех солитонов с плоским волновым фронтом, сдвинутых друг относительно друга

$$\zeta_s(y, t) = \sum_{m=1}^{4} A_m \operatorname{sec}h^2\left(\frac{y - y_m + u_m t}{L_m}\right) \quad (12)$$

и распространяющихся, вообще говоря, с разной скоростью $u_m$ в отрицательном направлении оси $y$. Параметры пакета определяются более или менее типичными значениями: $A_1 = 10$ м, $A_2 = 8.61$ м,

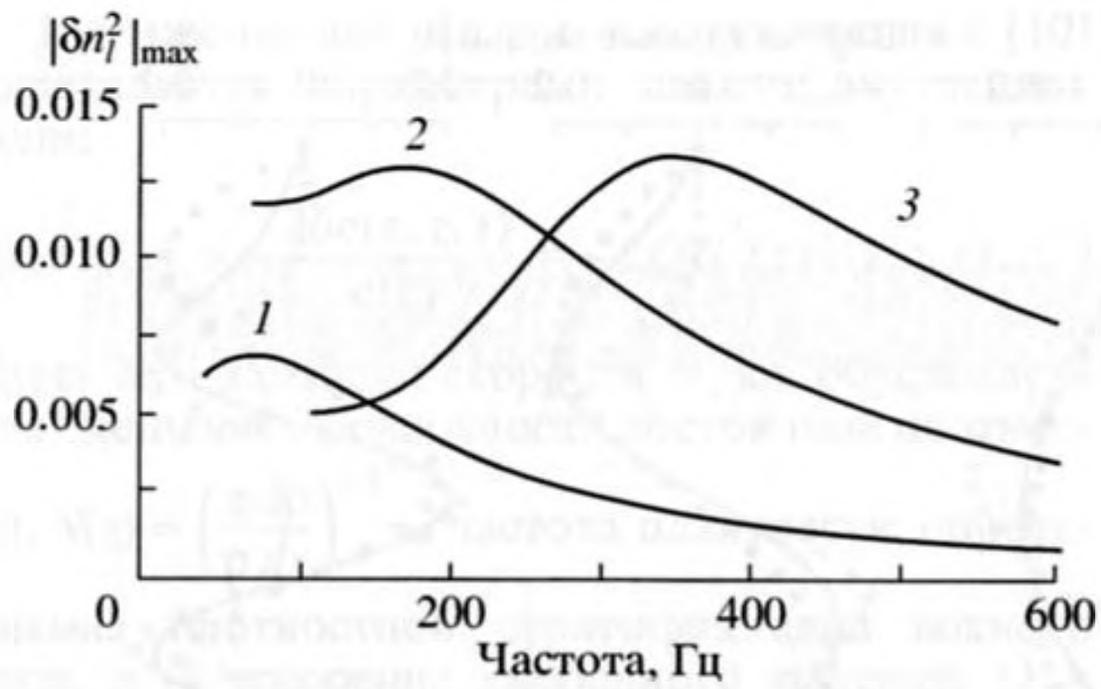


**Рис. 3.** Частотная зависимость поправок к показателю преломления для горизонтальных лучей, соответствующих первым трем вертикальным модам.

$A_3 = 7.41$ м, $A_4 = 6.38$ м; $y_1 = 300$ м, $y_2 = 800$ м, $y_3 = 1300$ м, $y_4 = 1800$ м; $L_{1,2,3,4} = 75$ м; $u_{1,2,3,4} = 0.5$ м/с. Несмотря на приблизительный характер формулы (12), подобные ей используются для моделирования пакетов ВВ (см., например, [2, 7]). Пакет (12) движется как целое в отрицательном направлении оси $y$, общая длина пакета составляет примерно 2 км, он проходит акустическую трассу в течение 1.1 часа. Положение пакета на рис. 1 соответствует значению $t \approx 2000$ с.

