АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2005, том 51, № 3, с. 360–365

УДК 534.121

АНАЛИЗ ЗВУКОИЗОЛИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПАНЕЛЕЙ С РЕЗОНАНСНЫМИ СИСТЕМАМИ НА ОСНОВЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

© 2005 г. Б. М. Ефимцов, Л. А. Лазарев

ФГУП Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского, Московский комплекс, 107005 Москва, ул. Радио 17

E-mail: efimtsov@prob–lab.ru

Поступила в редакцию 30.12.03 г.

Анализируются эффекты увеличения звукоизолирующей способности панелей с помощью резонансных систем на основе эквивалентных представлений. При этом основное внимание уделяется наименее изученным резонансным системам, инерционные тела которых одновременно взаимодействуют со средами по обе стороны панелей. Представляется универсальное соотношение для звукоизолирующей способности панелей с произвольной системой резонансных элементов с одной степенью свободы. Оно включает общие для всех типов резонаторов параметры (суммарную массу, сжимаемость, добротность, характерные частоты). Эти соотношения можно непосредственно использовать для сравнения эффективности резонансных систем разных типов при их установке на панель и для определения их оптимальных параметров.

В последние годы в научной литературе все большее внимание уделяется исследованию резонансных систем, устанавливаемых на панелях с целью ослабления их акустического излучения и повышения звукоизолирующей способности [1–7]. Тем не менее, насколько можно судить по публикациям, только одна работа [5] посвящена целенаправленному изучению физических явлений, определяющих эффекты увеличения звукоизолирующей способности панелей резонансными системами разного типа, и их обобщенному описанию. При этом было установлено, что эти эффекты определяются одним из трех физических явлений: мягкого отражения, жесткого отражения и акустической компенсации. Первое явление определяется резким уменьшением входного импеданса панели при установке на нее резонансных систем. Второе – резким его увеличением, а третье – сведением импеданса почти к чисто мнимому его значению, вследствие чего осуществляется компенсация звукового давления или объемной скорости. В этой связи произвольную систему, используемую для повышения звукоизолирующей способности, можно отнести в одному из трех типов: к мягким отражателям (SR), к жестким отражателям (HR), к акустическим компенсаторам (AC).

Однако в работе [5] авторы ограничивались рассмотрением резонансных систем, устанавливаемых на одной стороне сплошной панели. Такие системы условно можно назвать односторонними. В данной статье обобщаются результаты работы [5] и распространяются на произвольные системы резонансных элементов с одной степенью свободы. При этом основное внимание уделяется резонансным системам, которые устанавливаются в отверстия на панели так, что их инерционные тела взаимодействуют со средами по обе стороны панели. Такие резонансные системы условимся называть двусторонними.

При анализе акустических характеристик панелей с резонансными системами и обобщении полученных результатов в данной работе используется метод эквивалентных представлений. Суть этого метода заключается в определении акустически эквивалентных систем. Применение его при анализе позволяет объединить в один из трех типов резонансные системы разных схем и использовать единые соотношения для оценки их акустических характеристик.

Рассмотрим систему двухсторонних сжимаемых резонаторов, схема которых показана на рис. 1. Сжимаемыми будем называть резонаторы, колебания которых сопровождаются изменением их объема. Ось колебаний резонаторов может быть в общем случае отклонена от нормали к поверхности панели (случай наклонных резонаторов). Такая резонансная система на панели характеризуется следующими параметрами: суммарной поверхностной массой резонанных элементов и панели (M); массой инерционных тел резонансных элементов на единицу площади (m); жесткостью, отнесенной к единице площади (k), которой они связаны и которая складывается из жесткости воздушного объема и жесткости крепления; доб-

