АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 3, с. 322–330

УДК 532.01+534.3

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТА В ЗАДАЧАХ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗА

© 2004 г. С. А. Рыбак* , С. А. Махортых** , С. А. Костарев*** , А. В. Дергузов**

*Акустический институт им. Н.Н. Андреева
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: sam_rybak@akin.ru

**Институт математических проблем биологии РАН
142290 Пущино Московской обл., ул. Институтская 4
E-mail: makh@impb.ru

***Тоннельная ассоциация России
107217 Москва, ул. Садово-Спасская 21
E-mail: viblab_tar@spacenet.ru

Поступила в редакцию 04.09.2003 г.

Приводится метод определения динамических и диссипативных характеристик грунта (скоростей и коэффициентов затухания упругих волн) в условиях города. Знание указанных характеристик необходимо в задачах оценки и контроля экологического состояния окружающей среды, обусловленного воздействием интенсивных акустических и вибрационных источников. Подобные задачи возникают при прогнозировании величин вибрации на поверхности грунта, генерируемой подземными и наземными источниками (транспорт, строительное и прочее оборудование). С учетом специфики решения прямых задач расчета поля упругих волн формулируются обратные задачи томографии грунта и приводятся методы их решения. Рассмотрено несколько алгоритмических реализаций, основанных на многократном решении прямой задачи, а также разложении полного поля на обобщенные спектральные составляющие. Последний подход позволяет существенно упростить оценку параметров на основе минимизации функционала невязки. В качестве базисных функций при аппроксимации экспериментальных данных используются полиномы Якоби.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи контроля виброакустической обстановки в городских условиях достаточно актуальны в силу многообразия действующих источников, среди которых не последнее место занимают линии метрополитена, железные дороги, строительные машины. Грунт является довольно сложной геофизической средой с присущими ему неоднородностью, сложными поглощающими и упругими свойствами. С математической точки зрения уже достаточно сложной для анализа является модель однородной среды со свободной поверхностью, сдвиговой и объемной упругостью, а также диссипацией. Возникающие вычислительные сложности иногда приводят к потерям существенных составляющих волновых решений (в частности, при некорректном использовании конечно-разностных схем). При наличии многих слоев грунта с различными упругими и массовыми характеристиками картина вибрационного поля резко усложняется. В дополнение к математическим трудностям в реальных расчетах проблема осложняется частичным или полным отсутствием данных о геометрических характеристиках и упругих свойствах грунта для конкретного места.

Вследствие сложности вибрационного поля и отсутствия достаточной исходной информации на практике используют методы расчета, являющиеся в значительной степени эмпирическими. Поведение ошибки, возникающей при неточном задании акустических параметров среды, приводится на рис. 1. Считается, что скорости продольных и поперечных волн заданы с погрешностью в 100 и 20 м/с, при этом их средние величины соответственно 600 и 200 м/с, приводятся зависимости для октавных частотных диапазонов 31.5 и 63 Гц.

Прямые задачи виброакустического прогноза описаны в работе [1]. При разработке методов решения прямых и обратных задач (акустический прогноз и оценка параметров грунта соответственно) следует учитывать то обстоятельство, что точность измерений в реальных условиях составляет величину порядка $\Delta L = 20\lg\frac{\Delta a}{a} \sim 2$ дБ, здесь Δa – точность измерений, a – абсолютное значение вибрации (в единицах смещения, скорости или ускорения). Поэтому естественным требованием к расчетным моделям (и соответственно точности оценок значений параметров) является требование обеспечения данной точности.

В соответствии с предлагаемыми моделями [1] для расчета поля вибрации в упругой среде требуется задание скоростей продольных и поперечных волн (или пар параметров: модуль Юнга и коэффициент Пуассона, коэффициенты Ляме λ и μ), а также плотности. В стратифицированной среде величины параметров задаются для каждого слоя. Таким образом, для обратной задачи перечисленные параметры являются искомыми.

Динамические параметры грунта, которые требуются для прогноза амплитуд вибрации или их логарифмических уровней, на практике обычно определяются в ходе прямых геологических измерений или с использованием табличных значений. Последний подход зачастую неприемлем из-за большой дисперсии величин для каждого типа грунта. Раздел 1 посвящен общей формулировке проблемы оценки требуемых параметров, изложен также метод ее решения, основанный на многократном решении прямой задачи в соответствии с подходом [1]. Описана последовательность шагов, которая позволяет оценить величины параметров на основе измеренных величин вибрации и имеющейся априорной геологической информации. В разделе 2 приводится пример применения описанной процедуры. Далее описан общий подход к анализу акустических данных, основанный на обобщенном спектрально-аналитическом методе [2], который будет использоваться при обработке полученных экспериментальных данных и в задаче оценки параметров грунта.

ПРОЦЕДУРА ОЦЕНКИ УПРУГИХ, МАССОВЫХ И ДИССИПАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТА

В соответствии с общей постановкой задачи и требованиями процедуры расчета величин вибрации на поверхности грунта требуется определение следующих параметров: типа стратификации – числа слоев и толщины каждого слоя (далее принимается общее число слоев $1 \le N_c \le 3$ с существенно отличающимися свойствами); плотности грунта ρ; скоростей продольных и поперечных упругих волн c_l и c_t и коэффициента затухания β в каждом слое. Максимальное число слоев 3 выбрано с учетом расчетов, проделанных для реальных городских условиях. Этого числа обычно оказывается достаточно для достижения требуемой точности оценок величин виброускорения в 2–3 дБ.

Если динамические и диссипативные свойства двух соседних слоев отличаются соответственно менее чем в 1.5 раза, данные слои объединяются в один с общей суммарной толщиной $h = h_1 + h_2$ и