Как было отмечено выше, добавка к квадрату показателя преломления, определяющая горизонтальную рефракцию, зависит от поперечной по отношению к направлению акустической трассы координаты (в нашем случае от $y$) в соответствии с формой пакета солитонов, а также, независимо от этого, от частоты. Очевидно, что наибольшее значение эта добавка имеет там, где величина $\zeta_s(y, t)$ имеет максимум, т.е. на линиях волновых фронтов. На рис. 3 показаны зависимости величины $|\delta n_l^2|_{max}$ от частоты для первых трех мод при $\zeta = A_1 = 10$ м. Отметим, что у каждой вертикальной моды имеется своя область сравнительно резкой частотной зависимости, например для первой моды такая область находится в окрестности 100 Гц, для частот выше 200 Гц первая мода имеет небольшую и плавно уменьшающуюся с ростом частоты добавку $|\delta n_l^2|_{max}$ к показателю преломления для горизонтальных лучей. Это значит, что если мы каким-либо образом выделяем первую моду, то в частотной области выше 200 Гц ее амплитуда имеет практически цилиндрическую симметрию в горизонтальной плоскости, частотная дисперсия практически отсутствует, тогда как вторая и третья моды при таких частотах порождают систему криволинейных горизонтальных лучей, зависящую от частоты. Видно далее, что $|\delta n_l^2|_{max}$ имеют заметные максимумы в области частот ~80 Гц для первой моды, ~180 Гц для второй моды и ~350 Гц для третьей. Эта особенность объясняется тем, что в области указанных частот значительная часть моды (область первого максимума) расположена в области термоклина, при увеличении или уменьшении частоты эта область максимума собственной функции уходит от термоклина и влияние внутренних волн на нее ослабевает в соответствии с формулами (10) или (11). Данное рассуждение иллюстрируется рис. 2, где показаны вертикальные распределения амплитуды первых трех мод для нескольких частот. Таким образом, в наибольшей степени диапазон частотных особенностей для горизонтальных лучей, соответствующих данной моде, определяются положением и шириной термоклина.

Рассмотрим теперь в лучевом приближении структуру поля в горизонтальной плоскости, соответствующего различным модам по отдельности. На рис. 4 показана система горизонтальных лучей, для первых трех мод на двух частотах, одна из которых соответствует "резонансному" значению, а другая – достаточно далеко от него. Положение источника соответствует случаю "фокусировки" в горизонтальной плоскости, т.е. он расположен в области минимального отклонения поверхности постоянной плотности (минимума функции $\zeta_s(x)$[3]), что соответствует моменту времени $t = 1000$ с для нашей модели движения пакета. В другой момент времени лучевая картина может весьма существенно отличаться от данной.

Рассмотрим сначала свойства поля в данном случае на фиксированной частоте, например, 350 Гц. В соответствии с рис. 3 для этой частоты наибольший показатель преломления имеет третья мода, затем вторая мода и в наименьшей степени влияние горизонтальной рефракции испытывает мода 1. Соответствующие лучевые картины в горизонтальной плоскости показаны на рис. 4 (диаграммы *1б*, *2б*, *3б* слева). Одним из результатов будет то, что в различных точках на плоскости $XY$ для этого значения частоты амплитуды (веса) трех мод будут отличаться от их первоначального распределения (на источнике). Например, в области $y = 0$, $x = 6$ км будет иметь место преобладание третьей моды, имеющей здесь область фокусировки горизонтальных лучей, по сравнению с первыми двумя. Точка же с координатами $y = 0.2$ км, $x = 6$ км для третьей моды находится практически в зоне тени и в модальном разложении будет преобладание первой и второй. Как и было сказано выше, эта картина меняется также и со временем. Иными словами, происходит изменение модальных амплитуд (модового состава) в пространстве и времени, но без трансформации мод в обычном понимании – т.е. за счет

[3] В нашем случае термоклин расположен вблизи поверхности и ВВ распространяются гребнями вниз.

