АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 6, с. 836–843

УДК 534.222

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СРЕДАХ С АКУСТИЧЕСКИМ ГИСТЕРЕЗИСОМ И ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВАЙ И ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ

© 2004 г. О. В. Руденко*, В. А. Робсман**

**Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова*
119992 Москва, Ленинские горы
E-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru
***Научно-исследовательский институт транспортного строительства*
129329 Москва, ул. Кольская 1
E-mail: nat-ana-sv@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.06.04 г.

Изучена эволюция импульсного возмущения в нелинейной среде, свойства которой необратимо изменяются при прохождении волны. Получены уравнения, описывающие процесс распространения. Показано, что искажение формы сигнала и динамика его полевых и энергетических характеристик существенно отличаются от их поведения в обычных нелинейных средах. Выписаны новые нелинейные уравнения, описывающие импульс в среде с релаксацией ее нелинейных свойств. Введено конечное "время запаздывания" для необратимых процессов в определяющее уравнение. Рассчитана форма импульса, отраженного от границы между обычной и нелинейной наследственной средами. Показано, что при фиксированной связи между пиковым давлением в падающем импульсе и отношением линейных импедансов двух сред происходит полное прохождение заднего фронта импульса в уплотняемую среду. Обсуждены возможные приложения результатов к актуальным задачам строительства.

1. ВВЕДЕНИЕ

Методы нелинейной акустики используются в строительстве для диагностики материалов, конструкций и сооружений с начала 80-х годов. Физические основы этих методов [1] применительно к объектам промышленного и гражданского строительства описаны в работах [2–4]. К настоящему времени проведена диагностика десятков мостов, автодорожных эстакад, тепловых электростанций, подземных сооружений и архитектурно-исторических памятников в городах России и ближнего зарубежья.

Следует отметить, что сильная нелинейность, связанная с наличием структурных неоднородностей среды и внутренних дефектов, в одних случаях появлялась вследствие внезапного внешнего воздействия (как это было при диагностике зданий в зоне Спитакского землетрясения) или в результате естественного старения конструкции, что имело место при диагностике состояния кладки фундаментов архитектурно-исторических памятников. В других случаях, при лабораторных и стендовых испытаниях, аналогичная ситуация создавалась целенаправленно путем силового нагружения моделей конструкции вплоть до критических разрушающих напряжений.

Кроме того, нелинейные явления наблюдались при технологическом контроле строительно-монтажных работ, например при производстве и монтаже различных типов свай и их динамических испытаниях.

Наиболее остро эта проблема возникла при строительстве эстакад московского третьего транспортного кольца, где большинство опор было представлено свайными ростверками из буронабивных свай. Такие сваи имели длину до 40–50 метров и диаметр до 1.5 метров. С другой стороны, сваи индустриального изготовления (в отличие от буронабивных) имеют значительно меньшие размеры и требуют применения ударной или вибрационной нагрузки для их установки.

Буронабивная свая изготавливается непосредственно на строительной площадке путем выполнения нескольких последовательных операций: бурение скважины, установка арматурного каркаса, бетонирование, контроль сплошности бетонного ствола, динамические испытания силового взаимодействия сваи и грунта.

При изготовлении сваи возможно появление разного рода дефектов, таких как частичное обрушение грунта в скважину, изменение ее геометрических размеров, неоднородность бетона из-за временных разрывов между этапами бетонирования скважины. Поэтому испытания свай проводят с целью оценки их несущей способности; определяют как величины сжимающих напряже-

ний на контакте нижнего торца сваи и грунта, так и качество сцепления бетонного ствола сваи с грунтом по боковой поверхности.

Учитывая относительно большой диаметр буронабивных свай и их длину, нецелесообразно проводить статическое нагружение испытываемой сваи путем увеличения внешней силовой нагрузки и измерения деформации до критического значения, так как это требует сооружения специальной громоздкой конструкции, устройства анкерных свай и длительного времени испытания. Вместо этого для оценки несущей способности больших буронабивных свай за рубежом и в отечественном строительстве широко используется метод динамических испытаний TNO [5, 6].

Существо метода TNO заключается в периодическом ударном нагружении верхнего (открытого) торца сваи путем сбрасывания по направляющей штанге груза, удар которого возбуждает в свае импульс давления (рис. 1).

Волна распространяется вниз, частично отражается от границы нижний торец сваи–грунт, вызывая необратимое смещение сваи как в результате уплотнения грунта, так и вследствие стимулированного ударом "проскальзывания" обжатой боковой поверхности. Регистрируя это смещение в зависимости от высоты падения груза, его массы и числа ударных нагружений, судят о несущей способности сваи по сжимающим напряжениям в зоне "торец–грунт".

При динамических испытаниях методом TNO на верхнем торце и прилегающей боковой поверхности сваи устанавливаются датчики ускорения и деформации. Регистрируются параметры сигналов, отраженных от границы нижний торец–грунт и от неоднородностей в объеме бетона. Математическая модель обработки результатов базируется на линейном волновом уравнении для распространения импульсов в свае. В численном алгоритме свая заменяется цепочкой дискретных вязкоупругих элементов; граница с грунтом также моделируется сосредоточенным элементом, допускающим, однако, нелинейное упруго-пластическое поведение.