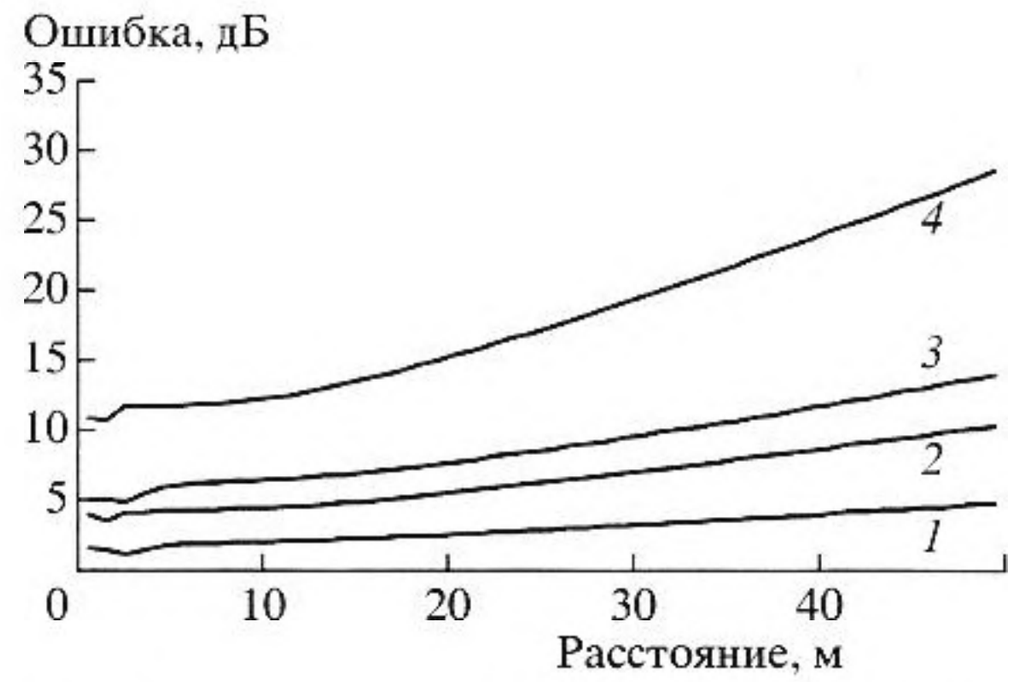

Рис. 1. Зависимость ошибки в оценке амплитуды поля упругих волн от расстояния до источника при неточном задании акустических параметров среды: горизонтальная составляющая смещения на частотах 31.5 Гц (кривая *1*) и 63 Гц (кривая *2*); вертикальная составляющая на тех же частотах (кривые *3* и *4*). Скорости продольных и поперечных волн заданы с погрешностью в 100 и 20 м/с, их средние величины соответственно 600 и 200 м/с.

средними скоростями распространения упругих волн и коэффициента затухания

$$c_{l,t} = \frac{c_{l,t}^1 h_1 + c_{l,t}^2 h_2}{h_1 + h_2}, \quad \beta = \frac{\beta_1 h_1 + \beta_2 h_2}{h_1 + h_2}. \qquad (1)$$

Здесь 1, 2 – номер слоя, индексы l и t соответствуют продольным и поперечным волнам. При этом необходимо рассматривать лишь верхнюю часть грунта до глубины

$$H = h_d + 5, \text{ м}, \qquad (2)$$

здесь h_d – расстояние от поверхности грунта до источника.

При определении структуры верхней части грунта на предварительном этапе анализа геологической ситуации необходимо руководствоваться имеющимися геологическими данными. На основе априорной информации и описанного выше правила объединения слоев с близкими свойствами строится начальная одно-, двух- и трехслойная модель грунта. При этом толщины слоев задаются окончательно, а их динамические и диссипативные параметры требуют дальнейшего уточнения. Если предварительная информация о геологическом строении грунта отсутствует, необходимо решать полную обратную задачу с неизвестным числом слоев, их толщинами, динамическими и диссипативными свойствами. Вследствие того, что в городских условиях плотность грунта меняется незначительно (1600–2000 кг/м^3), этим изменением в пределах приемлемой точности расчетов можно пренебречь и считать ее постоянной и равной ρ = 1800 кг/м^3. Коэффициент Пуассона для грунта в городских условиях меняется в пределах от 0.1 до 0.45. Несмотря на это,

Таблица 1

c_{max}/c_{min}	d
≤3	$\sqrt{c_{max}/c_{min}}$
≤6	$\sqrt[3]{c_{max}/c_{min}}$
>6	$\sqrt[4]{c_{max}/c_{min}}$

оценки показывают, что конкретная величина данного коэффициента оказывает незначительное влияние на получаемые величины вибрации. В силу этого в пределах приемлемой точности расчетов можно считать его также постоянным и равным среднему значению $\nu = 0.4$.

Решение обратной задачи оценки параметров грунта производится методом подбора их конкретных величин с подстановкой в расчетную схему и сравнением рассчитанных значений с набором измеренных величин на разных расстояниях от источника вибрации. При этом поступать надо следующим образом. В качестве начального приближения берутся нижние значения скорости продольных волн и минимальные величины коэффициента затухания для соответствующего грунта. Задаются также максимальные значения тех же параметров для соответствующего типа грунта. С учетом постоянства коэффициента Пуассона скорость поперечных волн в грунте находится по формуле

$$c_t = c_l\left[\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\right]^{1/2}. \quad (3)$$

Если при первой прогонке требуемого соответствия с экспериментом достичь не удается, необходимо варьировать значения оцениваемых параметров:

$$\beta = \beta_{min} + i\Delta\beta, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

с шагом

$$\Delta\beta = (\beta_{max} - \beta_{min})/3, \quad (5)$$

$$c_j = c_{min}d^j, \quad j = 1, 2, 3, \ldots \quad (6)$$

Здесь β_{max}, c_{max} и β_{min}, c_{min} – соответственно максимальные и минимальные значения коэффициента затухания и скорости продольных волн для данного типа грунта. Коэффициент d выбирается в зависимости от величины отношения c_{max}/c_{min}, например по правилу, приведенному в табл. 1.

Таким образом, в зависимости от значения c_{max}/c_{min} имеем 3, 4 или 5 итераций по скорости продольных волн. Скорость поперечных волн при каждой итерации вычисляется по формуле (3). При необходимости на каждой итерации варьируется коэффициент затухания. Если на некотором шаге достигается требуемая точность, задача оценки параметров считается решенной. Если исходные данные по геологическому строению грунта в рассматриваемом районе отсутствуют, тогда из исходных данных исключается информация о стратификации, при этом дополнительными неизвестными параметрами являются число слоев (от 1 до 3) и толщина каждого слоя. Анализ ведется, начиная с простейшей однослойной модели. Если при этом требуемая точность подгонки к данным эксперимента не достигается, то осуществляется переход к двух- и трехслойным моделям. Начальными значениями для скорости продольных волн выбирается величина $c = 100$ м/с, а для коэффициента затухания $\beta = 0.05$.

Описанная процедура автоматизирована в разработанной авторами программе VibraCalc. При этом исходными данными для расчета является набор экспериментальных значений вибрации в точках, расположенных на заданных расстояниях от источника стандартной интенсивности.

Предлагаемый подход позволяет получать удовлетворительные оценки параметров, если свойства грунта меняются достаточно медленно в горизонтальном направлении. Например, для частоты волн 30 Гц масштаб изменений должен превышать 40 м для песчаного грунта (около двух длин волн). Получаемые в этом случае оценки параметров могут использоваться при расчетах волнового поля в прямых задачах. В противном случае задача должна решаться в полной трехмерной постановке.