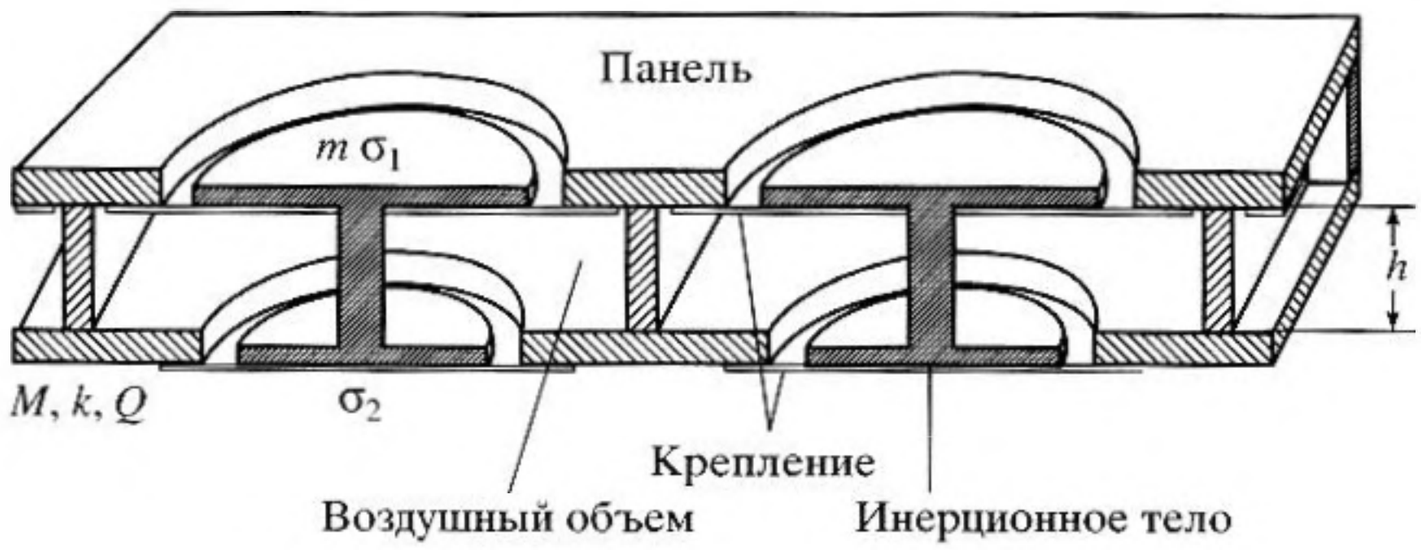

Рис. 1. Схема двустороннего сжимаемого резонатора.

ротностью резонатора (Q); относительными площадями взаимодействия со средой по обе стороны панели (σ_1, σ_2); углом наклона оси колебаний относительно нормали к панели (α) для наклонных резонаторов.

Каждую из анализируемых ниже резонансных систем можно рассматривать как частный случай двусторонних сжимаемых резонаторов. Односторонние компенсаторы (рис. 2а) являются частным случаем двусторонних, когда равна нулю одна из площадей взаимодействия ($\sigma_1 = 0$ или $\sigma_2 = 0$). Несжимаемые двусторонние резонаторы (рис. 2б) можно рассматривать как предельный случай сжимаемых, когда равны их площади взаимодействия ($\sigma_1 = \sigma_2$). Панель с динамическими виброгасителями (рис. 2в) можно рассматривать как предельный случай отсутствия непосредственного взаимодействия со средой ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$). Резонаторы Гельмгольца (рис. 2г) можно рассматривать как частный случай односторонних компенсаторов с малой площадью взаимодействия ($\sigma \ll 1$) и с очень малой массой их инерционных тел.

Поэтому соотношения, описывающие поведение двусторонних сжимаемых резонаторов (рис. 1), будут справедливы для произвольных систем резонансных элементов с одной степенью свободы.

Здесь, как и в работе [5], будем использовать простейшую математическую модель, описывающую прохождение нормально падающих звуковых волн через однородную бесконечную чисто инерционную панель с регулярной системой одинаковых резонаторов, параметры которых полагаются известными. Размеры резонаторов и расстояния между ними будем считать малыми (по сравнению с длиной звуковой волны).

Матрица перехода для двусторонних сжимаемых резонаторов (АС2, рис. 1), как прямых, так и наклонных, может быть записана в одном из двух видов:

$$A_{AC2} = \begin{pmatrix} 1 - M_2\omega^2/k_h\Omega_t & i\omega M\Omega_{12}/\Omega_t \\ i\omega/k_h\Omega_t & 1 - M_1\omega^2/k_h\Omega_t \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$A_{AC2} = \begin{pmatrix} 1 & i\omega M_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i\omega/k_h\Omega_t & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & i\omega M_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$\Omega_t = 1 - (\omega/\omega_t)^2 + i\omega/\omega_t Q_t;$$

$$\Omega_{12} = 1 - (\omega/\omega_{12})^2 + i\omega/\omega_t Q_t;$$

$$M_1 + M_2 = M, \quad M_1 M_2 = k_h M(\omega_{12}^{-2} - \omega_t^{-2}).$$

Матрицы перехода (1, 2), с точностью до перестановки M_1 и M_2 (это соответствует переворачиванию системы), выражается через пять параметров: суммарную поверхностную массу системы (M); статическую жесткость системы, определяемую изменением ее объема при изменении давления (k_h); частоту настройки системы (ω_t), на которой наблюдается максимум звукоизолирующей способности панели с резонаторами при достаточно большой их добротности; частоту резонанса масса–упругость–масса (ω_{12}), на которой наблюдается провал в звукоизолирующей способности; эквивалентную добротность ($Q_t = Q\sqrt{k/m}/\omega_t$).