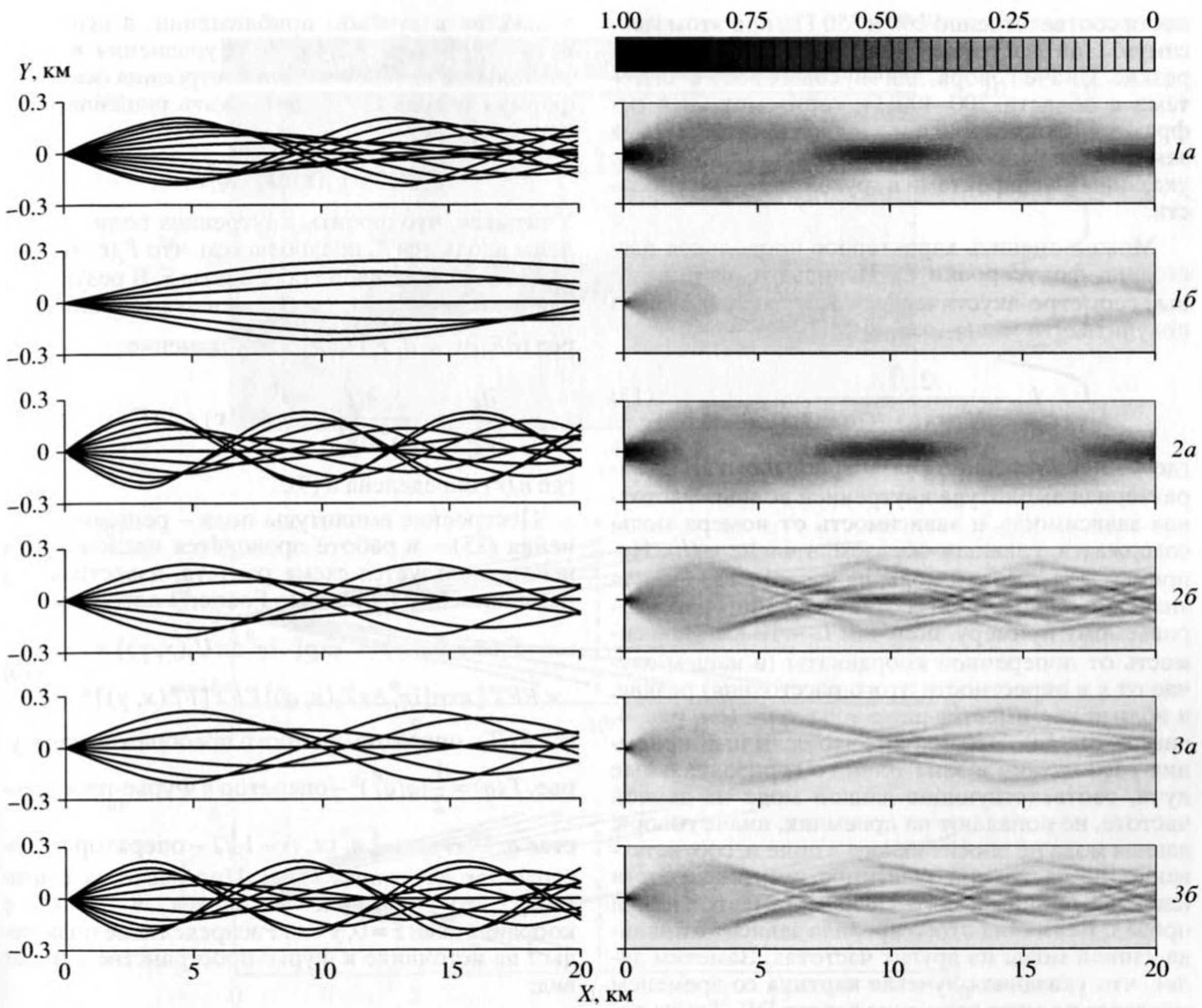


**Рис. 4.** Картины горизонтальных лучей (слева) и распределение поля в горизонтальной плоскости, полученное методом параболического уравнения (справа) для первых трех мод, соответствующие различным частотам в градациях серого цвета. Шкала градаций интенсивности в относительных единицах для результатов ПУ показана справа сверху. Диаграммы *1* соответствуют моде 1, *а*) $f$ = 50 Гц; б) $f$ = 350 Гц; диаграммы *2* соответствуют 2-й моде, *а*) $f$ = 180 Гц; *б*) $f$ = 350 Гц; диаграммы *3* – 3-й моде, *а*) $f$ = 150 Гц; *б*) $f$ = 350 Гц.

