АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2005, том 51, № 3, с. 412–418

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ СХОДЯЩЕЙСЯ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ПРОДОЛЬНЫМ ЗАКРЕПЛЕНИЕМ

© 2005 г. В. В. Тютекин, А. И. Бойко, Ю. В. Тютекин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail: Tyutekin@akin.ru

Поступила в редакцию 20.04.04 г.

Рассмотрена задача дифракции сходящейся цилиндрической волны нулевого порядка на цилиндрической оболочке с продольным закреплением по одной из образующих. Задача решена на основе использования так называемых винтовых волн, являющихся собственными непериодическими решениями уравнений движения оболочки. Дифракционное поле представлено в виде сходящегося ряда по цилиндрическим гармоникам. Метод решения дает возможность обобщения на несколько продольных закреплений с условиями различного вида. Проведены расчеты амплитуды рассеяния дифракционного поля для различных частот и параметров оболочек.

Дифракция звуковых волн на упругих оболочках различной формы до сих пор представляет значительный теоретический и практический интерес, о чем свидетельствует большое число работ, опубликованных к настоящему времени (см., например, [1–8]). При этом рассматривались в основном однородные оболочки и оболочки с периодическим поперечным закреплением [2]. Для решения подобных задач можно ограничиваться периодическими по углу решениями уравнений для колебаний оболочек. Вместе с тем большой практический интерес могут представлять задачи дифракции звука на оболочках с продольным закреплением их поверхности. В этом случае решения уравнений для оболочек необходимо искать в классе непериодических функций [9]. В настоящей работе и решается такая задача.

Для упрощения изложения в качестве падающего на оболочку поля рассматривается сходящаяся цилиндрическая волна, соосная с оболочкой, при абсолютно жестком закреплении поверхности последней по линии $\theta = \text{const}$. Обобщение задачи на случай, например, плоской волны или нескольких продольных закреплений, например, импедансного вида, не вызывает принципиальных трудностей.

Поскольку в поставленной задаче зависимость от координаты z отсутствует, колебания оболочки можно описать следующей системой двух дифференциальных уравнений [10]:

$$L\mathbf{U} = \mathbf{f}, \tag{1}$$

где $\mathbf{U} = (v, w)^T$ – вектор смещения оболочки, L – матричный дифференциальный оператор, имеющий вид

$$L_{22} = \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + k_p^2; \quad L_{23} = -L_{32} = -\frac{1}{a^2}\frac{\partial}{\partial\theta};$$

$$L_{33} = -\left(\frac{h^2}{12}\Delta^2 + \frac{1}{a^2} - k_p^2\right).$$

Здесь θ – полярный угол, v – смещение по углу θ, w – смещение, перпендикулярное к поверхности оболочки, a – ее радиус, h – толщина. Кроме того, $k_p^2 = \dfrac{\rho\omega^2(1-\sigma^2)}{E} = \dfrac{\rho\omega^2}{E_1}$ – квадрат волнового числа продольных волн в пластине, ρ – плотность материала оболочки, E – модуль Юнга, σ – коэффициент Пуассона, $\Delta = \dfrac{1}{a^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}$. Вектор $\mathbf{f}$ имеет вид

$$\mathbf{f} = (E_1 h)^{-1}(0, p(a))^T, \tag{2}$$

где $p(a)$ – звуковое давление на внешней поверхности оболочки. Величина $p(r, \theta)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta p + k_0^2 p = 0, \tag{3}$$

где $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}$, $k_0^2 = \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2$, ω – круговая частота, c – скорость звука в среде, окружающей оболочку.

Решение уравнения (3) можно представить в виде

$$p = p_0 + p_1, \tag{4}$$

где p_0 и p_1 – звуковые давления в падающей и рассеянной волнах соответственно. При этом

$$p_0 = H_0^{(2)}(k_0 r), \quad p_1 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n H_n^{(1)}(k_0 r)\cos n\theta, \tag{5}$$

где a_n – неизвестные коэффициенты, $H_0^{(2)}(k_0 r)$ и $H_n^{(1)}(k_0 r)$ – цилиндрические функции Ганкеля первого и второго рода.