Для двусторонних сжимаемых прямых резонаторов (рис. 1) величины, входящие в выражения (1) и (2), определяются соотношениями:

$$k_h = \frac{k}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2};$$

$$M_1 = \frac{m - M\sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2}; \quad (3)$$

$$\omega_t^2 = \frac{k}{M\sigma_1\sigma_2 + m(1 - \sigma_1 - \sigma_2)}.$$

Выражения для двусторонних сжимаемых наклонных резонаторов совпадут с аналогичными соотношениями для прямых, если в них произвести замену:

$$m' = m\cos^2\alpha, \quad k' = k\cos\alpha, \quad \sigma_1'^2 = \sigma_1\cos\alpha,$$
$$\sigma_2' = \sigma_2\cos\alpha, \quad M' = M + m\sin^2\alpha. \quad (4)$$

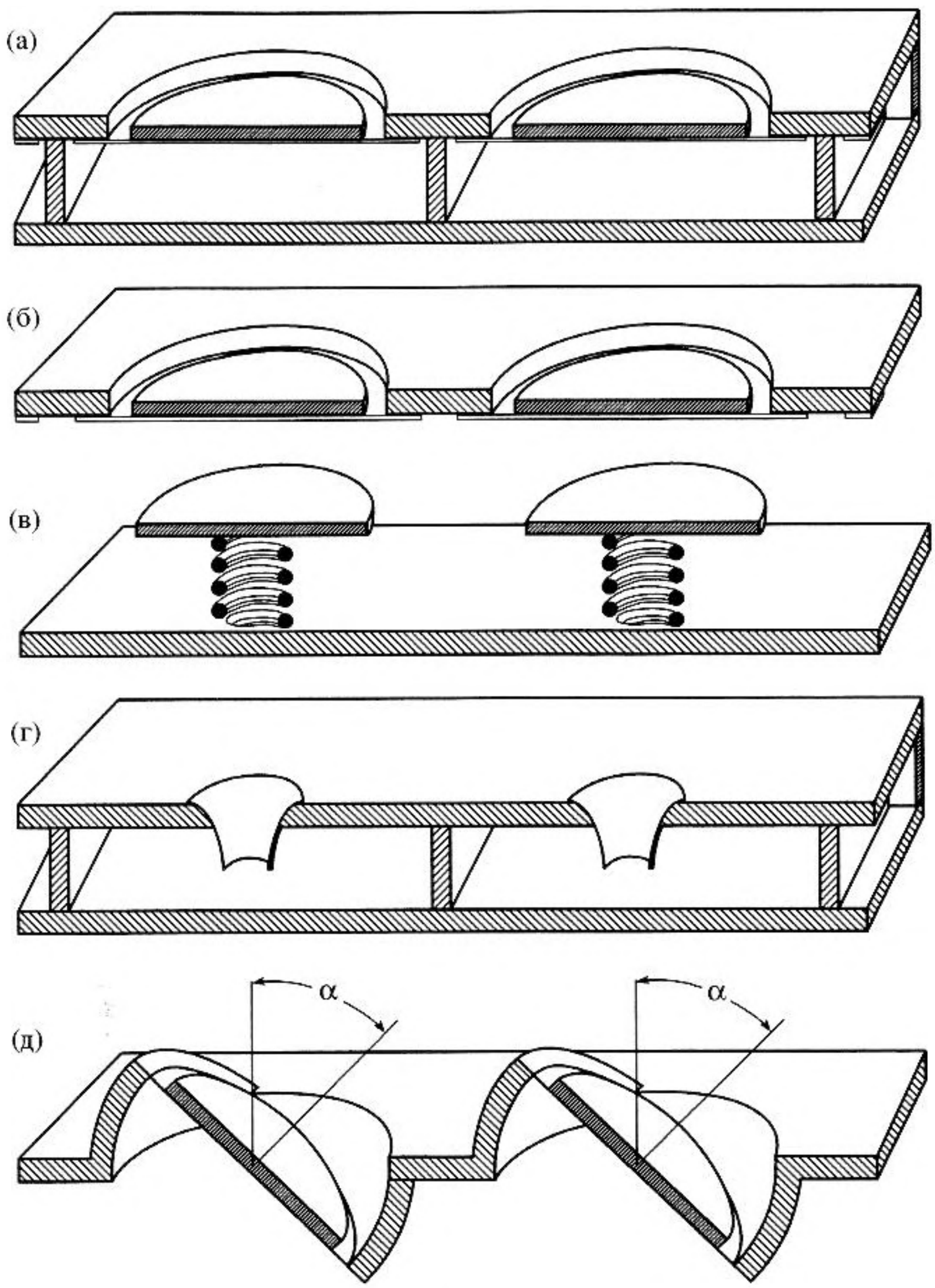

Рис. 2. Панели с резонансными системами: а) с односторонними акустическими компенсаторами, б) с двусторонними несжимаемыми резонаторами, в) с динамическими виброгасителями, г) с резонаторами Гельмгольца, д) с наклонными несжимаемаемыми двусторонними резонаторами.

Следовательно, наклонные резонаторы эквивалентны прямым, если их параметры соотносятся в соответствии с равенствами (4). Здесь штрихом отмечены параметры эквивалентных прямых резонаторов. Частота резонанса масса–упругость–масса для прямых резонаторов любого типа представляется в виде:

$$\omega_{12} = \sqrt{kM/((M-m)m)}, \qquad (5)$$

для наклонных в виде:

$$\omega_{12} = \sqrt{kM/((M-m\cos^2\alpha)m\cos^2\alpha)}. \qquad (6)$$

Для прямых односторонних компенсаторов ($\sigma_2 = 0$) выражения (3) принимают вид

$$k_h = k/\sigma^2; \quad M_1 = m/\sigma; \quad \omega_t^2 = k/(m(1-\sigma)); \qquad (7)$$

а для наклонных односторонних компенсаторов –

$$M_1 = m\cos\alpha/\sigma; \quad \omega_t^2 = k/(m(1-\sigma\cos\alpha)). \qquad (8)$$

Для прямых односторонних компенсаторов (AC), расположенных со стороны 1 (рис. 2а), величина M_1 совпадает с поверхностной массой материала, из которого изготовлены их инерционные тела.

Для несжимаемого двустороннего прямого (HR, рис. 2б) или наклонного резонатора (HR2,

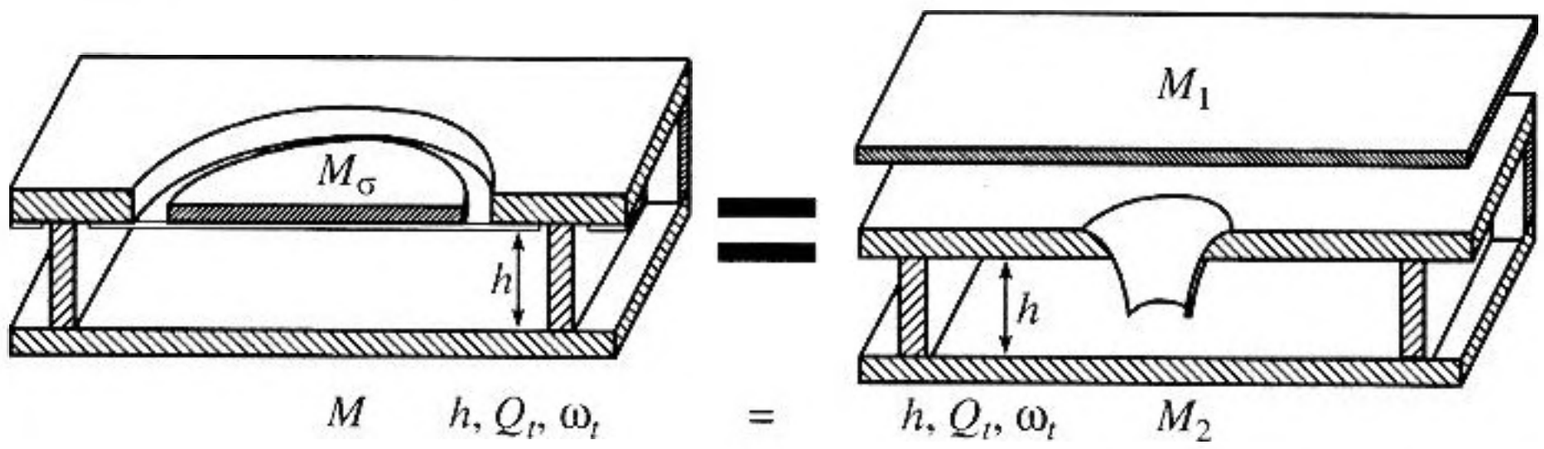

Рис. 3. Эквивалентность панели с акустическими компенсаторами и системы из двух панелей и резонаторов Гельмгольца между ними. $M_1 = m/\sigma$, $M_2 = M - m/\sigma$. M – общая поверхностная масса, m – масса инерционных тел на единице площади, σ – относительная площадь резонаторов.