перекачки энергии из одной моды в другую при взаимодействии с неоднородностями. Здесь же механизмом, обуславливающим изменение модальных амплитуд, является перераспределение энергии, переносимой модами в горизонтальной плоскости (напоминаем, что все расчеты проводятся в адиабатическом приближении).

Укажем далее, что отмеченные особенности проявляются в частотной зависимости структуры горизонтальных лучей, что можно также увидеть на рис. 4. Рассмотрим, например, горизонтальные лучи, соответствующие первой моде (диаграммы *1а* и *1б*). При положении источника в области минимума отклонения (случай фокусировки) они в наибольшей степени испытывают влияние горизонтальной рефракции в частотной области ~80 Гц, с увеличением частоты влияние горизонтальной рефракции уменьшается. Область "фокусировки" лучей удаляется от источника при увеличении частоты и примерно в области 200 Гц и выше горизонтальной рефракцией первой моды можно пренебречь для расстояний ~10 км. В этой области >200 Гц эффект частотной зависимости проявляется в большей степени для второй и третьей вертикальных мод (рис. 4, диаграммы *2* и *3*). Это понятно, так как область первого максимума второй и третьей мод проходят термоклин при изменении частоты в окрест-

ности соответственно 200 и 350 Гц, при этом максимумы на частотной зависимости достаточно резкие. Иначе говоря, для звуковых волн с частотами в области 200–400 Гц горизонтальная рефракция (фокусировка и дефокусировка) весьма заметна для второй и третьей мод по сравнению с указанными эффектами в другой частотной области.

Можно оценить характерное продольное расстояние фокусировки $L_f$. Используя элементарные геометро-акустические соображения, можно получить, что

$$L_f \sim \frac{2\sqrt{2}\Lambda}{N_0\psi_l(h)\sqrt{Qh_t\zeta_0}}, \tag{13}$$

где $\Lambda$ – некий средний квазипериод пакета, $\zeta_0$ – характерная амплитуда внутренней волны. Частотная зависимость и зависимость от номера моды содержатся, главным образом, в члене $\psi_l(h)$. Например, для третьей моды на частоте 150 Гц, для значений параметров, соответствующих рассматриваемому примеру, получим $L_f \sim 10$ км. Зависимость от поперечной координаты (в нашем случае от $x$ в окрестности этого расстояния) резкая, и вблизи нее имеется даже зона тени (см. рис. 4, диаграмма *3а*). Это значит, что если наш приемник расположен в зоне тени, то горизонтальные лучи, соответствующие данной моде на данной частоте, не попадают на приемник, иначе говоря, данная мода не вносит вклада в поле и, соответственно, на частотной зависимости интенсивности (спектре принимаемого сигнала) имеется некий провал. Величина этого провала зависит от вклада данной моды на других частотах. Заметим далее, что указанная лучевая картина со временем меняется по мере движения пакета ВВ. Точка наблюдения спустя некоторое время может выйти из зоны тени, и частотная зависимость меняется. Поскольку движение ВВ происходит сравнительно медленно, то при использовании коротких (например, широкополосных) сигналов мы имеем некоторую последовательность спектров, изменяющихся со временем.

Указанная зависимость может проявиться при распространении широкополосных сигналов, когда частотная селекция будет осуществляться за счет названного механизма. Усиление или ослабление поля на данной частоте, в данной точке пространства может производиться за счет собирания энергии на данной частоте с различных азимутальных направлений или, соответственно, ослабления поля на данной частоте за счет ухода энергии в горизонтальном направлении. Данный эффект можно интерпретировать как проявление существенной внутримодовой дисперсии.

Численные расчеты характеристик поля, в нашем случае спектров, в некоторой точке удобнее делать не в лучевом приближении, а использовать метод параболического уравнения в горизонтальной плоскости. Для построения основных формул метода ПУ будем искать решение уравнения (6) в виде

$$P_l(\mathbf{r}) = F_l(\mathbf{r})\exp(iq_l^0 x). \tag{14}$$

Учитывая, что фронты внутренних волн направлены вдоль оси $X$, предполагаем, что $F_l(\mathbf{r})$ является плавной функцией координаты $x$. В результате для функции $F_l(\mathbf{r})$ в приближении рассеяния вперед ($\partial F_l/\partial x \ll q_l^0 F_l$) получим уравнение:

$$\frac{\partial F_l}{\partial x} = \frac{i}{2q_l^0}\frac{\partial^2 F_l}{\partial y^2} + \frac{iq_l^0}{2}(n_l^2(\mathbf{r}) - 1)F_l, \tag{15}$$

где $n_l(\mathbf{r})$ определена в (9).