Решения уравнений (1) и (3) должны удовлетворять граничным условиям

$$w = -\frac{1}{\omega^2 \rho_0}\frac{\partial p}{\partial r} \text{ при } r = a, \tag{6}$$

$$\mathbf{u} = 0 \text{ при } \theta = \pi. \tag{7}$$

Здесь ρ_0 – плотность акустической среды, окружающей оболочку, $\mathbf{u} = (v, w, w'_\theta)$ – вектор обобщенных смещений ($w'_\theta = \frac{\partial w}{\partial \theta}$). Формула (7) описывает условия, налагаемые на компоненты вектора смещений оболочки по образующей $\theta = \pi$.

Введя новые безразмерные параметры $Y = k_p a$, $y = k_0 a$, $H = \frac{h}{a}$, систему (1) можно переписать в следующей форме:

$$\frac{d^2 v}{d\theta^2} + Y^2 v - \frac{dw}{d\theta} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{dv}{d\theta} - \frac{H^2}{12}\frac{d^4 w}{d\theta^4} - (1 - Y^2)w = \\ = \frac{a^2}{hE_1}\left[H_0^{(2)}(y) + \sum_{n=0}^{\infty} a_n H_n^{(1)}(y)\cos n\theta\right]. \tag{9}$$

Решение системы (8)–(9) представим в виде суммы векторов

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_1. \tag{10}$$

Здесь $\mathbf{U}_0$ – собственное решение системы (8)–(9) (с правой частью, равной нулю). Составляющие вектора $\mathbf{U}_0$, определенного формулой (10), будем искать в виде

$$v_0 = B\sin\nu\theta, \quad w_0 = A\cos\nu\theta. \tag{11}$$

Здесь A и B есть некоторые произвольные постоянные.

Подставив выражения (10) и (11) в формулы (8)–(9), получим однородную систему алгебраических уравнений, которая приводит к дисперсионному уравнению относительно величины ν.