рис. 2д) и для панели с динамическими виброгасителями (DVA, рис. 2в) матрицы перехода представляются в одном и том же виде

$$A_{HR} = A_{HR2} = A_{DVA} = \begin{pmatrix} 1 & i\omega M\Omega_{12}/\Omega_t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\Omega_t = 1 - (\omega/\omega_t)^2 + i\omega/\omega_t Q_t;$$

$$\Omega_{12} = 1 - (\omega/\omega_{12})^2 + i\omega/\omega_t Q_t.$$

Здесь частота настройки для панели с динамическими виброгасителями соответствует их резонансной частоте $\omega_t = \sqrt{k/m}$. Для двусторонних несжимаемых прямых резонаторов эта частота определяется из выражения

$$\omega_t^2 = k(M\sigma^2 + m(1 - 2\sigma))^{-1}, \quad (10)$$

а для наклонных двусторонних несжимаемых – из выражения

$$\omega_t^2 = k(M\sigma^2 + m(1 - 2\sigma\cos\alpha))^{-1}. \quad (11)$$

Для панели с резонаторами Гельмгольца ($\sigma_2 = 0$, $\sigma_1 \ll 1$) непосредственным взаимодействием которых с панелью мы пренебрегаем, частота настройки системы равна частоте резонанса, а матрица перехода для нее записывается в виде

$$A_{SR} = \begin{pmatrix} 1 & i\omega M \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i\omega/k_h\Omega_t & 1 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

$$k_h = \rho c^2/h,$$

где h – осредненная толщина воздушных полостей резонаторов. Далее будет удобно использовать безразмерную комбинацию $\bar{h} = h\omega_t/c$, т.е. волновую толщину. По аналогии с резонаторами Гельмгольца для других сжимаемых резонаторов будем использовать эквивалентную волновую толщину $\overline{h_e} = \rho c\omega_t/k_h$.

Таким образом, матрицу перехода любой из рассматриваемых систем можно выразить через одни и те же параметры (M, k_h, ω_t, ω_{12}, Q_t). Поэтому если у двух систем совпадают значения этих параметров, то они, при правильном выборе ориентации, являются эквивалентными друг другу, т.е. неразличимыми с акустической точки зрения.

При соответствующем подборе параметров акустически эквивалентными являются: панели с резонаторами Гельмгольца и с повернутыми на 90° односторонними сжимаемыми резонаторами; панель с динамическими виброгасителями и двусторонними несжимаемыми прямыми или наклонными резонаторами; односторонние компенсаторы и двусторонние сжимаемые резонаторы, которые оба могут быть прямыми или наклонными.

Таким образом, любая резонансная система на панели относится к одному из трех классов систем: к классу мягких отражателей, к классу жестких отражателей или к классу акустических компенсаторов. Резонансные системы одного класса могут быть акустически эквивалентными. Поэтому двусторонние несжимаемые (рис. 2б, 2д) и сжимаемые резонаторы (рис. 1) можно также называть двусторонними жесткими отражателями и двусторонними акустическими компенсаторами соответственно.

Две системы являются эквивалентными, с точностью до ориентации, если совпадают их суммарные массы, частоты настройки, эквивалентные добротности; а также совпадают эквивалентные волновые толщины для мягких отражателей, частоты резонанса масса–упругость–масса для жестких отражателей и одновременно совпадают эквивалентные волновые толщины и частоты резонанса масса–упругость–масса для компенсаторов.

Согласно представлению матрицы перехода компенсаторов в виде (2), панель с компенсаторами (односторонними и двусторонними) эквивалентна системе, состоящей из двух панелей с поверхностными массами M_1, M_2 и резонаторов Гельмгольца между ними с теми же частотой на-