Построение амплитуды поля – решения уравнения (15) – в работе проводится численно, для чего используется схема расчета, известная под названием SSF ("Split Step Fourier")-алгоритм:

$$\begin{gathered} F_l(x + \Delta x, y) = \exp[-iq_l^0\Delta x U_l(x, y)] \times \\ \times FFT\{\exp[iq_l^0\Delta x T_l(x, q)]FFT[F_l^*(x, y)]^*\}, \end{gathered} \tag{16}$$

где $FFT$ – оператор быстрого преобразования Фурье, $T_l(q) = \frac{1}{2}(q/q_l^0)^2$ – оператор в Фурье-пространстве $q$, $U(x, y) = -\lfloor n_l^2(x, y) - 1\rfloor/2$ – оператор в пространстве координат $(x, y)$. При расчетах считалось, что источник находится в точке с координатами $x = 0$, $y = 0$. Распределение поля моды $l$ на источнике в Фурье-пространстве $q$ имеет вид:

$$T_l(q, 0) = a_l\exp(-q^2/2\Delta_l^2), \tag{17}$$

где $a_l$ – амплитуда моды, определяемая значением моды на глубине источника, параметр $\Delta_l = q_l^0\sin\theta_{\max}$ определяет диапазон углов излучения источника, учитываемых при расчете (угол $\theta$ отсчитывается от оси $X$). При расчетах предполагалось, что профиль скорости звука соответствует изображенной на рис. 5. Параметр $\theta_{\max}$, определяющий угловое распределение поля на источнике, равен $\pi/18$, что соответствует учету горизонтальных лучей, выходящих под углами не более 10° в обоих направлениях. Шаги дискретизации в горизонтальной плоскости при указанных расчетах $\Delta x$ и $\Delta y$ брались соответственно 50 и 5 м.

В соответствии с вышесказанным амплитуда $F_l(\mathbf{r})$ зависит от частоты. Распределение амплитуды поля в горизонтальной плоскости в градациях серого цвета, соответствующее тем же параметрам, что и для лучевых картин для вертикальных мод 1–3 , показано на рис. 4 справа. Видно, что ка-