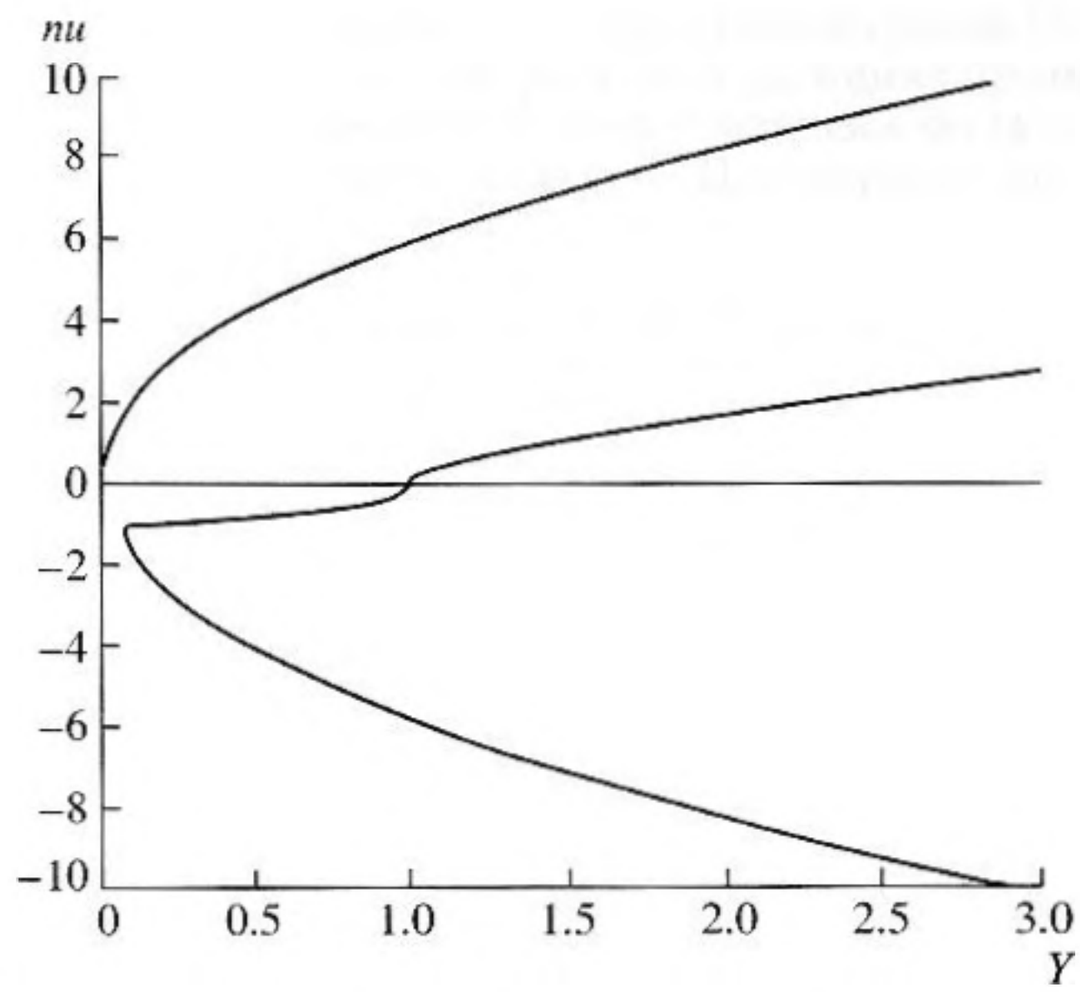

Рис. 1. Дисперсионные кривые решения уравнения (12) для $H = 0.1$.

$$\Delta(\nu) = (\nu^2 - Y^2)\left(\frac{H^2}{12}\nu^4 + 1 - Y^2\right) - \nu^2 = 0. \tag{12}$$

Величина $\Delta(\nu)$ является полиномом 3-й степени относительно ν^2 и, следовательно, решение уравнения (12) имеет три независимых корня. Это подтверждается данными рис. 1, где приведены решения этого уравнения в зависимости от безразмерного параметра $Y = k_p a$. (Величины $\nu < 0$ соответствуют их мнимым значениям). Видно, что до величин $Y < 1$ имеется один действительный и два мнимых корня, а при $Y > 1$ – два действительных и один мнимый (физическая интерпретация этого приведена в работе [8]). В соответствие с этим решения (11) уравнения (12) могут быть представлены в виде трех составляющих:

$$v_0 = \sum_{j=1}^{3} B_j \sin\nu_j\theta, \quad w_0 = \sum_{j=1}^{3} A_j \cos\nu_j\theta, \tag{13}$$

где A_j, B_j – неизвестные константы. Из первого уравнения движения оболочки (8) следует:

$$B_j = \frac{\nu_j}{\nu_j^2 - Y^2}A_j.$$

В формуле (10) вектор $\mathbf{U}_1 = (v_1, w_1)^T$ является вынужденным решением системы (8)–(9). Это решение будем искать в виде

$$v_1 = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin n\theta, \quad w_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos n\theta. \tag{14}$$

С целью "сопряжения" решений $\mathbf{U}_0$ и $\mathbf{U}_1$ разложим функции v_0 и w_0 из формул (13) на отрезке $[-\pi, \pi]$ по собственным (ортогональным) функциям решений (14). В результате получим:

$$v_0 = \sum_{j=1}^{3} B_j \sum_{n=1}^{\infty} v_{jn} \sin n\theta,$$
$$w_0 = \sum_{j=1}^{3} A_j \sum_{n=0}^{\infty} w_{jn} \cos n\theta. \quad (15)$$

Здесь

$$v_{jn} = \frac{2(-1)^n}{\delta_n \pi} \frac{n}{\nu_j^2 - n^2} \sin \nu_j \pi,$$
$$w_{jn} = \frac{2(-1)^n}{\delta_n \pi} \frac{\nu_j}{\nu_j^2 - n^2} \sin \nu_j \pi. \quad (16)$$

Здесь $\delta_n = 2$ при $n = 0$ и $\delta_n = 1$ при $n > 0$.

Если при некоторых $n \neq 0$ и j выполняется соотношение $n^2 = \nu_j^2$, т.е. ν_j равно целому числу, то тогда, очевидно, для этого n имеет место $v_{jn} = w_{jn} = 1$. Все остальные коэффициенты с этим j равны нулю.