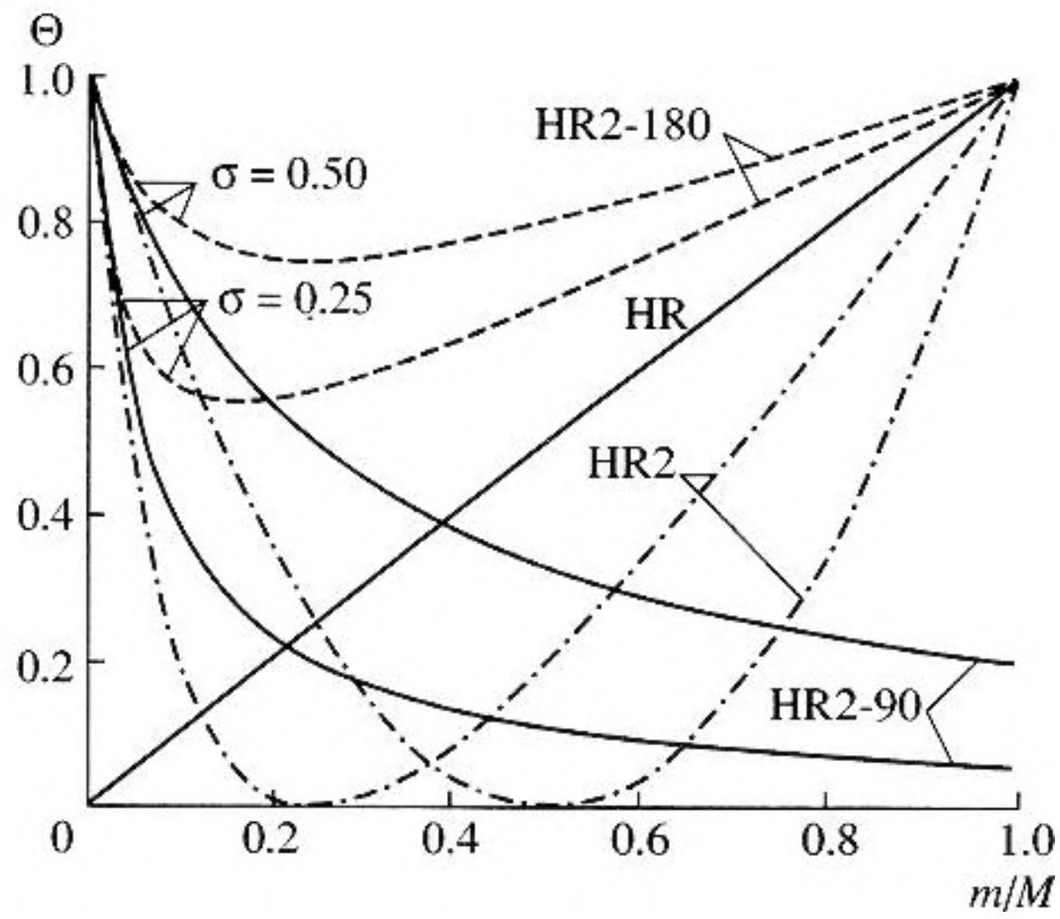

Рис. 4. Параметр эффективности жестких отражателей: динамических виброгасителей (HR), прямых двусторонних жестких отражателей (HR2), повернутых на 90° (HR2-90) и перевернутых (HR2-180) двусторонних жестких отражателей.

стройки, эквивалентной добротностью и эквивалентной толщиной (рис. 3). Заметим, что массы M_1, M_2 могут принимать отрицательные значения. Поэтому в качестве критерия эквивалентности компенсаторов удобно также использовать равенство двух параметров: M_1, M_2. В частности, из такого эквивалентного представления для компенсаторов видно, что односторонний акустический компенсатор эквивалентен панели с мягкими отражателями (резонаторами Гельмгольца) при условии, что поверхностная масса материали инерционного тела компенсатора равна общей поверхностной массе ($M_1 = M$ или $M_2 = M$).

Звукоизолирующая способность панелей с компенсаторами определяется равенством:

$$TL = 20\lg\left|\frac{1}{2}\left(\frac{a_{12}}{\rho c} + a_{11} + a_{22} + a_{21}\rho c\right)\right| = \\ = 20\lg\left|1 + i\frac{(\bar{h} + M\omega(\Omega_{12} + i\bar{h})/\rho c)}{2\Omega_c}\right|. \quad (13)$$

На частоте настройки звукоизолирующая способность приближенно определяется выражением:

$$TL(\omega_t) \approx 20\lg(M\omega_t/2\rho c) + \\ + 20\lg\left|(1 - \omega_t^2/\omega_{12}^2 + i\bar{h})Q_t\right|. \quad (14)$$

Поскольку все типы резонаторов являются частными случаями компенсаторов, то выражения (13, 14) справедливы для любых резонаторов.