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ УПРОЩЕННОЙ СХЕМЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ

Описанный подход тестировался с использованием экспериментальных данных, полученных в Тоннельной ассоциации России. Они включали величины вибрации на поверхности земли. Волновое поле возбуждалось серией слабых стандартизованных взрывов в шахте глубиной 22 м. Измерялись вертикальные и горизонтальные значения виброускорения на расстояниях $l = 0$, 10, 20, 30, 40 м от шахты. Результаты измерений приведены на рис. 2 – а) вертикальная и б) горизонтальная компоненты виброускорения.

В данном случае имелась предварительная информация о стратификации верхней части грунта. В качестве исходных параметров для расчета использовались величины из табл. 2. Плотность грунта и коэффициент Пуассона фиксировались: $\rho = 1800$ кг/м^3, $\nu = 0.4$.

Критерием правильного определения параметров грунта для данной стратификации является минимум функционала

$$F(m) = \sqrt{\sum_{i=0}^{N} W(x_i)(f(x_i, m_j) - \phi(x_i))^2}. \qquad (7)$$

Здесь $\phi(x_i)$ – значения экспериментальной кривой зависимости амплитуды вибрации в точках измерения x_i, а $f(x_i, m)$ – результат расчета в тех же точках x_i, $W(x_i)$ – весовая функция, учитывающая надежность измеряемых значений. В расчетах использовалась функция, представленная на рис. 3. Величины m_j – суть определяемые параметры (индексы при c и β отвечают двум слоям): $m_1 = c_1$, $m_2 = \beta_1$, $m_3 = c_2$, $m_4 = \beta_2$. Результат оценки параметров приводится в табл. 3.

Сопоставление расчетных (при найденных значениях параметров) и экспериментальных данных (уровней L вертикальных проекций виброускорения) для октавных полос 16, 31.5 и 63 Гц приведены на рис. 4. Величины уровней рассчитывались по формуле $L = 20\lg(a/a_0)$ с пороговым значением $a_0 = 10^{-6}$ м/с^2.

Результаты расчетов демонстрируют хорошее соответствие измерениям на малых расстояниях, при этом точность увеличивается с ростом частоты. Это свидетельствует об оптимальности выбора весовой функции для октавного диапазона 63 Гц и необходимости ее коррекции для частот 16 и 31.5 Гц. Другим способом повышения точности оценок может быть выбор более детальной модели стратификации, например, трехслойной модели грунта. Сопоставление результатов расчетов с измерениями для модели грунта, представленной в табл. 4, приводится на рис. 5.

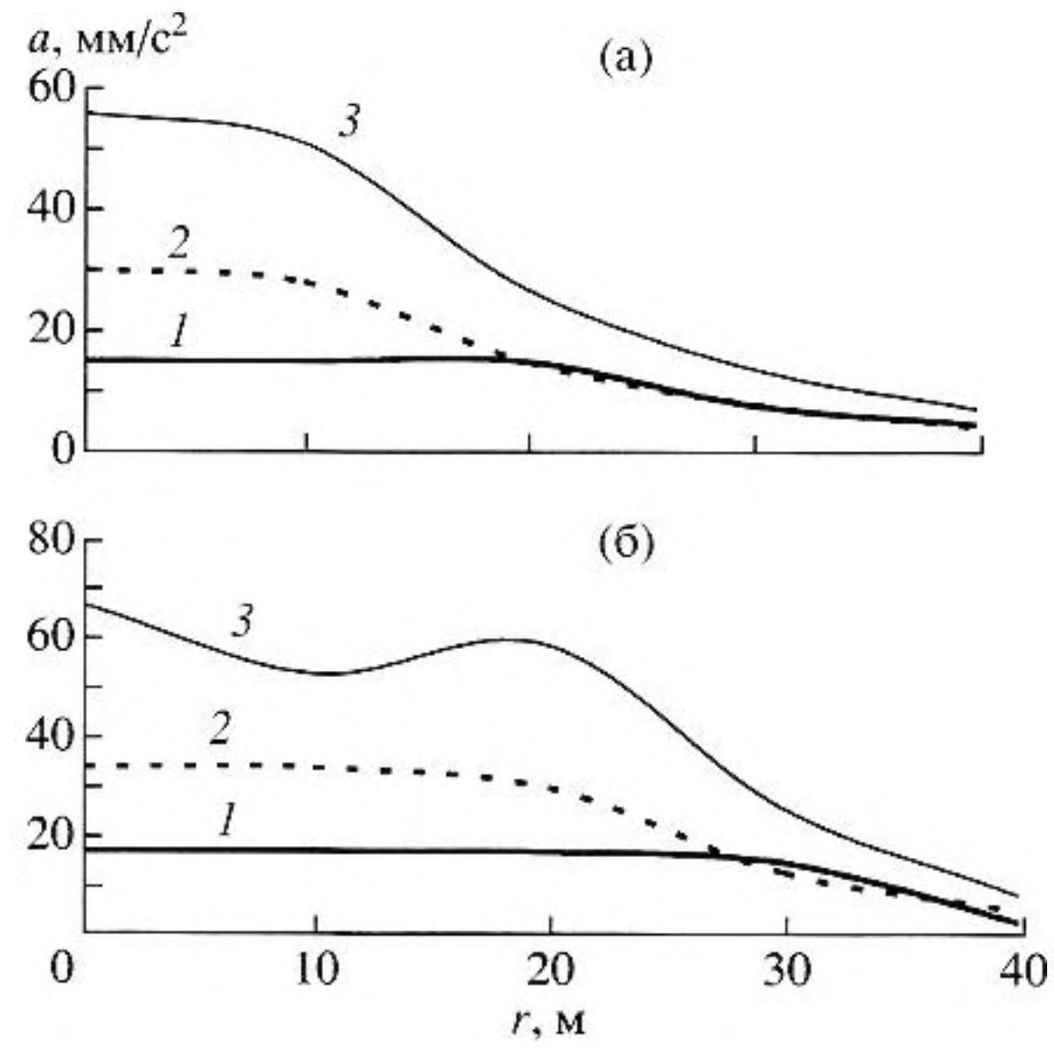

Рис. 2. Результаты измерений амплитуды волнового поля от серии слабых стандартизованных взрывов в шахте: а – зависимость вертикальной компоненты виброускорения; б – зависимость горизонтальной компоненты; *1* – частота 16 Гц; *2* – частота 31.5 Гц; *3* – частота 63 Гц.

