АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 6, с. 751–755

УДК 534.23

Поздравляем нашего коллегу Бобровницкого Ю.И. с присуждением ему звания Почетного Члена Международного института акустики и вибраций – высшей награды ученого в этой области науки. Ранее такой чести были удостоены шесть известных акустиков:

David G. Crighton (UK), Per V. Bruel (Denmark),
Leo Beranek (USA), Maa Dahyou (China),
Richard H. Lyon (USA), K. Heinrich Kuttruf (Germany).

Желаем Юрию Ивановичу дальнейших успехов.

Редколлегия

НОВОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ АКУСТИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНОМ ТЕЛЕ

Ю. И. Бобровницкий

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
101990 Москва, М. Харитоньевский пер. 4

E-mail: bobrovni@orc.ru

Поступила в редакцию 2.05.04 г.

Метод активного согласования импедансов применен к известной задаче об акустически прозрачном теле. Приведены два закона управления активной силой, по скорости и по давлению, которые приводят к решению задачи.

Задача о том, как произвольное тело сделать акустически прозрачным (нерассеивающим), была поставлена и решена в 60-х годах прошлого века независимо несколькими авторами [1–6]. Все полученные решения были основаны на факторизации акустического поля (т.е. на разделении поля на падающую и рассеянную компоненты) с помощью интегрального оператора Гельмгольца–Гюйгенса и на последующей компенсации рассеянной компоненты поля дополнительными источниками звука (актюаторами). Так, в методе Малюжинца [2, 3] тело окружается четырьмя звукопрозрачными замкнутыми поверхностями. На двух внутренних поверхностях помещаются непрерывно распределенные сенсоры, измеряющие давление и нормальную скорость, которые необходимы для факторизации поля. На двух внешних поверхностях (называемых также поверхностями Гюйгенса) непрерывно размещаются актюаторы монопольного и дипольного типа, которые излучают только во внешнюю область и, таким образом, компенсируют рассеянную компоненту, но не искажают общее поле во внутренней области. Управление актюаторами осуществляется сигналами сенсоров. Основным недостатком решения Малюжинца и других решений, основанных на использовании принципа Гюйгенса, являются трудности практической реализации измерительных и активных поверхностей с указанными свойствами: эти поверхности с плотно расположенными на них вполне материальными сенсорами или актюаторами сами должны быть акустически прозрачными. Использование дискретно расположенных преобразователей вместо непрерывно распределенных частично обходит эту трудность, однако за счет привнесения новых [7–10]. Поэтому задача об акустически прозрачном теле как частный случай более общей задачи управления рассеянными акустическими полями, имеющей обширные практические приложения, продолжает привлекать внимание исследователей – см., например, [10–15].

В данной работе предлагается новое решение задачи о прозрачном теле, не связанное с использованием принципа Гюйгенса. Решение получено методом активного согласования импедансов [16], который не требует предварительной факторизации поля. Практически оно реализуется набором сенсоров и актюаторов вибрационного типа, расположенных на поверхности тела, например, в виде тонкого наружного активного (интеллектуального) покрытия. В статье приводится теоретическое решение, иллюстрированное примером с рассеивателем сферической формы.

Пусть в среде, не обязательно однородной и безграничной, находится неоднородное упругое тело, занимающее объем V и ограниченное поверхностью S, являющейся контактной поверхностью между телом и средой. Вне тела в среде находятся некоторые источники, создающие в отсутствие тела поле давления $p_i(x)$, которое далее будет называться падающим полем. В присутствии тела, акустические свойства которого считаются отличными от свойств среды, образуется также рассеянная телом компонента $p_s(x)$. Задача ставится следующим образом: с помощью дополнительного (активного) силового воздействия $f_a(s)$, приложенного к контактной поверхности и порождающего в поле еще одну (активную) компоненту $p_a(x)$, требуется скомпенсировать рассеянную компоненту, $p_s(x) + p_a(x) = 0$, где x – координата произвольной точки среды вне тела.