Несмотря на широкое применение метода TNO, связанное с удобством для строителей, его недостатки представляются очевидными. Это относится как к математической модели, описывающей волны в свае (уравнения должны быть нелинейными), так и к нелинейной системе основание сваи–грунт (ее следует рассматривать как распределенную). Разумеется, формулировка новых инженерно-строительных и компьютерных решений выходит за рамки настоящей статьи. Однако, отталкиваясь от конкретной задачи, авторы рассматривают здесь более общие проблемы, которые могут иметь самостоятельное значение

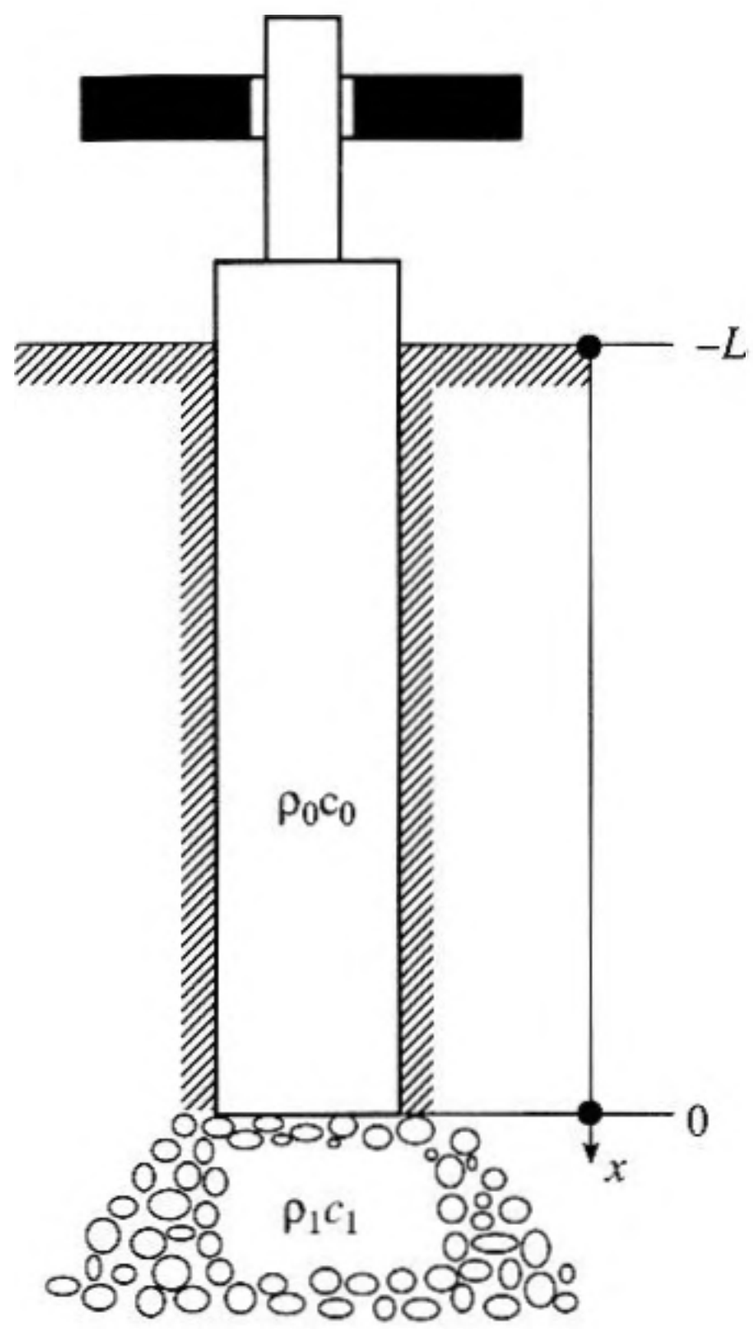

Рис. 1.

как для нескольких прикладных задач, так и для физики нелинейных волн.

2. ИМПУЛЬСНЫЙ СИГНАЛ В СРЕДЕ С ГИСТЕРЕЗИСОМ

К настоящему времени основы теории распространения нелинейных волн в средах с гистерезисом зависимости "напряжение–деформация" развиты недостаточно, что связано с трудностями решения соответствующих задач. В равной мере это относится и к нелинейной акустике гистерезисных сред [7].

Поэтому необходимо развить теорию распространения волн в средах с необратимыми деформациями, зависящими от предыстории процессов нагружения и разгрузки. Заметим, что проблема взаимодействия сваи и грунтового основания – далеко не единственная, где требуется учитывать гистерезис. Похожие проблемы возникают в дорожном строительстве при виброударном уплотнении основания полотна перед укладкой асфальтового покрытия, при диагностике мостов, имеющих длительный срок эксплуатации (что приводит к появлению большого количества дефектов и к прогибам пролетных строений). Естественно, решение "гистерезисных" задач охватывает важные проблемы инженерной сейсмики и сейсмоакустики.