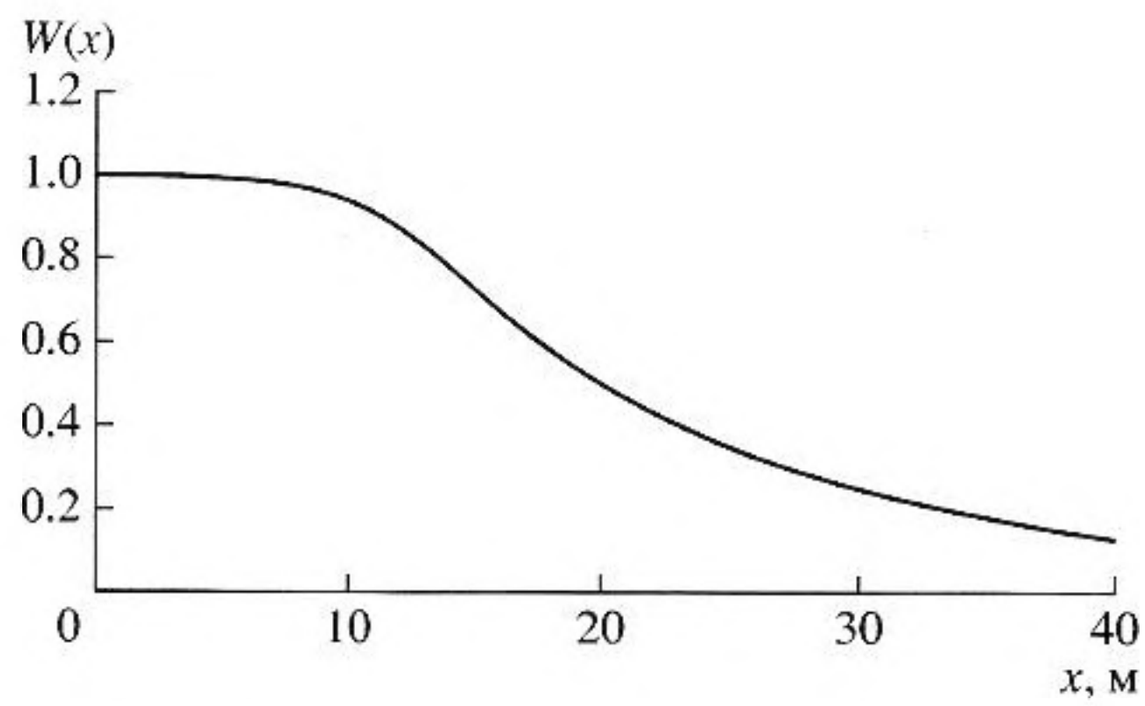

Рис. 3. Зависимость весовой функции (7) от расстояния.

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ

В этом разделе предлагается подход к описанию акустических данных и параметрической идентификации систем на основе ортогональных разложений. Метод использует адаптивную настройку аппроксимации цифрового массива усеченным ортогональным рядом. Все последующие процедуры анализа проводятся в пространстве коэффициентов разложения. Этот подход позволяет существенно уменьшить время вычислений и эффективно использовать аналитические методы в задачах обработки данных.

Сущность этих методов заключается в следующем. По мере поступления данных для каждого из сигналов осуществляется автоматический выбор оптимальной системы функций, по которой производится разложение. Для достижения требуемой точности аналитического описания (в среднеквадратичном или равномерном смысле) система функций адаптируется к свойствам рассматриваемого сигнала. Это приводит к эффективному сжатию объема данных и аппроксимации сигнала выражением наименьшей сложности.

Аналитическое описание данных отрезками ортогональных рядов имеет постоянную структуру. Поэтому можно легко получать аналитические зависимости для нахождения различных оценок и характеристик. В качестве базисных функций можно использовать как обычные тригонометрические ряды Фурье, так и более широкий набор функций. Ниже будут использоваться классические ортогональные многочлены [2]. Последние обладают преимуществами, обусловленными многообразием наборов базисных

Таблица 2. Значения исходных параметров для расчета

№ слоя	Описание грунта	Толщина слоя, м	c_{min}, м/с	c_{max}, м/с	β_{min}	β_{max}
1	Глинистый	6	500	2800	0.1	0.4
2	Песчаный сухой	20	150	900	0.05	0.1

Таблица 3. Результаты оценки параметров

Номер слоя	Скорость продольных волн c, м/с			Коэффициент затухания β		
	16 Гц	31.5 Гц	63 Гц	16 Гц	31.5 Гц	63 Гц
1	800	900	1000	0.2	0.15	0.1
2	600	700	800	0.15	0.1	0.06

функций, наличием параметров, позволяющих легко модифицировать описание и подстраивать его к конкретным сигналам, возможностью получения точных аналитических зависимостей в пространстве коэффициентов разложения. Явное использование адаптивных процедур позволяет оптимизировать описание и получить выражения наименьшей сложности с требуемой точностью аппроксимации.

Используемые системы базисных функций являются полными и замкнутыми. Поэтому любая