Уточним постановку задачи. Полное поле давления состоит из трех компонент

$$p(x) = p_i(x) + p_s(x) + p_a(x), \tag{1}$$

причем доступными для измерения считаются текущие значения давления $p(s)$ и нормальной скорости $v(s)$ полного поля на поверхности тела, $s \in S$. Предполагается, что колебания среды и тела линейны, а на контактной поверхности S выполняются обычные граничные условия: нормальные к поверхности скорости тела и среды одинаковы, нормальные напряжения в упругом теле равны давлению в среде, касательные напряжения равны нулю. Колебания полагаются гармоническими во времени и множитель $\exp(-i\omega t)$ всюду будет опущен.

Решение задачи будем искать методом активного согласования импедансов [16], который в данном случае состоит в следующем. Поверхность S разбивается на N участков ΔS_j малых волновых размеров, на которых давление и нормальная скорость могут считаться постоянными. Обозначим через p и v векторы, компонентами которых являются амплитуды сил и нормальных скоростей полного поля (1) на поверхности S:

$$p = [p(s_1)\Delta S_1; \ldots; p(s_N)\Delta S_N]^T, \quad v = [v(s_1); \ldots; v(s_N)]^T, \tag{2}$$

где s_j – координата некоторой точки участка ΔS_j. Аналогичные обозначения приняты и для каждой компоненты полного поля (1). Например, p_s и v_s – это N-векторы типа (2) для рассеянного поля и т.д.

Введем в рассмотрение следующие три квадратные матрицы порядка N: Z, Z_i, Z_r. Z – это матрица импедансов тела в вакууме. Она устанавливает связь между вектором внешних сил $f = [f_1, \ldots, f_N]^T$, приложенных к участкам ΔS_j поверхности, и вектором нормальных скоростей $v = [v_1, \ldots, v_N]^T$ участков, вызванных этими силами: $f = Zv$. Аналогично определяется $N \times N$-матрица Z_i импедансов среды в объеме тела, т.е. заполненного средой изолированного объема V, относительно N внешних сил f_j, каждая из которых равномерно распределена на своем участке ΔS_j, $j = 1, \ldots, N$. Наконец, третья матрица Z_r является матрицей импедансов среды во внешности тела, т.е. матрицей излучения данного тела. Положительным направлением сил и нормальных скоростей на S считается направление внешней нормали.

Нетрудно убедиться, что для различных компонент поля выполняются следующие соотношения

$$\begin{gathered} p_i + Z_i v_i = 0, \quad p_s - Z_r v_s = 0, \quad p_a - Z_r v_a = 0, \\ p_i + p_s + Z(v_i + v_s) = 0. \end{gathered} \tag{3}$$

Например, для падающего поля величина $(-p_i)$ является N-вектором сил, действующих на среду в объеме V со стороны среды во внешности V. Так как по определению эти силы связаны с вектором откликов v_i посредством матрицы Z_i, то имеет место первое соотношение (3). Аналогично проверяются и другие соотношения.

Введем также две $N \times N$-матрицы коэффициентов рассеяния по давлению и по нормальной скорости, R и Q, которые устанавливают связь между рассеянной и падающей компонентами поля на поверхности тела S:

$$p_s = Rp_i, \quad v_s = Qv_i. \tag{4}$$

С помощью соотношений (3) нетрудно получить для них следующие формулы

$$\begin{aligned} Q &= (Z_r + Z)^{-1}(Z_i - Z) = (YZ_r + I)^{-1}(YZ_i - I), \\ R &= (Y_r + Y)^{-1}(Y_i - Y) = (ZY_r + I)^{-1}(ZY_i - I), \end{aligned} \tag{5}$$