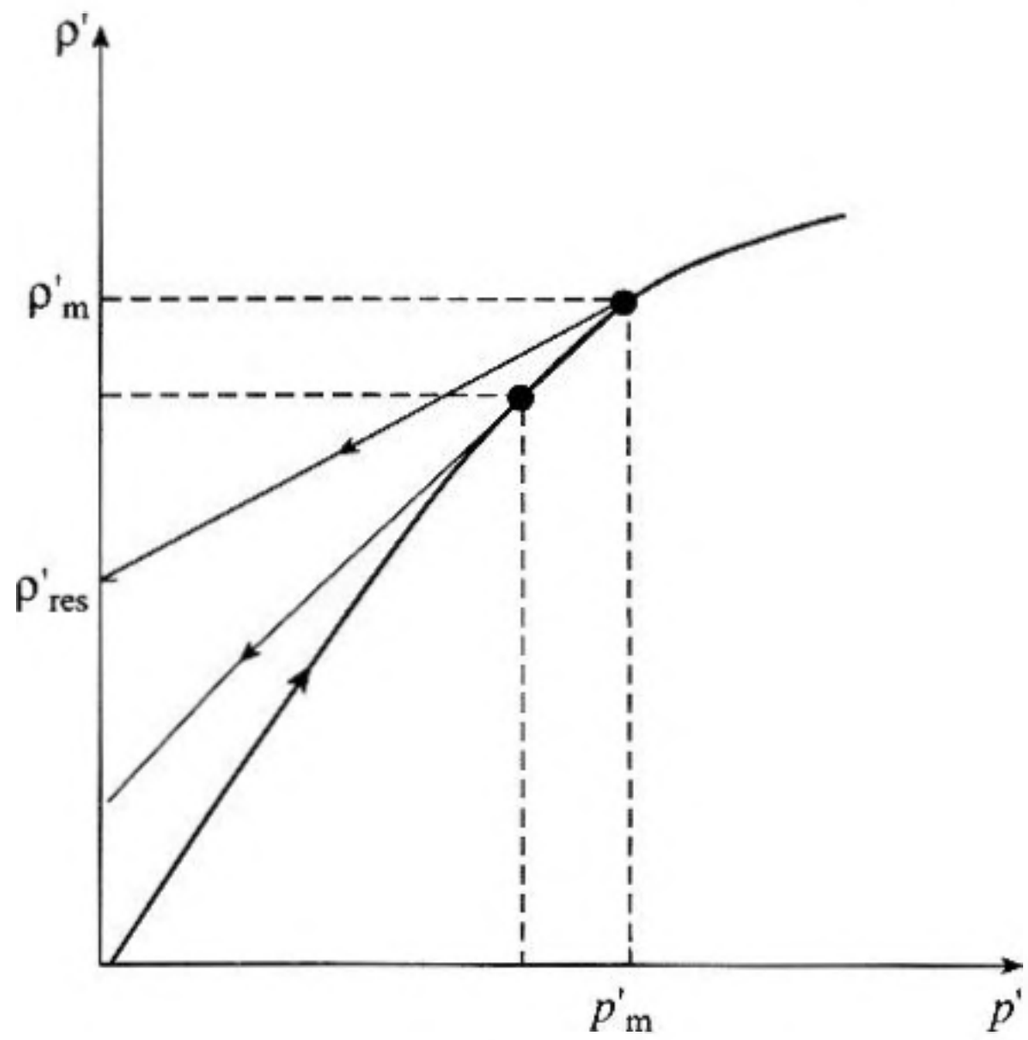

Рис. 2.

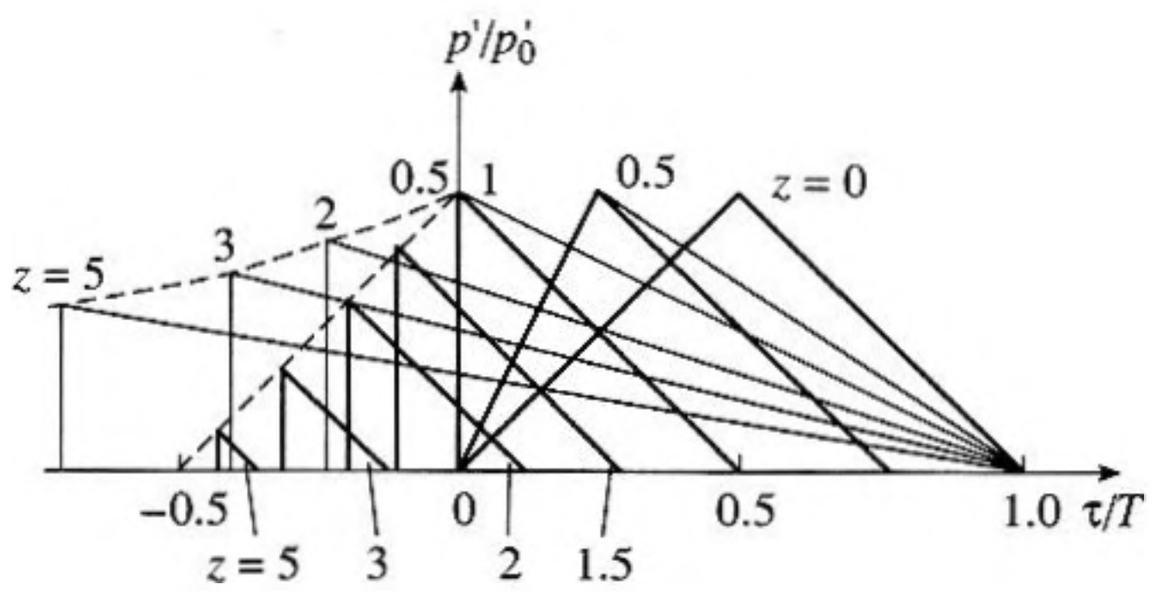

Рис. 3.

Модель гистерезисной среды, используемая ниже для описания нелинейного импульсного сигнала, иллюстрирована рис. 2. В процессе роста давления плотность среды изменяется следующим образом:

$$\rho' = \frac{p'}{c_1^2}\left(1 - \frac{\varepsilon}{c_1^2\rho_1}p'\right), \quad \frac{\partial p'}{\partial t} > 0. \qquad (1)$$

Здесь ε – нелинейный параметр среды, ρ_1, c_1 – исходные значения плотности грунта и скорости звука в нем. При разгрузке приращения плотности ρ' и давления p' связаны линейной зависимостью, но свойства среды изменены предыдущим процессом нагружения и определяются максимальной приложенной нагрузкой p'_m [8]:

$$\rho' = \frac{p'}{c_1^2}\left(1 - \frac{2\varepsilon}{c_1^2\rho_1}p'_m\right) + \frac{\varepsilon p'^2_m}{c_1^4\rho_1}, \quad \frac{\partial p'}{\partial t} < 0. \qquad (2)$$

При $p' = p'_m$ формулы (1) и (2) дают совпадающие значения. Как следует из (2), при снятии нагрузки в среде возникает остаточная деформация $\rho'_{res} = \varepsilon p'^2_m/(c_1^4\rho_1)$.

Будем считать, что физическая нелинейность среды, присутствующая в определяющих уравнениях (1), (2), гораздо больше геометрической нелинейности уравнений движения [9], которые при этом можно линеаризовать и свести к одному уравнению

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2}. \qquad (3)$$

Пусть волна распространяется вдоль оси x, которая на рис. 1 совпадает с осью сваи. Считая нелинейность слабой и пользуясь методом медленно изменяющегося профиля [10], получим из (3), (1) уравнение для нарастающего участка волны давления:

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}p'\frac{\partial p'}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial p'}{\partial \tau} > 0. \qquad (4)$$

Аналогично для волны разгрузки имеем

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}p'_m(x)\frac{\partial p'}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial p'}{\partial \tau} < 0. \qquad (5)$$

Решения этих уравнений имеют вид

$$p' = \Phi_1\left(\tau + \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}p'x\right), \quad \frac{\partial p'}{\partial \tau} > 0, \qquad (6)$$

$$p' = \Phi_2\left(\tau + \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}\int_0^x p'_m(x')dx'\right), \quad \frac{\partial p'}{\partial \tau} < 0. \qquad (7)$$

Здесь Φ_1, Φ_2 – произвольные функции своих аргументов. Решения (6) и (7) следует "сшить" в точке $\tau_m(x)$, в которой давление достигает максимального значения $p'(x, \tau_m) = p'_m(x)$, а производная $\partial p'/\partial\tau$ меняет знак.