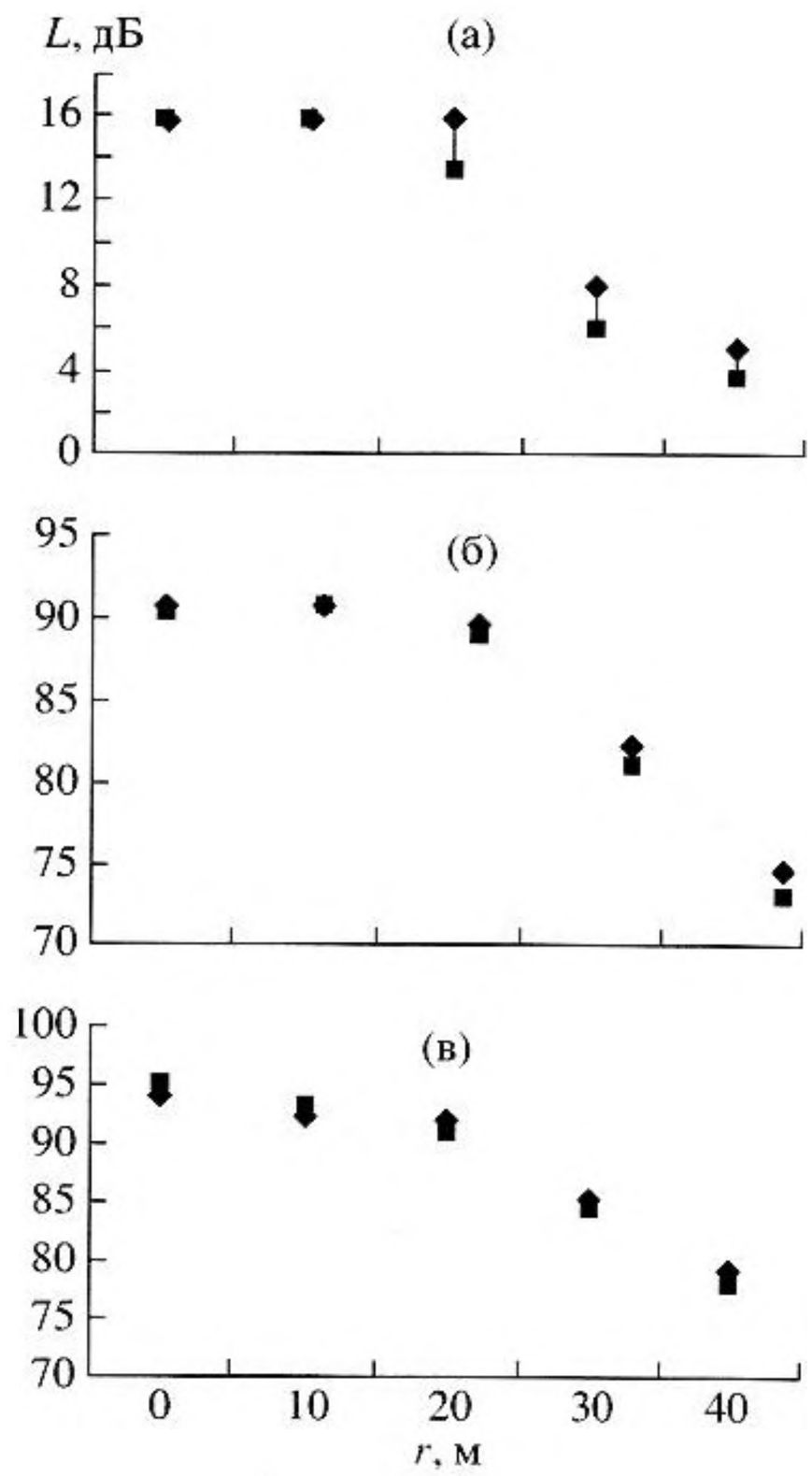

Рис. 4. Сопоставление расчетных (■) и экспериментальных (◆) данных (уровней L вертикальных проекций виброускорения) для октавных полос. а) – 16 Гц, б) – 31.5 Гц и в) – 63 Гц.

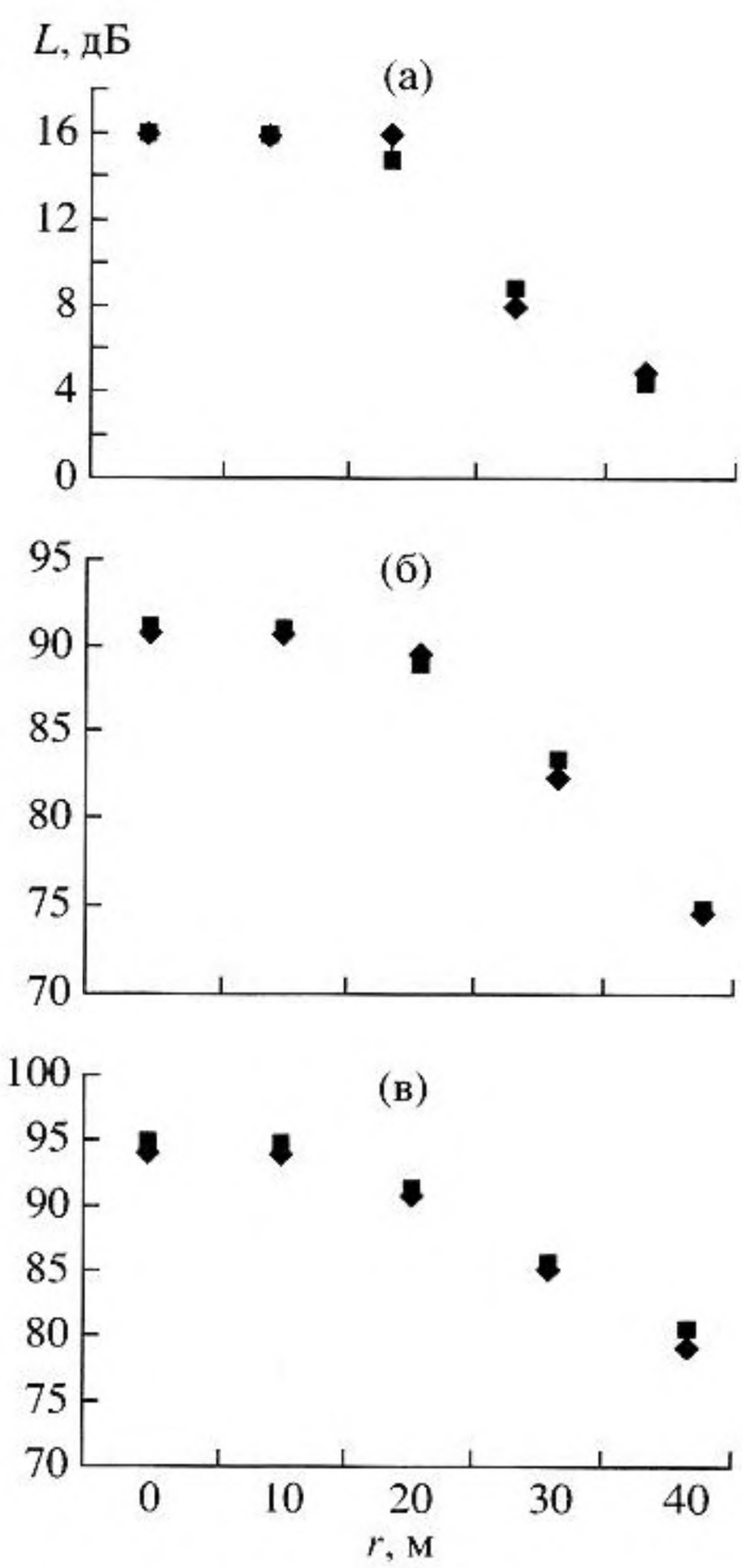

Рис. 5. Сопоставление результатов расчетов (■) с измерениями (◆) в октавных полосах для модели грунта, представленной в табл. 4. а) – 16 Гц, б) – 31.5 Гц и в) – 63 Гц.