Введем параметр эффективности Θ для резонаторов любого типа как независящий от добротности коэффициент, с помощью которого повышение звукоизолирующей способности после установки резонаторов может определяться из приближенного выражения:

$$\Delta TL(\omega_t) \approx 20\lg(\Theta Q_t), \quad Q_t \gg 1. \quad (15)$$

Из выражения (9) следует, что параметр эффективности для резонаторов, устанавливаемых на одиночную панель при неизменной суммарной массе, определяется выражением

$$\Theta = \left|1 - \omega_t^2/\omega_{12}^2 + i\bar{h}\right|. \quad (16)$$

В частности, для жестких отражателей $\bar{h} = 0$ и $\Theta_{HR} = |1 - \omega_t^2/\omega_{12}^2|$, для мягких отражателей $\omega_t = \omega_{12}$ и $\Theta_{SR} = \bar{h}$. Для жестких отражателей фактор эффективности также удобно выразить через массу эквивалентных динамических виброгасителей m_1 как $\Theta_{HR} = m_1/M$. Для двусторонних жестких отражателей масса эквивалентных динамических виброгасителей определяется равенством $m_1 = (m - M\sigma)^2/(M\sigma^2 + m(1 - 2\sigma))$. Для компенсаторов параметр эффективности удобно также выражать через массы панелей M_1, M_2 в эквивалентном представлении:

$$\Theta_{AC} = \bar{h}\left|M_1 M_2 \omega_t/(M\rho c) - i\right|. \quad (17)$$

Посмотрим на зависимость параметра эффективности для разных типов резонаторов от их массы. На рис. 4 показана зависимость параметра эффективности жестких отражателей разных типов от доли массы, приходящейся на инерционные тела (m/M). Заметим, что для жестких отражателей параметр эффективности не зависит от частоты и не превышает единицы. Для прямых двусторонних жестких отражателей (HR2) параметр эффективности обращается в ноль, когда совпадают поверхностные массы материала панели и резонаторов ($m = M\sigma$), и приближается к значению 1, когда масса резонаторов либо панели стремится к нулю. Рисунок показывает, что поворотом оси колебаний резонаторов можно повысить значение параметра эффективности при неизменной массе резонаторов.

На рис. 5 показана зависимость параметра эффективности от массы инерционных тел для компенсаторов. Параметр эффективности имеет минимальное значение, соответствующее мягким отражателям (резонаторам Гельмгольца) с той же эквивалентной толщиной при совпадении частоты настройки с частотой резонанса масса–упругость–масса. Для перевернутых (наклоненных на 180 градусов) односторонних компенсаторов параметр эффективности значительно больше, чем для прямых. При малых массах инерционных тел резонаторов большое значение параметра эффективности имеют двусторонние компенсаторы. Значение параметра эффективности ком-