Рассмотрим наиболее простую модель импульса в виде симметричного одиночного возмущения треугольной формы (кривая, отвечающая $x = 0$ на рис. 3). Конкретный вид функций Φ_1, Φ_2 определяется по условию на границе $x = 0$; для рассматриваемого импульса решения (6) и (7) принимают соответственно вид

$$\frac{p'}{p'_0} = \frac{\tau}{T}\frac{1}{1 - \dfrac{\varepsilon p'_0 x}{c_1^3\rho_1 T}}, \quad \frac{p'}{p'_0} = 1 - \frac{\tau}{T} - \frac{\varepsilon p'_0}{c_1^3\rho_1 T}\int_0^x \frac{p'_m(x')}{p'_0}dx'. \qquad (8)$$

Приравнивая функции (8) в точке максимума, получим пару уравнений для двух неизвестных

функций $\tau_m(x)$ и $p'_m(x)$. Они сводятся к решаемому дифференциальному уравнению первого порядка, откуда с учетом граничных условий получаем

$$\frac{p'_m(x)}{p'_0} = \frac{1}{2} = \text{const}, \quad \frac{\tau_m(x)}{T} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{x_s}\right). \tag{9}$$

Здесь и далее

$$x_s = \frac{c_1^3 \rho_1 T}{\varepsilon p'_0} \tag{10}$$

– это характерная нелинейная длина или расстояние образования разрыва [10].

На рис. 3 z обозначает расстояние, нормированное на длину (10) $z = x/x_s$. Заметим, что результат (9) справедлив в области расстояний $0 < x < x_s$, т.е. до того, как в профиле импульса образуется ударный фронт.

В области $x > x_s$ нужно воспользоваться уравнением движения фронта в сопровождающей системе координат, известным из теории слабых ударных волн (см., например, [11]):

$$\frac{d\tau_m(x)}{dx} = -\frac{\varepsilon}{2c_1^3\rho_1} p'_m(x). \tag{11}$$

Теперь нужно положить во второй из формул (8) $p' = p'_m(x)$, $\tau = \tau_m(x)$, продифференцировать полученное соотношение по x и воспользоваться уравнением (11) для исключения одной из переменных. Решая найденное уравнение с очевидными условиями сшивки с решениями (9) при $x = x_s$, получим продолжение формул (9) на область $x > x_s$:

$$\frac{p'_m(x)}{p'_0} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{x - x_s}{2x_s}\right),$$
$$\frac{\tau_m(x)}{T} = -\frac{1}{2}\left[1 - \exp\left(-\frac{x - x_s}{2x_s}\right)\right]. \tag{12}$$

Видно, что на больших расстояниях $x \gg x_s$ "пиковое" давление на фронте ударной волны уменьшается и стремится к нулю. Однако при этом фронт "останавливается": он не может сдвинуться вперед более чем на $\tau_m(\infty) = -0.5$. В этом состоит существенное отличие в поведении импульса в гистерезисной среде от обычного "нелинейного расплывания" [10, 11], приводящего к неограниченному росту длительности импульса при сохраняющейся площади (т.е. количестве движения). Как показано ниже (рис. 4), в поведении импульса есть много и других отличий от известных результатов для нелинейного импульса в среде с алгебраическим уравнением состояния (без "наследственных" свойств).

Все характеристики импульсного сигнала на рис.4 нормированы на свое максимальное значение при $x = 0$.

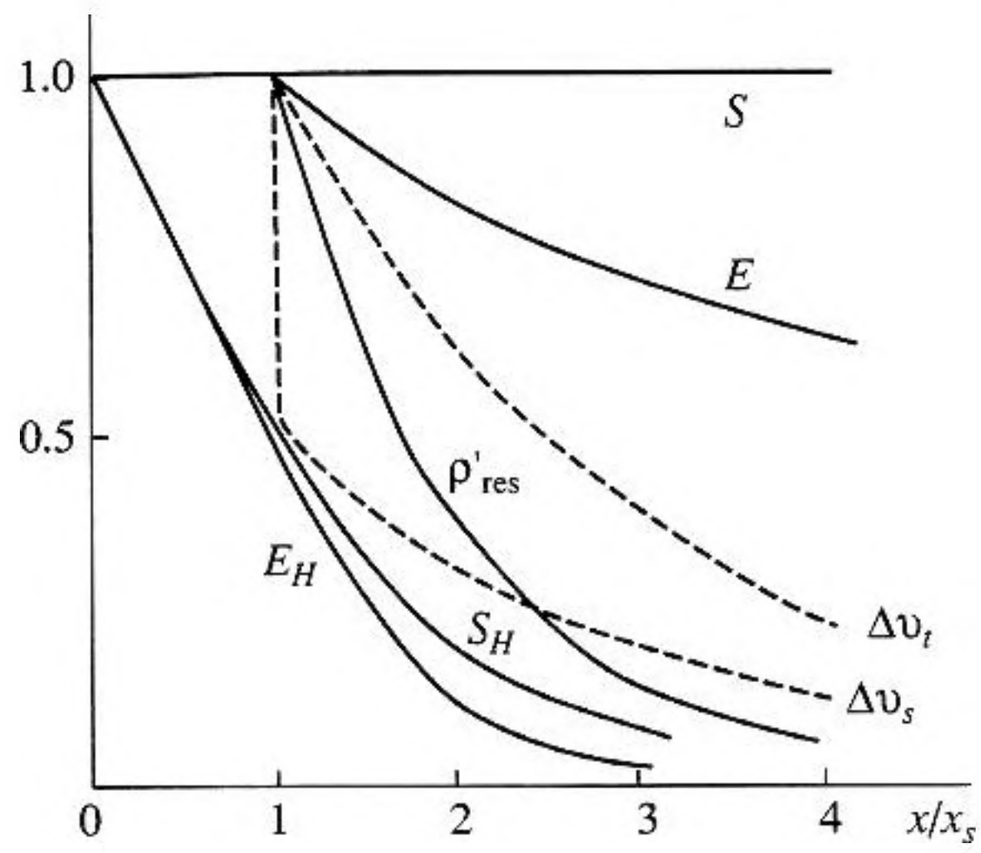

Рис. 4.