где I – это единичная матрица порядка N; $Y = Z^{-1}$, $Y_i = Z_i^{-1}$, $Y_r = Z_r^{-1}$ – матрицы проводимостей. Формулы (5) являются обобщением на произвольный случай рассеяния известных формул Френеля для рассеяния (отражения и прохождения) плоских волн на плоских препятствиях. Из формул (4), (5) следует, что рассеянное поле полностью определяется тремя введенными выше импедансными матрицами и, конечно, падающим полем. Из формул также следует, что рассеянное поле отсутствует и тело является акустически прозрачным, только если импедансная матрица Z тела в вакууме не отличается от матрицы Z_i среды в объеме тела, т.е. если тело не отличается от среды по реакции своей поверхности на внешнее акустическое воздействие. Отсюда, в частности, можно заключить, что никакое тело, активное или пассивное, с локально реагирующей поверхностью, т.е.

с диагональной матрицей импедансов Z, не может быть акустически прозрачным, т.к. матрица Z_i среды не диагональна.

Подействуем на поверхность тела S вектором активных сил $f_a = [f_{a1}, \ldots, f_{aN}]^T$, где f_{aj} – это равнодействующая активных сил, действующих на участок ΔS_j. Тогда вектор скорости (2) будет равен

$$v = v_i + Qv_i + (Z + Z_r)^{-1} f_a. \tag{6}$$

Положим, что активные силы пропорциональны амплитудам полной нормальной скорости поверхности: $f_a = Av$, где A – матрица, подлежащая определению. Подставляя это в (6), получим, что полная скорость поверхности v равна скорости падающего поля v_i при условии $A = Z - Z_i$. Нетрудно проверить, что в этом случае и полное давление p на поверхности совпадает с давлением p_i падающего поля. Таким образом, при действии активных сил

$$f_a = (Z - Z_i)v \tag{7}$$

полное поле на поверхности тела не отличается от падающего поля, т.е. рассеянная компонента поля оказывается скомпенсированной активной компонентой. Отсюда следует, что активная компонента поля компенсирует рассеянную компоненту и в любой точке вне тела (это доказывается, например, с помощью интеграла Гельмгольца–Гюйгенса) и тело становится нерассеивающим.

Положим теперь, что активные силы должны быть пропорциональны амплитудам давления полного поля (2) на S: $f_a = Bp$. Тогда из уравнения (6) можно аналогично получить, что $B = I - ZY_i$ и активные силы

$$f_a = (I - ZY_i)p, \tag{8}$$

приложенные к поверхности тела, также полностью компенсируют рассеянное поле и, следовательно, делают тело акустически прозрачным.

Получены, таким образом, два закона управления активными силами (7) и (8), которые приводят к решению поставленной задачи. При использовании закона (7) активные силы пропорциональны амплитудам текущей скорости, измеряемым на поверхности тела, а если используется закон (8), то активные силы пропорциональны амплитудам давления полного поля, которые измеряются у поверхности тела. Какой из законов управления предпочтителен, зависит от конкретных (дополнительных) условий задачи, например, от того, что точнее измеряется, или от того, является ли само тело источником излучения. Однако, как при управлении по скорости, так и при управлении по давлению, матрицы Z и Z_i (или Y_i) предполагаются известными. Матрица импедансов Z_i среды в объеме тела рассчитывается по плотности среды ρ, ее скорости звука c и геометрическим параметрам тела. Матрица Z "сухого" тела в простых случаях также вычисляется. В общем же случае она может быть получена экспериментально по измерениям рассеянного поля при специальном возбуждении внешними источниками звука. Один из вариантов такого метода приведен в [17].