Таблица 4

№ слоя	Толщина слоя, м	Скорость продольных волн c, м/с			Коэффициент затухания β		
		16 Гц	31.5 Гц	63 Гц	16 Гц	31.5 Гц	63 Гц
1	6	750	900	1000	0.2	0.15	0.1
2	6	600	700	800	0.15	0.1	0.06
3	14	1200	1250	1250	0.15	0.1	0.06

функция $x(t)$, принадлежащая пространству L^2, может быть представлена точно бесконечным ортогональным рядом из любых ортонормированных классических полиномов или функций

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi_n(t), \tag{8}$$

где $\varphi_n(t)$ – ортонормированные функции из выбранного базиса, A_n – коэффициенты разложения $x(t)$ по выбранному базису. Они вычисляются по известной формуле

$$A_n = \int_0^T x(t)\varphi(t)\rho(t)dt, \tag{9}$$

$\rho(t)$ – весовая функция.

В реальных условиях число членов ряда конечно и задача, как уже было сказано, состоит в получении заданной точности аппроксимации выражением наименьшей сложности. Выполнение условия $N = N_{\min}$ требует подбора такого базиса, первые функции которого по форме будут близки или совпадать с формой изучаемого сигнала. Для интегральной оценки формы входного сигнала вводится понятие "коэффициента формы" в виде

$$K_{\text{тм}} = \int_0^T x(t)\eta(t)dt \Big/ \int_0^T x(t)\xi(t)dt, \tag{10}$$

где $x(t)$ – аппроксимируемый сигнал, $\eta(t)$, $\xi(t)$ – известные функции, выбираемые с учетом того, какие общие свойства сигнала $x(t)$ необходимо учесть. Получаемые значения коэффициента формы для пары $\eta(t)$, $\xi(t)$ можно откалибровать и связать с тем или иным базисом и использовать его в расчетах для выбора оптимальной базисной системы.

При моделировании волнового поля и решении задачи параметрической идентификации в спектральной формулировке будем исходить из следующего выражения:

$$y(x) = M(a(x), \alpha_i(x)), \tag{11}$$

где $y(x)$ и $a(x)$ – выходной и входной сигналы, $\alpha_i(x)$ – набор варьируемых параметров, M – заданный оператор. Если входной сигнал и параметры известны, имеем прямую задачу. В противном случае получаем обратную задачу оценки параметров $\alpha_i(x)$ сигнала $a(x)$ по известным экспериментальным данным $y(x)$. При этом решение обратной задачи в ряде случаев можно свести к решению прямой задачи на основе ее многократного решения (что и было использовано выше).

Решение прямой задачи с использованием ортогональных разложений иллюстрируется ниже на простом примере. Пусть имеется система, описываемая с помощью одномерного (зависящего от единственной независимой переменной x) линейного дифференциального оператора

$$\hat{L} = \frac{d^k}{dx^k} + a_1\frac{d^{k-1}}{dx^{k-1}} + \ldots + a_{k-1}\frac{d}{dx} + a_k: \qquad \hat{L}y = f \tag{12}$$

с граничным условием на концах интервала s (в точках x_0 и x_1)

$$\hat{g}y\big|_s = f_0, \tag{13}$$

где $\hat{g} = \frac{d^{k-1}}{dx^{k-1}} + b_1\frac{d^{k-2}}{dx^{k-2}} + \ldots + b_{k-2}\frac{d}{dx} + b_{k-1}$. При этом $y(x)$ – искомая функция одной переменной. Для простоты будем считать величины a_i, b_i константами. Общая структура алгоритма решения поставленной задачи сводится к следующему. Записываются в общем виде разложения известных и искомых функций в выбранном ортогональном базисе, например, в базисе полиномов Чебышева 1 рода $\{T_i(x)\}$

$$y = \sum_{i=0}^{N} A_i T_i, \quad f = \sum_{i=0}^{N} B_i T_i \text{ и } \sum_{i=0}^{N} A_i \hat{g} T_i\big|_s = f_0 \tag{14}$$

(для решения $y(x)$ и всех известных функций из (12) и (13)). Разложения (14) подставляются в уравнения (12), (13), а затем используются известные аналитические выражения (например, переход от коэффициентов разложения функций к коэффициентам разложения производных, произведений и т.д.). В результате получается алгебраическая система линейных или нелинейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения A_i с известными B_i, решение ко-