Кривые S и S_H иллюстрируют зависимость площади импульса

$$S \sim \int_{-\infty}^{\infty} p'(x, \tau)d\tau$$

от расстояния, пройденного в обычной и гистерезисной средах. Если в обычной среде количество движения сохраняется и $S = \text{const}$ как до, так и после образования разрыва, то в гистерезисной среде S_H начинает убывать сразу, уже на сколь угодно малых расстояниях x.

Энергия импульса

$$E \sim \int_{-\infty}^{\infty} p'^2(x, \tau)d\tau$$

в обычной среде сохраняется в области до образования разрыва, а затем убывает из-за нелинейного затухания волны. В гистерезисной среде E_H начинает убывать сразу, поскольку энергия расходуется на создание остаточных деформаций (кривая $\rho'_{res}(x)$ на рис. 4), а после образования разрыва – еще и на диссипацию.

Скорость распространения заднего фронта волны равна

$$v_t = c_1\left[1 + \frac{\varepsilon}{2}\frac{p'_0}{c_1^2\rho_1}Q(x)\right],$$

где $Q = 1$ при $x < x_s$ и $Q = \exp(-(x - x_s)/2x_s)$ при $x > x_s$. Она превышает скорость звука c_1, поскольку фронт бежит по среде, уже уплотненной волной нагрузки, и постоянна до появления разрыва (в области $x < x_s$). На расстояниях $x > x_s$ скорость v_t убывает, асимптотически приближаясь к скорости звука c_1.

Скорость переднего фронта v_s совпадает с v_t при $x < x_s$, но после того, как образуется разрыв, его скорость уменьшается скачком и затем начинает убывать по закону

$$v_S = c_1\left[1 + \frac{\varepsilon}{4}\frac{p_0'}{c_1^2\rho_1}\exp\left(-\frac{x - x_s}{2x_s}\right)\right].$$

Поскольку $v_S < v_t$, задний фронт стремится догнать передний, а импульс – "схлопнуться". Нормированные приращения к скорости распространения переднего и заднего фронтов изображены штриховыми кривыми Δv_s и Δv_t на рис. 4.

3. СИГНАЛ В СРЕДЕ С РЕЛАКСИРУЮЩЕЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Как известно, грунт чувствителен к скорости деформации и обладает реологическими свойствами [12]. Процессы перемещения и частичного разрушения зерен, образования микропотоков жидкости в порах происходят с некоторыми характерными временами, отличающимися, вообще говоря, от длительности импульсного сигнала. В отличие от акустической релаксации Мандельштама-Леонтовича [10, 13], здесь внутренние процессы в среде являются не только запаздывающими, но и необратимыми; кроме того, они явно нелинейны.

Релаксация может быть существенной как для нарастающего, так и для падающего давления. Однако ниже рассмотрена упрощенная модель, в которой релаксирующей считается лишь волна разгрузки. Таким образом, здесь производится уточнение результатов п. 2.

Пусть фронт имеет очень малую длительность, в пределах которой внутренние процессы "заморожены" и разгрузка идет по тому же пути (1) (кривая на рис. 2), что и нагружение среды. Напротив, очень медленная разгрузка идет по прямой (2) (тонкая линия на рис. 2). В промежуточной области скоростей деформирования можно записать динамическое соотношение

$$\frac{d\rho'}{dt} + \frac{\rho'}{T_R} = \frac{d}{dt}\rho'_{\text{fast}}(p') + \frac{1}{T_R}\rho'_{\text{slow}}(p'), \tag{13}$$

где T_R – характерное время релаксации. Здесь зависимость $\rho'_{\text{fast}}(p')$ дается формулой (1), а $\rho'_{\text{slow}}(p')$ – формулой (2). Из (13) получается следующее определяющее уравнение:

$$\rho' = \frac{p'}{c_1^2} - \frac{\varepsilon}{c_1^4\rho_1}p'^2 + \\ + \frac{\varepsilon}{c_1^4\rho_1}\frac{1}{T_R}\int_{t_m}^{t}[p'(x, t') - p'_m(x)]^2\exp\left(-\frac{t - t'}{T_R}\right)dt'. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (3) и пользуясь методом медленно изменяющегося профиля, придем к интегро-дифференциальному эволюционному уравнению

$$\frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}p'\frac{\partial p'}{\partial \tau} = \\ = -\frac{\varepsilon}{2c_1^3\rho_1}\frac{1}{T_R}\frac{\partial}{\partial \tau}\int_{\tau_m(x)}^{\tau}[p'(x, \tau') - p'_m(x)]^2\exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{T_R}\right)d\tau'. \tag{15}$$

Как известно [10], в случае экспоненциального ядра уравнения типа (15) сводятся к дифференциальным уравнениям следующего вида:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left[\frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}p'\frac{\partial p'}{\partial \tau}\right] + \frac{1}{T_R}\left[\frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_1^3\rho_1}p'\frac{\partial p'}{\partial \tau}\right] = \\ = -\frac{\varepsilon}{2c_1^3\rho_1 T_R}\frac{\partial}{\partial \tau}[p' - p'_m(x)]^2. \tag{16}$$

Уравнение (16) отличается от известного эволюционного уравнения [10] для обычной релаксирующей среды своей правой частью, которая теперь нелинейна.