Из вышеизложенного можно сделать следующие выводы. Произвольное тело можно сделать акустически прозрачным только с помощью активных методов. Не существует пассивного покрытия, которое делало бы тело нерассеивающим в общем случае. При использовании любого активного метода необходимо, чтобы активные силы действовали на всей замкнутой поверхности тела и чтобы управление ими было глобальным в том смысле, что активная сила на каждом участке поверхности должна зависеть от значений поля, измеренных на всех остальных участках поверхности. Никакая активная система с локальным управлением (когда каждая активная сила управляется полем, измеренным только в месте ее приложения) не может обеспечить полной компенсации рассеянной компоненты поля (за исключением некоторых предельных случаев). Наконец, из приведенного выше решения следует, что предварительная факторизация поля (выделение рассеянной компоненты) не обязательно для решения задачи: тело может быть сделано нерассеивающим с помощью активных сил, которые управляются текущими значениями полного поля на поверхности тела.

В качестве примера рассмотрим сферическое тело радиуса a в однородном безграничном пространстве. Требуется с помощью распределенной на поверхности тела активной силы типа (7), (8) сделать его акустически прозрачным. Задача решается аналитически и вместо разбиения поверхности тела на участки удобнее использовать непрерывные зависимости и импедансы относительно распределенных по сферическим гармоникам усилий.

Пусть в отсутствие тела в пространстве имеется падающее поле $p_i(r, \theta)$, обусловленное некоторыми внешними источниками, r и θ – сферические координаты. Для простоты оно предполагается осесимметричным (не зависящим от третьей координаты). На поверхности $r = a$ это поле может быть представлено в виде разложения по сферическим гармоникам $\psi_n(\theta)$ следующим образом:

$$p_i(a, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{in}\psi_n(\theta), \quad v_i(a, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{in}\psi_n(\theta).$$

Коэффициенты этих разложений связаны между собой соотношениями

$$v_{in} = \frac{p_{in}}{Z_{in}}, \quad Z_{in} = -i\rho c\frac{j_n(ka)}{j_n'(ka)}, \quad n = 0, 1, \ldots . \quad (9)$$

Величина Z_{in} представляет собой удельный импеданс среды в объеме шара радиуса a относительно внешнего воздействия в форме n-ой сферической гармоники, приложенного к поверхности $r = a$.

Поместим теперь в начало координат сферическое линейно упругое тело радиуса a, свойства которого относительно внешних непрерывно распределенных воздействий осесимметричны и потому могут быть охарактеризованы набором поверхностных импедансов в вакууме Z_n, $n = 0$, 1, …, соответствующих распределениям по сферическим гармоникам. Наличие тела в среде приводит к рассеянному полю вида

$$p_s(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{sn}\psi_n(\theta)\frac{h_n(kr)}{h_n(ka)}.$$

На поверхности тела значения давления и радиальной скорости этого поля равны

$$p_s(a, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{sn}\psi_n(\theta), \quad v_s(a, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{sn}\psi_n(\theta),$$

где

$$v_{sn} = \frac{p_{sn}}{Z_{rn}}, \quad Z_{rn} = i\rho c\frac{h_n(ka)}{h_n'(ka)}, \quad n = 0, 1, \ldots \quad (10)$$

– удельные импедансы внешности тела или, иначе, импедансы излучения тела при его колебаниях по сферическим гармоникам. Так как на поверхности тела выполняются граничные условия

$$p_{in} + p_{sn} + Z_n(v_{in} + v_{sn}) = 0, \quad n = 0, 1, 2, \ldots,$$

то, подставляя сюда (9) и (10), получим для n-ых коэффициентов рассеяния по давлению и скорости формулы, аналогичные (5)

$$R_n = \frac{p_{sn}}{p_{in}} = \frac{Y_{in} - Y_n}{Y_{rn} + Y_n}, \quad Q_n = \frac{v_{sn}}{v_{in}} = \frac{Z_{in} - Z_n}{Z_{rn} + Z_n}.$$

Подействуем на поверхность тела активной силой, управляемой по скорости

$$f_a(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n(Z_n - Z_{in})\psi_n(\theta), \quad (11)$$