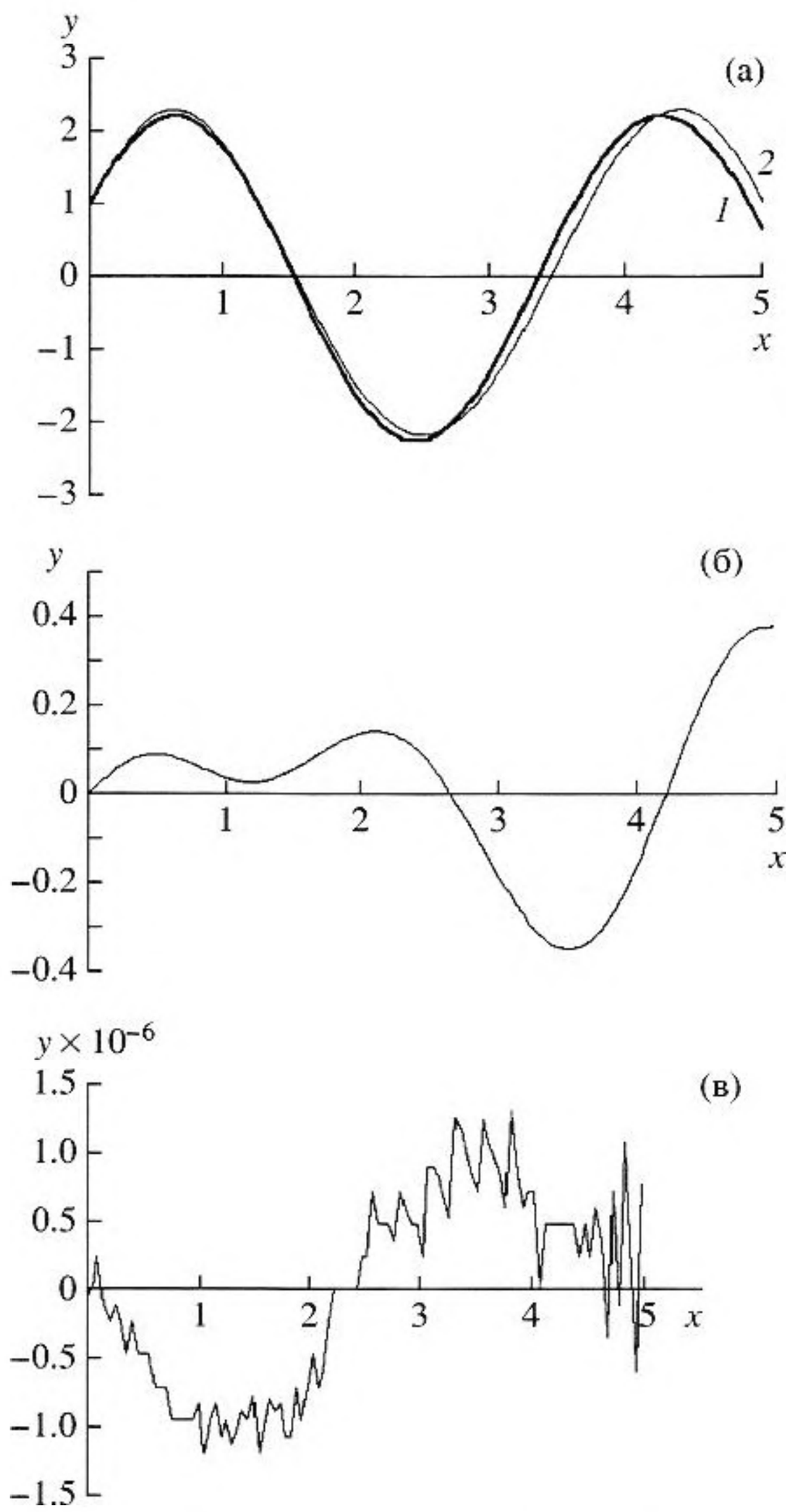

Рис. 6. Решение тестовой задачи (15): а) кривая *1* – точное аналитическое решение; кривая *2* – приближенное решение в виде усеченного ряда разложения по полиномам Чебышева ($N = 8$), кривые ошибки при $N = 8$ (б) и $N = 16$ (в).

торой дает аппроксимацию (14) решения задачи (12)–(13). Гладкость решения обеспечивается свойствами базисных функций, а необходимая точность достигается надлежащим выбором длины ряда разложения.

Производная сигнала (функции) разлагается в ряд Фурье $y'_N(t) = \sum_{i=0}^{N} D_i^{(1)} T_i(t)$, при этом $\mathbf{D}^{(1)} = \mathbf{D}_N\mathbf{A}$. Здесь $\mathbf{D}^{(1)}$ и $\mathbf{A}$ – соответственно N- и $N + 1$-мерные векторы-столбцы коэффициентов разложения производной и исходной функции (верхний индекс 1 означает отнесение соответствующего обозначения к первой производной функции), а $\mathbf{D}_N$ – $(N + 1) \times N$ матрица, представляющая собой аппроксимацию оператора дифференцирования в выбранном функциональном базисе $\mathbf{D}_N = \{d_{ij}^{(1)}\}$. Продолжая описанную процедуру, можно получить выражение для оператора дифференцирования произвольного порядка k: $\{d_{ij}^{(k)}\}$ (матрица размером $(N + 1) \times (N - k + 1)$). Соответственно, вектор коэффициентов разложения k-й производной записывается в виде $\mathbf{D}^{(k)} = \mathbf{D}_{N-k+1} \cdot \ldots \cdot \mathbf{D}_N\mathbf{A}$. В случае ортогональной системы полиномов Чебышева I рода матрица производной имеет вид

$$\mathbf{D}_N = \overbrace{N-1\left\{\left(\begin{array}{c|cccccc} & \sqrt{2} & 0 & 3\sqrt{2} & 0 & 5\sqrt{2} & \ldots \\ & 0 & 4 & 0 & 8 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 10 & \ldots \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 2N \end{array}\right)\right.}^{N}$$

На рис. 6 приводится решение тестовой задачи (волновое поле в плоском волноводе со специфическими граничными условиями)

$$\begin{gathered} u'' + 3u = 0, \\ u(0) = 1, \\ u'(5) = 2\sqrt{3}\cos(5\sqrt{3}) - \sqrt{3}\sin(5\sqrt{3}). \end{gathered} \tag{15}$$

Приближенное решение в виде усеченного ряда разложения по полиномам Чебышева ($N = 8$, кривая *2*) сравнивается с известным аналитическим решением (кривая *1*) $u(x) = \cos(\sqrt{3}x) + \sin(\sqrt{3}x)$. На рис. 6б, 6в) приводятся кривые ошибки при $N = 8$ и $N = 16$ соответственно.

Процедура, аналогичная описанной для решения прямой задачи, может быть применена для получения разложения функции, описывающей неизвестный параметр (например, распределения скорости упругих волн по глубине), т.е. в обратной задаче. В этом случае коэффициенты Фурье для входного и выходного сигналов задаются, а искомый спектр для $\alpha_i(x)$ вычисляется с использованием аппроксимации модели типа (12). В случае, если прямое выполнение этой операции трудоемко, может быть использована итерационная процедура. Достаточно низкая параметрическая сложность задачи обеспечивается надлежащим выбором базиса аппроксимации. При этом число неизвестных параметров соответствует числу членов разложения.

Предлагаемый здесь метод был использован для решения обратной задачи в случае волновода в грунте. Последний возникает, например, в период промерзания поверхностного слоя грунта или