Для удобства записи последующих формул перейдем к безразмерным переменным

$$z = \frac{x}{x_S}, \quad \theta = \frac{\tau}{T}, \quad P = \frac{p'}{p_0'}, \tag{17}$$

где нелинейное расстояние x_S дается соотношением (10). Уравнение (16) в переменных (17) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{\partial P}{\partial z} - P\frac{\partial P}{\partial \theta}\right] + \frac{T}{T_R}\left[\frac{\partial P}{\partial z} - P_m(z)\frac{\partial P}{\partial \theta}\right] = 0. \tag{18}$$

В предельном случае малых времен релаксации ($T/T_R \gg 1$) ("сильное" проявление гистерезиса) уравнение (18) упрощается

$$\frac{\partial P}{\partial z} - P_m(z)\frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{T_R}{2T}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}[P - P_m(z)]^2. \tag{19}$$

В другом предельном случае больших времен релаксации ($T/T_R \ll 1$) общее уравнение (18) также упрощается:

$$\frac{\partial P}{\partial z} - P\frac{\partial P}{\partial \theta} = -\frac{T}{2T_R}[P^2 - 2P_m(z)P]. \tag{20}$$

Теперь может быть произведен расчет формы импульса. Для этого необходимо решить уравнение (18) (или его упрощенные версии (19), (20)) при произвольной функции $P_m(z)$, а затем "сшить" в точке профиля $P = P_m(z)$, $\theta = \theta_m(z)$ полученное решение с решением уравнения (4), описывающего передний фронт импульса, определив одновре-

менно функции $P_m(z)$, $\theta_m(z)$ из условий сшивания. Эту процедуру для $T_R \longrightarrow 0$ удалось проделать в п. 2. Однако учет конечности времени релаксации значительно ее усложняет.

Уравнения (18) и (19) имеют точное решение в виде линейной во времени функции

$$P = 1 - \theta - \frac{z}{2} - 2\frac{T_R}{T}\left(1 - \frac{z}{2}\right)\ln\left(1 - \frac{z}{2}\right), \qquad (21)$$

описывающей задний фронт импульсного сигнала. Сшивая (21) с передним фронтом, заданным первой формулой (8): $P = \theta/(1 - z)$, определим параметры

$$P_m(z) = \frac{1}{2} - \frac{T_R}{T}\ln\left(1 - \frac{z}{2}\right),$$
$$\theta_m(z) = \frac{1}{2}(1 - z) - \frac{T_R}{T}(1 - z)\ln\left(1 - \frac{z}{2}\right). \qquad (22)$$

Нелинейная трансформация сигнала в области до образования разрыва изображена на рис. 5 для отношения времени релаксации к длительности импульса $T_R/T = 0.2$. Сплошные кривые соответствуют волновым профилям на расстояниях $z = 0$, 0.4, 0.8, 1. Для сравнения штриховыми кривыми показан задний фронт в отсутствие запаздывания ($T_R = 0$). Видно, что запаздывание приводит к "затягиванию" сигнала и некоторому увеличению его максимума. Соответственно, количество движения и энергия волны убывают медленнее.

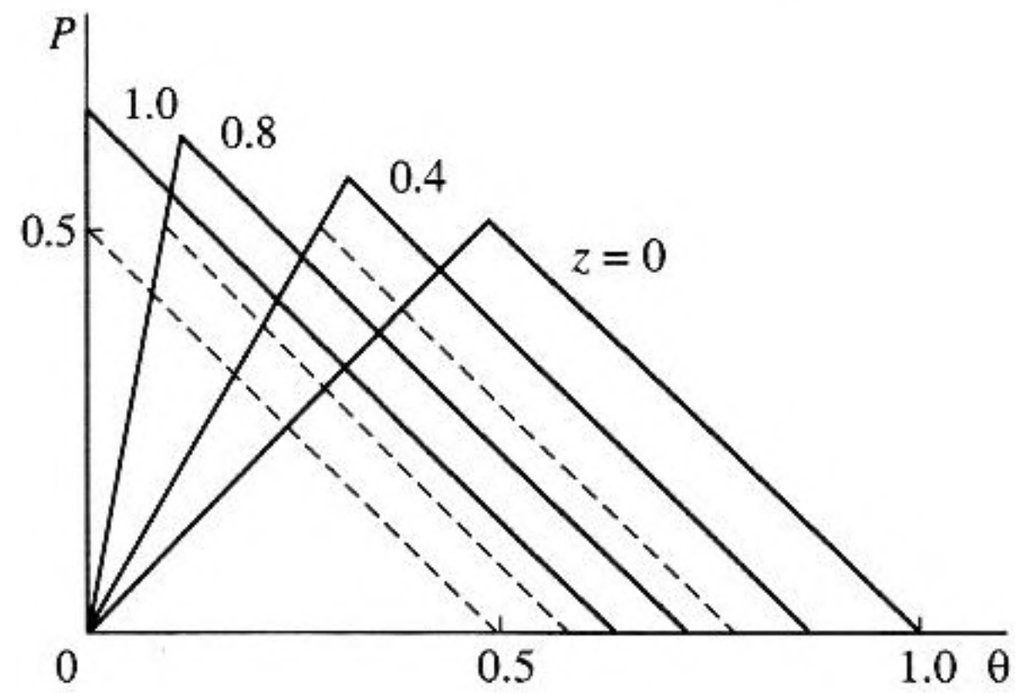

Рис. 5.