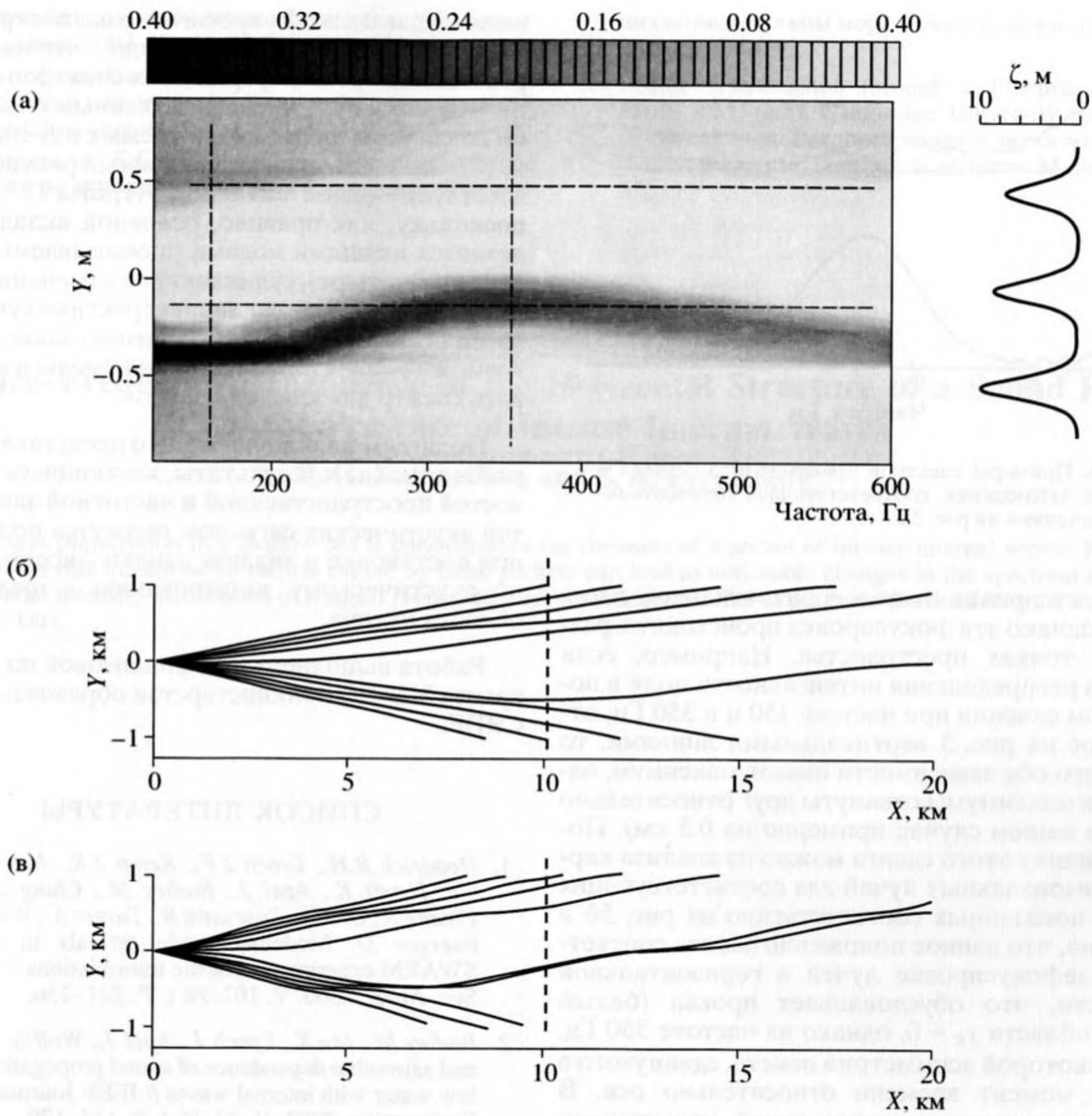


**Рис. 5.** а) Пространственно-частотная диаграмма: модальная интенсивность поля в градациях серого цвета для 3-й моды на расстоянии $x_R$ = 10 км от источника для положения пакета, показанного справа от рисунка. По вертикальной оси отложена координата $y_R$ точки наблюдения (приемника). Пунктиром показаны вертикальные и горизонтальные сечения. Шкала градаций интенсивности показана вверху. б) и в) – лучевые картины в горизонтальной плоскости, соответствующие частотам 150 и 350 Гц (вертикальные сечения на рис. 5а).

чественная картина соответствует объяснениям, данным выше в рамках лучевой теории, при этом можно заметить, что на достаточно больших расстояниях от источника формируется даже волновод в горизонтальной плоскости (образуется устойчивая интерференционная структура в горизонтальной плоскости, причем различная для разных частот).

Для построения и анализа спектров сигналов, принимаемых в различных точках пространства (горизонтальной плоскости), построим пространственно-частотную диаграмму (рис. 5), где по вертикальной оси отложена величина $y_R$ (координата от точки наблюдения), а по горизонтальной оси – частота звука. Модальная амплитуда в соответствующей точке на данной диаграмме определяется степенью почернения – градациями серого цвета. Шкала градаций для амплитуды в относительных единицах показана сверху. Положение пакета ВВ, соответствующее этой диаграмме, показано справа, оно соответствует моменту времени $t$ = = 1600 с. Вертикальное сечение такой диаграммы дает пространственное (поперечное по отношению к акустической трассе) распределение интенсивности на данной частоте. Видно, что подобная зависимость в нашем случае всегда имеет макси-