где v_n – это амплитуда n-ой сферической гармоники текущей радиальной компоненты скорости колебаний поверхности тела. Для нее верно уравнение типа (6)

$$v_n = v_{in} + Q_n v_{in} - Q_n v_n,$$

откуда сразу следует, что $v_n = v_{in}$ и, после несложных выкладок, $p_n = p_{in}$. Активная сила (11), таким образом, полностью компенсирует рассеяние. Аналогично показывается, что активная сила, управляемая по давлению, также полностью компенсирует рассеянную компоненту поля, делая тело акустически прозрачным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малюжинец Г.Д.* Об одной теореме для аналитических функций и ее обобщениях для волновых потенциалов // Доклады III Всесоюзного симпозиума по дифракции волн. М.: Наука, 1964. С. 113–116.
2. *Малюжинец Г.Д.* Нестационарные задачи дифракции для волнового уравнения с финитной правой частью // Труды Акустического института. 1971. Вып. 15. С. 124–139.
3. *Федорюк М.В.* О работах Г.Д. Малюжинца по теории волновых потенциалов // Там же. С. 169–179.
4. *Jessel M.* Sur les absorbeurs actives // Proc. 6-th Intern. Congress on Acoustics. Tokyo, 1968. Paper F–5–6.
5. *Jessel M., Mangiante G.* Active sound absorbers in an air duct // Journal of Sound and Vibration. 1972. V. 23. № 3. P. 383–390.
6. *Mangiante G.* Active sound absorption // Journal of the Acoustical Society of America. 1977. V. 61. № 6. P. 1516–1523.
7. *Завадская М.П., Попов А.В., Эгельский Б.Л.* Об аппроксимации волновых потенциалов в задачах активного гашения волновых полей по методу Малюжинца // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 5. С. 732–738.
8. *Коняев С.И., Лебедев В.И., Федорюк М.В.* Дискретная аппроксимация сферических и эллипсоидальных поверхностей Гюйгенса // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 6. С. 887–892.
9. *Мазаников А.А., Тютекин В.В., Федорюк М.В.* Активное гашение звука методом пространственных гармоник // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 5. С. 759–763.
10. *Бобровницкий Ю.И., Остапишин Н.М., Панов С.Н.* Экспериментальное моделирование звуковых полей с применением оператора Гельмгольца // Доклады XI Всесоюзной акустической конференции. М.: Изд. АН СССР, 1991. Секция К. С. 21–24.
11. *Ise S.* A principle of sound field control based on the Kirchhoff-Helmholtz integral equation and the theory of inverse systems // Acustica- Acta acustica. 1999. V. 85. № 1. P. 78–87.
12. *Урусовский И.А.* Об активном формировании рассеянного звукового поля // Акуст. журн 1986. Т. 32. № 4. С. 560–561.
13. *Мазаников А.А.* Активный акустический объемный поглотитель // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 4. С. 89–93.

14. *Scandrett C.* Scattering and active acoustic control from a submerged spherical shell // Journal of the Acoustical Society of America. 2002. V. 111. № 2. P. 893–907.

15. *Uosukainen S.* Active sound scatterers based on the JMC method // Journal of Sound and Vibration. 2003. V. 267. № 5. P. 979–1005.

16. *Бобровницкий Ю.И.* Метод полного согласования импедансов для активного управления акустическим полем в помещении // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 731–737.

17. *Bobrovnitskii Yu.I., Pavic G.* Modelling and characterization of airborne noise sources // Journal of Sound and Vibration. 2003. V. 261. № 3. P. 527–555.

A New Solution to the Problem of an Acoustically Transparent Body

Yu. I. Bobrovnitskiĭ

Blagonravov Institute of Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, M. Khariton'evskii per. 4, Moscow, 101990 Russia

e-mail: bobrovni@orc.ru

Abstract—The method of active impedance matching is applied to the well-known problem of an acoustically transparent body. Two laws of active force control, by velocity and by pressure, are obtained for solving the problem.