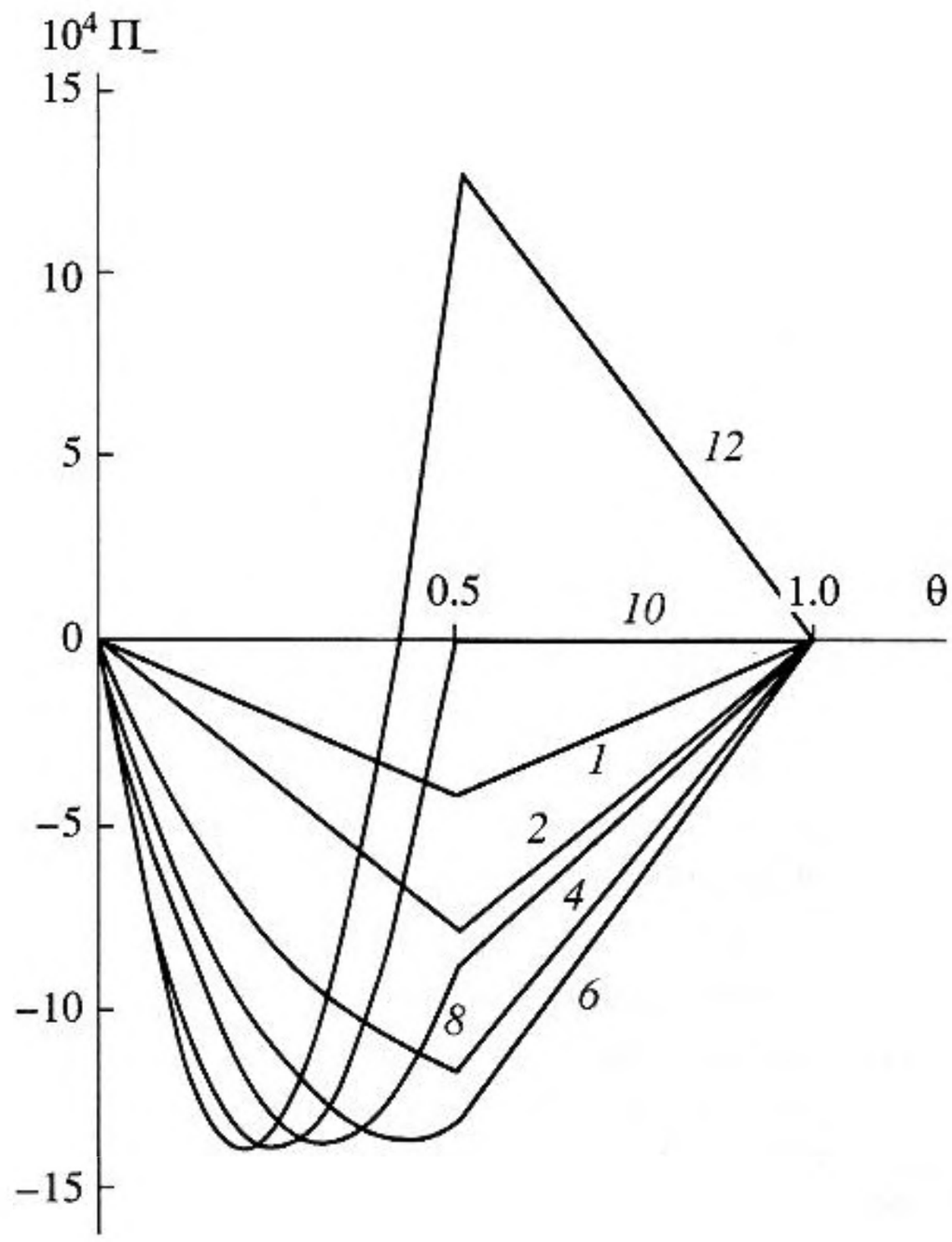

Рис. 6.

4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИМПУЛЬСА С ГРАНИЦЕЙ

Рассмотрим теперь отражение импульсного сигнала от границы раздела свая–грунт (рис. 1). Учитывая только физическую нелинейность грунта и приравнивая акустические давления и скорости в средах по обе стороны от границы $x = 0$, получим связь между давлениями в падающем p'_+ и отраженном p'_- импульсах

$$\Delta(p'_+ - p'_-) = (p'_+ + p'_-)\left[1 - \frac{2\varepsilon}{c_1^2\rho_1}(p'_+ + p'_-)\right]. \qquad (23)$$

Схема вывода формулы (23) стандартна, однако при этом использовано нелинейное уравнение (1), справедливое для нарастающего фронта ($\partial p'/\partial t > 0$). Здесь $\Delta = \rho_1 c_1/\rho_0 c_0$ – отношение линейных импедансов.

Полагая в формуле (23)

$$p'_- = -\left(\frac{1 - \Delta}{1 + \Delta}\right)p'_+ + \frac{\eta}{1 + \Delta}p'_+,$$

придем к параметрической связи между p'_+ и p'_-:

$$\Pi_- \equiv \frac{2\varepsilon}{c_1^2\rho_1}p'_- = \frac{(1 + \Delta)\eta[\eta - (1 - \Delta)]}{(\eta + 2\Delta)^2},$$
$$\Pi_+ \equiv \frac{2\varepsilon}{c_1^2\rho_1}p'_+ = \frac{(1 + \Delta)^2\eta}{(\eta + 2\Delta)^2}. \qquad (24)$$

Профиль отраженного импульса изображен на рис. 6 для значения $\Delta = 0.9$. Форма падающего импульса, как и ранее, принималась треугольной во времени. Его передний фронт $\Pi_+ = 2\Pi_m\theta$; $\Pi_m = (2\varepsilon/c_1^2\rho_1)p'_m$, $0 < \theta < 0.5$. Кривые на рис. 6 отве-

чают различным значениям параметра $10^2\Pi_m = 1$, 2, 4, 6, 8, 10, 12, указанным при соответствующих кривых. Для значений безразмерного времени $0 < \theta < 0.5$ импульс строился с помощью решения (24). Для $0.5 < \theta < 1$, в соответствии с уравнением состояния (2), разгрузка происходила по линейному закону.

При малых значениях $10^2\Pi_m$ профиль отраженного импульса повторяет форму падающего; поскольку $\Delta = 0.9 < 1$ (отражение происходит от менее "плотной" среды), его полярность изменена. С увеличением параметра $10^2\Pi_m$ происходит нелинейное искажение отраженного сигнала, связанное с уплотнением грунта. При значении этого параметра, равном 10, различие в импедансах двух сред компенсируется нелинейным уплотнением; граница становится полностью "прозрачной" для заднего фронта. В области значений безразмерного времени $0.5 < \theta < 1$ отражение отсутствует (см. рис. 6). При еще больших пиковых давлениях $10^2\Pi_m$ в определенный момент времени грунт становится более плотным, чем свая, и часть отраженного импульса приобретает ту же (положительную) полярность, что и падающий на границу сигнал.