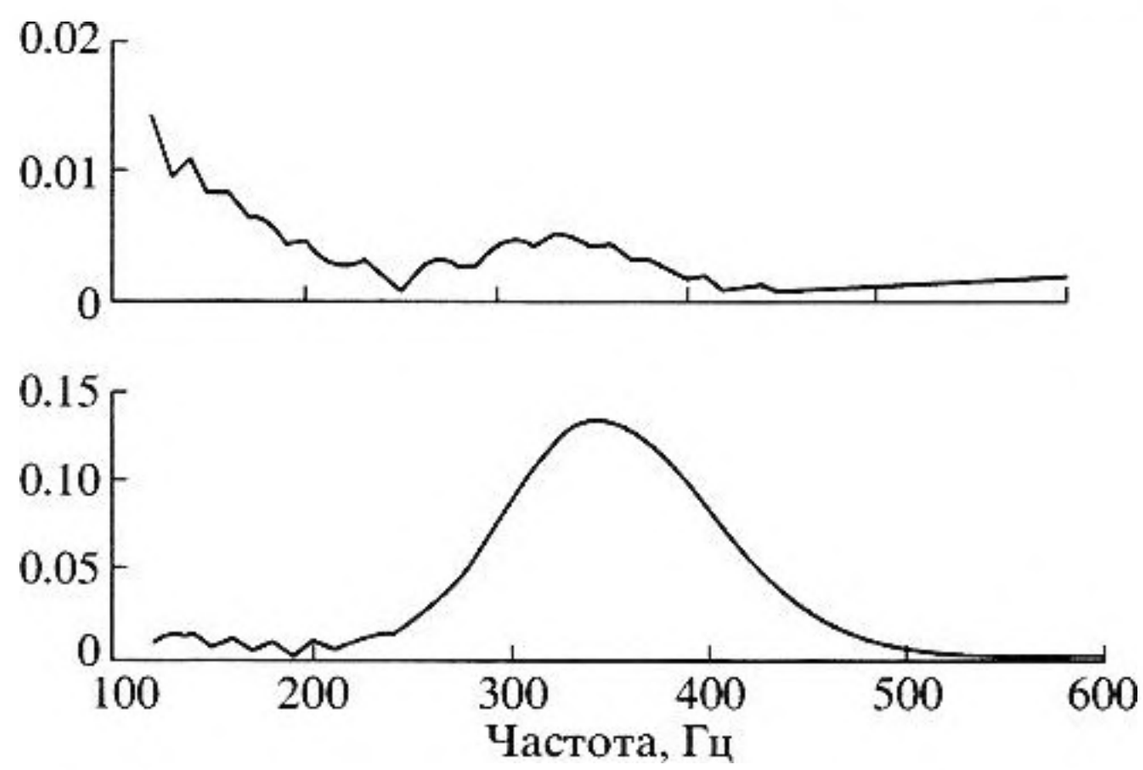


**Рис. 6.** Примеры спектров принимаемого сигнала в точках наблюдения, соответствующих горизонтальным сечениям на рис. 5а.

мум (фокусировка поля в горизонтальной плоскости), однако эта фокусировка происходит в различных точках пространства. Например, если сравним распределения интенсивности поля в поперечном сечении при частоте 150 ц и 350 Гц, отмеченное на рис. 5 вертикальными линиями, то видно, что обе зависимости имеют максимум, однако эти максимумы сдвинуты друг относительно друга (в нашем случае примерно на 0.5 км). Понять причину этого сдвига можно из анализа картин горизонтальных лучей для соответствующих частот, показанных соответственно на рис. 5б и 5в. Видно, что данное положение пакета соответствует дефокусировке лучей в горизонтальной плоскости, что обусловливает провал (белый цвет) в области $y_R \sim 0$, однако на частоте 350 Гц, из-за некоторой асимметрии пакета, сдвинутого в данный момент времени относительно оси. В этом случае имеется группа лучей, испытывающая отклонение от нижнего (на нашем рисунке) максимума в направлении акустической трассы. Эта лучевая трубка и обуславливает положение максимума поля вблизи $y_R \sim 0$. Разумеется, при другом положении пакета ВВ эта картина меняется и можно отметить весьма нетривиальный временной эффект. Из рис. 5а можно заключить, что максимум на поперечной зависимости (т.е. от $x$) модальной интенсивности на фиксированной частоте звука будет перемещаться вместе с пакетом, если эта фиксированная частота будет выше или ниже резонансной, т.е. в области $f < 300$ Гц и $f > 400$ Гц. Амплитуда этого максимума примерно одинакова. В области же $f \sim 350$ Гц он будет находиться примерно на оси волновода, изменяясь по амплитуде примерно синхронно с прохождением пакета.