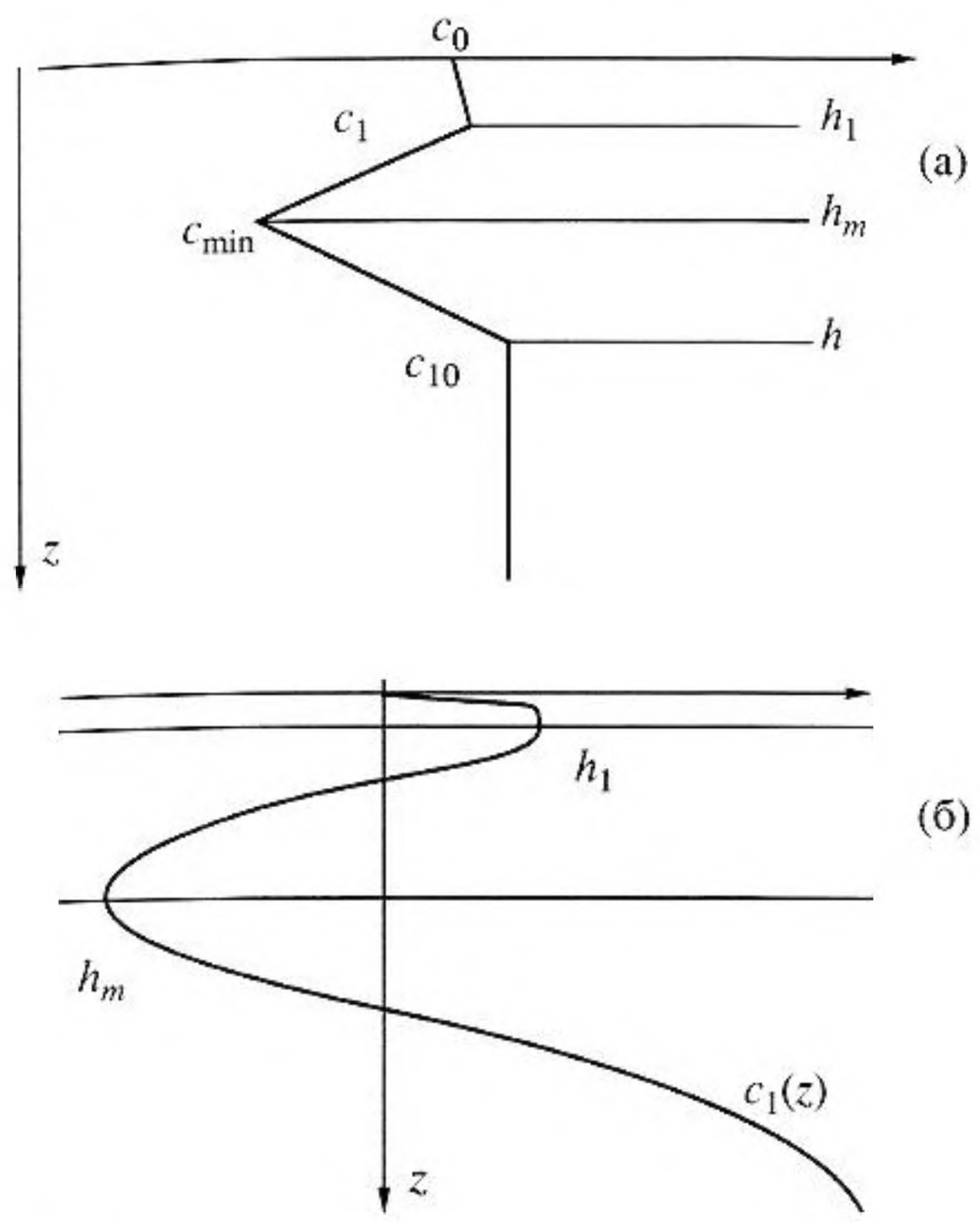

Рис. 7. а) распределение скорости звука $c(z)$ в уравнении (16); б) аппроксимация решения обратной задачи в базисе модифицированных полиномов Якоби.

при его оттаивании, что ведет к водонасыщенности верхнего слоя. И первое, и второе приводит к тому, что скорость распространения упругих волн (прежде всего продольных) вблизи поверхности выше, чем на глубине.

Звуковое давление p в мягком грунте (приближение жидкой среды) описывается уравнением

$$\frac{d^2p}{dz^2} + \omega^2\left[\frac{1}{c^2(z)} - \frac{1}{c_\phi^2}\right]p = 0, \qquad (16)$$

в рассматриваемом случае распределение скорости $c(z)$ представлено на рис. 7а. Здесь z – вертикальная координата и c_ϕ – фазовая скорость в волноводе. Интенсивность источника подбирается из условия соответствия измеренным значениям.

Для аппроксимации решения уравнения (16) используются модифицированные полиномы Якоби $R_n^{\alpha\beta}(x)$ [2], определенные на интервале $(0, +\infty)$. Этот базис позволяет получить хорошую аппроксимацию для $p(z)$ рядом длиной $N = 4$. Распределение скорости звука $c(z)$, получаемое при обращении уравнения (16), показано на рис. 7б. Его аппроксимация выполняется единственным многочленом с номером $n = 2$ и значениями параметров $\alpha = 2$, $\beta = 1$.

Во многих случаях для вычисления требуемых коэффициентов Фурье итерационная процедура является более эффективной, чем прямое использование уравнений (12)–(14). Ее главная идея состоит в использовании известного начального приближения для коэффициентов $A_i^{(0)}$. Выбирая начальное разложение $y_0(t) = \sum_{i=0}^{n} A_i^{(0)} T_i(t)$, можно найти более точное выражение $y_1(t) = \sum_{i=0}^{n} A_i^{(1)} T_i(t)$, если исходная модель может быть представлена в виде $y(t) = F(y(t), t)$, F – явным образом заданная функция или оператор.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение упрощенной процедуры, описанной в начале статьи, позволяет получать удовлетворительные оценки значений параметров грунта для большинства реальных ситуаций с мягкими или средне жесткими грунтами, свойства которых меняются достаточно медленно в горизонтальном направлении. Наличие априорной геологической информации полезно для получения более надежных результатов, но не является обязательным. Знание распределения величин вибрации на поверхности грунта позволяет получить хорошую аппроксимацию вибрации в верхних приповерхностных слоях. При этом могут быть получены также распределения упругих и диссипативных свойств. Для уточнения выводов можно предложить более сложную измерительную процедуру, состоящую в определении величин вибрации не только на поверхности, но и в объеме грунта. Результаты таких экспериментов могут быть использованы в более точном методе, основанном на ортогональных разложениях записей.

Переход от представления поведения акустического поля набором экспонент к рядам ортогональных многочленов позволяет существенно улучшить точность аппроксимации и соответственно надежность оценки искомых упругих и диссипативных параметров.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 02-02-17143 и 01-02-16127), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kostarev S.A., Makhortykh S.A., Rybak S.A.* Calculations of ground vibrations induced by underground sources: analytical and numerical approaches // In Noise and Vibration from High-speed Trains. London, Thomas Telford Publishing, 2001. С. 397–422.
2. *Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н., Дедус А.Ф.* Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов // М.: Машиностроение. 1999, 356 с.

Methods of Estimating the Acoustic Parameters of Ground in Environmental Prediction Problems

S. A. Rybak, S. A. Makhortykh, S. A. Kostarev, and A. V. Derguzov

A method for determining the dynamic and dissipative characteristics of ground (velocities and attenuation coefficients of elastic waves) in urban environments is presented. The knowledge of these characteristics is necessary for estimating and monitoring environmental conditions in the presence of intense sources of sound and vibration. Such problems arise in connection with prediction of vibration levels produced on the ground surface by underground and surface sources (transportation, construction machinery, etc.). With allowance for the specific features of solving direct problems of elastic wave field calculation, inverse problems of the tomography of ground are formulated and methods of their solution are described. Several algorithmic realizations based on multiply solving the direct problem and also on expanding the total field in generalized spectral components are considered. The latter approach makes it possible to simplify the estimation of parameters by applying the minimization of the residual functional. The basis functions used for approximating the experimental data are chosen in the form of Jacobi polynomials.