Описанное явление "самопросветления" при не слишком высоких пиковых давлениях должно наблюдаться в средах с большими значениями коэффициента акустической нелинейности ε и при отношении Δ, немного меньшем единицы.

В процессе испытания свай отношение $\Delta = \rho_1 c_1/\rho_0 c_0$ можно измерить экспериментально, проводя регистрацию отраженного импульса на свободном (верхнем) конце сваи в линейном режиме (т.е. при малых p'_m, отвечающих небольшим высотам сбрасывания груза).

Переходя к измерениям в нелинейном режиме, можно наблюдать процесс небольшого заглубления сваи при каждом ударе, связанного с необратимым уплотнением среды.

Смещение сваи при произвольном значении Δ может быть оценено как

$$\delta = \alpha d\left(\frac{2\Delta}{1+\Delta}\right)^2 \frac{\varepsilon}{c_1^4\rho_1^2} p_m'^2. \qquad (25)$$

Здесь d – диаметр сваи, α – константа порядка единицы. Пиковое давление в импульсе, возбужденном в свае, оценивается по формуле [14]

$$p'_m = \frac{E}{c_0}\sqrt{\frac{gh}{2}},$$

где E – модуль Юнга материала сваи, h – высота сбрасывания груза. Как нетрудно показать, при высотах порядка 1 м колебательная скорость и максимальное довление в свае составляют величины порядка 5 м/с и 10^8 Па. Для диаметра сваи порядка 50–80 см смещение вниз при ударе должно составить величину порядка см. Одновременные измерения отраженного импульса и необратимого смещения сваи при разных высотах h падения груза формируют массив экспериментальных данных, достаточных для качественного решения обратной задачи – оценки свойств грунта под сваей и ее несущей способности. Эта задача является чисто инженерной; ее анализ и выработка рекомендаций для строителей выходят за рамки настоящей статьи.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучено распространение импульсного возмущения в нелинейной среде, свойства которой необратимо изменяются после прохождения волны. Получены уравнения, описывающие процесс нелинейного распространения. Показано, что, в отличие от обычной нелинейной среды, количество движения и энергия убывают даже в той области, где ударный фронт еще не сформировался, поскольку под действием переднего фронта происходит уплотнение среды. Импульсный сигнал укорачивается по длительности и сильно затухает. Передний фронт смещается вперед в сопровождающих волну координатах лишь на конечное расстояние.

Получены новые нелинейные уравнения, описывающие импульс в среде с релаксацией ее нелинейных и необратимых свойств. Наличие конечного времени запаздывания в определяющем уравнении приводит к "затягиванию" сигнала и замедлению диссипативных процессов.

Рассчитана форма импульса, отраженного от границы между обычной и нелинейно-наследственной средами. Показано, что при фиксированной связи между пиковым давлением в падающем импульсе и отношением линейных импедансов двух сред происходит полное прохождение заднего фронта импульса в уплотняемую среду.

Обсуждены возможные приложения результатов к некоторым актуальным задачам транспортного строительства.

Работа частично поддержана грантом РАН и программой поддержки ведущих научных школ, а также ЦНИИС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rudenko O.V.* Nonlinear methods in acoustic diagnostics. Russian Journal of Nondestructive Testing. 1993. V. 29. № 8. P. 583–588.
2. *Робсман В.А.* Нелинейная трансформация шумовых спектров при акустической диагностике бетонных конструкций. Акуст. журн. 1991. Т. 37. Вып. 5. С. 1038–1040.
3. *Робсман В.А.* Накопление и хаотическое развитие нелинейных акустических процессов при динами-

ческом нагружении геологических структур. Акуст. журн. 1993. Т. 39. Вып. 2. С. 333–349.

4. *Робсман В.А.* Трансформация акустических спектров в неоднородных твердых средах при нелинейной деформации. Акуст. журн. 1992. Т. 38. Вып. 1. С. 129–143.
5. TNO report – TNO-DLT Dynamic Load Testing Signal Matching, Users Manual, 1985–1996.
6. *Middendorp P., Reiding F.J.* Determination of Discontinuities in Piles by TNO Integrity Testing and Signal Matching Techniques. Third International Conference on the Application of Stress Wave Theory to Piles. Ottawa, Canada, 25–27 May, 1988.
7. *Ostrovsky L.A., Johnson P.A.* Dynamic nonlinear elasticity of geomaterials. La Rivista del Nuovo Cimento. 2001. V. 24. № 7. P. 1–47.
8. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977.
9. *Hedberg C.A., Rudenko O.V.* Pulse response of nonlinear layer // J. Acoust. Soc. Am. 2001. V. 110. № 5 (pt.1). P. 2340–2350.
10. *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
11. *Гурбатов С.Н., Руденко О.В.* Нелинейная акустика в задачах. М.: Изд. МГУ, 1990.
12. *Новацкий В.К.* Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978.
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
14. *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механического удара. М.: Наука, 1977.

Nonlinear Processes in Media with an Acoustic Hysteresis and the Problems of Dynamic Interaction between Piles and Earth Foundation

O. V. Rudenko* and V. A. Robsman**

**Physical Faculty, Moscow State University, Vorob'evy gory, Moscow, 119992 Russia*
e-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru
*** Research Institute of Transport Construction, ul. Kol'skaya 1, Moscow, 129329 Russia*
e-mail: nat-ana-sv@yandex.ru

Abstract—Evolution of a pulsed disturbance in a nonlinear medium whose properties irreversibly vary in the course of wave propagation is studied. Equations describing the propagation process are obtained. It is demonstrated that the waveform distortion and the dynamics of the field and energy characteristics of a signal noticeably differ from those observed in conventional nonlinear media. New nonlinear equations describing a pulse in a medium with relaxation of its nonlinear properties are derived. A finite "delay time" for irreversible processes is introduced in the defining equation. The shape of a pulse reflected from the boundary between an ordinary medium and a nonlinear hereditary medium is calculated. It is demonstrated that, in the case of a fixed relation between the peak pressure in the incident pulse and the ratio of linear impedances of the two media, a total transmission of the trailing edge of the pulse into the compressed medium occurs. Possible applications of the results to topical construction problems are discussed.