Горизонтальное сечение на расстоянии $y_R$ дает частотный спектр сигнала, принимаемого в точке $(x_R, y_R)$. На рис. 6 показаны два примера спектров амплитуды поля для третьей моды, построенных соответствующим образом. Видно, что на разных расстояниях от оси форма этих спектров различна, что может служить качественным объяснением различных форм, наблюдаемых в эксперименте [8]. Заметим, правда, что данный рисунок соответствует одной из мод (третьей), однако поскольку, как правило, основной вклад в поле делается низшими модами (в описываемых условиях три-четыре), существенное изменение одной из них заметно меняет характеристики суммарного поля. Кроме того, экспериментально вполне возможно селектировать низшие моды и исследовать спектр для каждой из них.

Полагаем в заключение, что представленные в работе анализ и результаты, касающиеся особенностей пространственной и частотной зависимостей акустических сигналов, окажутся полезными при постановке и анализе данных экспериментов по акустическому зондированию в шельфовой области океана.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта VZ-010-0 Министерства образования РФ и CRDF.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Headrick R.H., Lynch J.F., Kemp J.K., Newhall A.E., v.d. Heydt K., Apel J., Badiey M., Ching-sang Chiu Finette S., Orr M., Pasewark B., Turgot A., Wolf S., Tielbuerger D.* Modeling mode arrivals in the 1995 SWARM experiment acoustic transmissions // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 107. № 1. P. 221–236.

2. *Badiey M., Mu Y., Lynch J., Apel J., Wolf S.* Temporal and azimuthal dependence of sound propagation in shallow water with internal waves // IEEE Journal of Ocean Engineering. 2002. V. 27. № 1. P. 117–129.

3. *Colosi J.A., Beardsley R.C., Lynch J.F., Gawarkiewicz G., Ching-Sang Chiu, Scotti A.* Observations of nonlinear internal waves on the outer New England continental shelf during the summer Shelfbreak Primer study. // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. № C5. P. 9587–9601.

4. *Hsu M.K., Liu A.K., Liu C.* An internal wave study in the China Seas and Yellow Sea by SAR // Continental Shelf Res. 2000. V. 20. P. 389–410.

5. *Li X., Clemente-Colon P., Friedman K.S.* Estimating oceanic mixed-layer depth from internal wave evolution observed from Radarsat-1 SAR // Johns Hopkins APL Technical Digest. 2000. V. 21. № 1. P. 130–135.

6. *Кацнельсон Б.Г., Переселков С.А.* Горизонтальная рефракция низкочастотного звукового поля, вызванная пакетами внутренних солитонов в мелководном волноводе // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 6. С. 779–788.

7. *Oba R., Finette S.* Acoustic propagation through anisotropic internal wave fields: transmission loss, cross-

range coherence, and horizontal refraction // J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 111. № 2. P. 769–784.

8. *Ji-xun Zhou, Xue-zhen Zhang*. Resonant interaction of sound wave with internal solitons in the coastal zone // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 90. № 4. P. 2042–2054.
9. *Кацнельсон Б.Г., Переселков С.А.* Резонансные эффекты при рассеянии звука пакетами внутренних волн в мелком море // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 6. С. 786–792.
10. Sound Transmission through a Fluctuating Ocean. Flatte S.M. (ed.). Cambridge University Press, 1979. (Есть перевод: Распространение звука во флуктуирующем океане. Под ред С. Флатте. М.: Мир, 1982. 336 с).

# Space–Frequency Dependence of the Horizontal Structure of a Sound Field in the Presence of Intense Internal Waves

**B. G. Katznel'son and S. A. Pereselkov**

Sound propagation in a shallow sea is considered in the presence of a packet of intense internal waves. It is shown that horizontal refraction caused by these packets can lead to noticeable changes in the spectrum and spatial intensity distribution of a signal propagating approximately parallel to the wave fronts of internal wave packets.