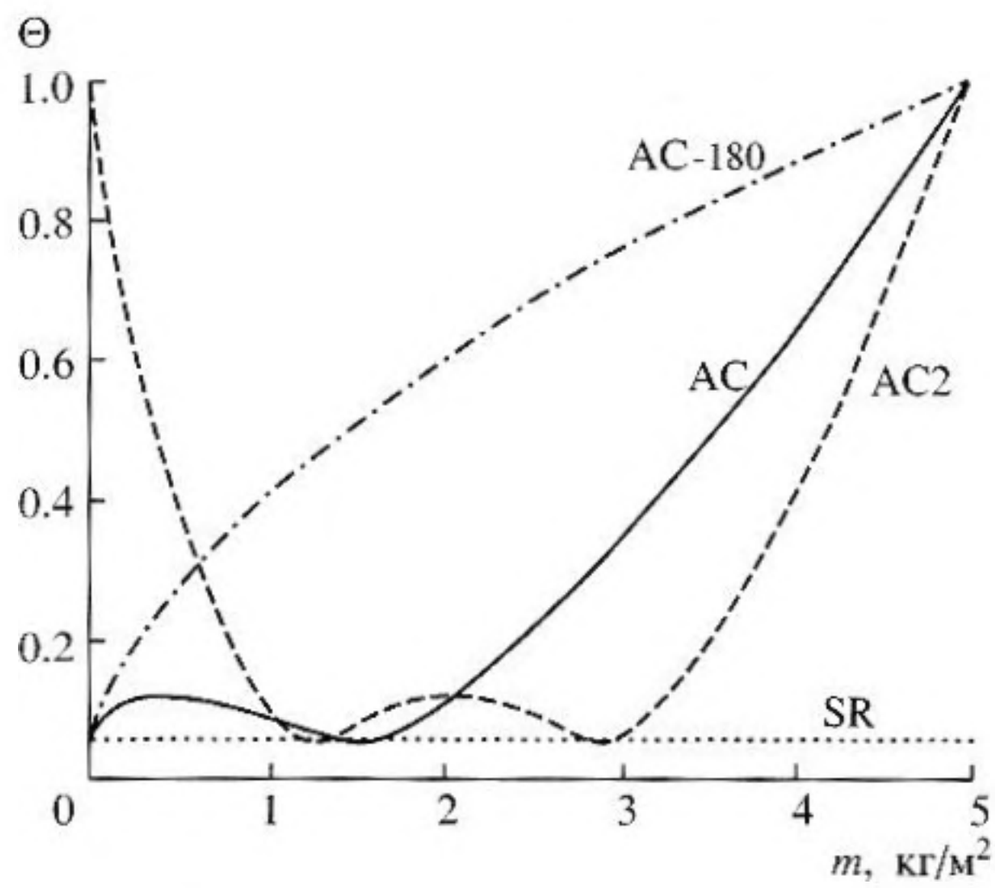

Рис. 5. Параметр эффективности для акустических компенсаторов: одностороннего компенсатора (AC), прямого двустороннего (AC2), перевернутого одностороннего (AC-180); мягкого отражателя (SR). $M = 5$ кг/м^2, $h = 0.03$ м, $f_t = 100$ Гц, $\sigma_1 = 0.25$, для AC2 σ_2 зависит от m и меняется от 0.5 до 0.6.

пенсаторов, соответствующее его локальному максимуму, не зависит от схемы компенсатора и составляет $\Theta = \bar{h}\,|i - M\omega_t/4\rho c|$, поскольку при этом компенсаторы эквивалентны одной системе из двух панелей с равными массами ($M_1 = M_2 = M/2$) и резонаторов Гельмгольца между ними.

Таким образом, исследованы акустические свойства панелей с широким классом систем резонансных элементов с одной степенью свободы. Установлена акустическая эквивалентность резонаторов разных схем: эквивалентность панелей с динамическими виброгасителями и панелей с двусторонними несжимаемыми резонаторами; панелей с акустическими компенсаторами и панелей со сжимаемыми двусторонними резонаторами, а также их эквивалентность с двумя панелями и резонаторами Гельмгольца между ними; эквивалентность наклонных и прямых резонансных систем. На основе эквивалентных представлений проведена классификация резонансных систем. Получено универсальное соотношение для оценки эффекта повышения звукоизолирующей способности одиночной панели при установке на нее резонаторов любого типа, а также для определения их оптимальных параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pope L.D., Prydz R.A., Wirt L.S., Kuntz H.L.* /Transmission loss of a multilayer panel with internal tuned Helmholtz resonators / J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 87. № 4. P. 1597–1602.
2. *Zhaohui Sun, Jincai Sun, Chong Wang and Yang Dai.* /Dynamic vibration absorbers used for increasing the noise transmission loss of aircraft panels / Applied Acoustic. 1996. V. 48. № 4. P. 311–321.
3. *Степанов В.Б.* Снижение шумоизлучения конструкции пассивным преобразованием структуры вибрационного поля на излучающей поверхности. Акуст. журн. 1998. Т. 44(4). С. 532–573.
4. *Степанов В.Б.* Влияние размеров и искривленности излучающей поверхности на эффективность шумопонижающего покрытия. Акуст. журн. 2000. Т. 46(2). С. 259–262.
5. *Ефимцов Б.М., Лазарев Л.А.* Звукоизолирующие свойства панелей с резонансными элементами. Акуст. журн. 2001. Т. 47(3). С. 346–351.
6. *Maysenholder W.* Transmission loss of inhomogeneous plates with local resonators: Methods of theoretical modelling. Forum acusticum 2002. Conference proceedings. Sevilla.
7. *Efimtsov B.M., Lazarev L.A.* Decay of sound transmission into a layered shell by resonant elements. Internoise 2001, Conference proceedings, Hague, Netherlands.

Analysis of the Sound Transmission Loss of Panels with Resonant Systems on the Basis of Equivalent Representations

B. M. Efimtsov and L. A. Lazarev

Zhukovskii Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow Branch, ul. Radio 17, Moscow, 107005 Russia

e-mail: efimtsov@prob-lab.ru

Abstract—Effects of increasing the sound transmission loss of panels with the help of resonant systems on the basis of equivalent representations are analyzed. The emphasis is placed on the least studied resonant systems, the inertial bodies of which simultaneously interact with media on each side of the panels. A universal expression for the sound transmission loss of panels with an arbitrary system of resonant elements with one degree of freedom is presented. It includes the parameters common to all types of resonators (the total mass, compressibility, quality factor, and characteristic frequencies). The expression can be directly used to compare the efficiency of different types of resonant systems mounted on a panel and to determine their optimum parameters.