Подставив формулы (13) и (16) в систему (8)–(9) и граничное условие (6) и исключив неизвестные b_n, получим следующую связь между коэффициентами a_n и c_n:

$$\alpha_1 z_n c_n - H_n^{(1)}(y) a_n = (\delta_n - 1) H_0^{(2)}(y),$$
$$c_n + \alpha_2 H_n^{(1)\prime}(y) a_n = \quad (17)$$
$$= (1 - \delta_n)\alpha_2 H_0^{(2)\prime}(y) - \sum_{j=1}^{3} A_j w_{jn}; \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

В формуле (17) введены следующие обозначения:

$$\alpha_1 = \frac{E_1 h}{a^2}, \quad \alpha_2 = \frac{k_0}{\omega^2 \rho_0},$$

$$z_n = \frac{n^2}{n^2 - Y^2} - \frac{H^2}{12} n^4 - 1 + Y^2.$$

Решая систему уравнений (8), (17) и опустив промежуточные выкладки, получим для коэффициентов a_n, b_n и c_n следующие выражения:

$$a_n = (\delta_n - 1) A(y) - \frac{\alpha_1}{D_n(y)} \sum_{j=1}^{3} A_j z_n w_{jn},$$

$$b_n = \frac{n}{n^2 - Y^2} c_n,$$
$$c_n = (1 - \delta_n)\alpha_2 C(y) - \frac{H_n^{(1)}(y)}{D_n(y)} \sum_{j=1}^{3} A_j w_{jn}; \quad (18)$$
$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

В выражениях (18) приняты обозначения

$$D_n(y) = \frac{Z_m}{Y^2} z_n H_n^{(1)\prime}(y) + H_n^{(1)}(y), \quad Z_m = \frac{\rho \omega h}{\rho_0 c},$$

$$A(y) = \left[\frac{Z_m}{Y^2} z_0 H_1^{(2)}(y) - H_0^{(2)}(y)\right] \frac{1}{D_0(y)},$$

$$C(y) = \frac{H_0^{(1)}(y) H_1^{(2)}(y) - H_1^{(1)}(y) H_0^{(2)}(y)}{D_0(y)} = \frac{4i}{\pi y D_0(y)}.$$

Здесь Z_m есть модуль инерционного импеданса пластины из материала оболочки.

Таким образом, мы нашли решение (10), описывающее движение оболочки как функцию трех произвольных постоянных A_j. Для определения этих постоянных воспользуемся условиями (7) при $\theta = \pi$. В результате получим следующую алгебраическую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^{3} A_j \frac{\nu_j \sin \nu_j \pi}{\nu_j^2 - Y^2} = 0,$$
$$\sum_{j=1}^{3} A_j [\cos \nu_j \pi + \Delta_j] = -\alpha_2 C(y), \quad (19)$$
$$\sum_{j=1}^{3} A_j \nu_j \sin \nu_j \pi = 0.$$

В формулах (19) введено обозначение:

$$\Delta_j = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{H_n^{(1)}(y)}{D_n(y)} w_{jn}$$

Решение системы (19) имеет вид:

$$A_j = -\alpha_2 C(y) \Phi_j / \Phi_\nu, \quad (20)$$

где

$$\Phi_1 = \frac{Q_{23}}{\nu_1 \sin \nu_1 \pi}, \quad Q_{23} = \frac{1}{\nu_3^2 - Y^2} - \frac{1}{\nu_2^2 - Y^2},$$

$$\Phi_2 = \frac{Q_{13}}{\nu_2 \sin \nu_2 \pi}, \quad Q_{13} = \frac{1}{\nu_1^2 - Y^2} - \frac{1}{\nu_3^2 - Y^2},$$

$$\Phi_3 = \frac{Q_{12}}{\nu_3 \sin \nu_3 \pi}, \quad Q_{12} = \frac{1}{\nu_2^2 - Y^2} - \frac{1}{\nu_1^2 - Y^2},$$

$$\Phi_\nu = \left(\frac{\operatorname{ctg}\nu_1\pi}{\nu_1} + \frac{\Delta_1}{\nu_1\sin\nu_1\pi}\right)Q_{23} +$$

$$+\left(\frac{\operatorname{ctg}\nu_2\pi}{\nu_2} + \frac{\Delta_2}{\nu_2\sin\nu_2\pi}\right)Q_{13} + \left(\frac{\operatorname{ctg}\nu_3\pi}{\nu_3} + \frac{\Delta_3}{\nu_3\sin\nu_3\pi}\right)Q_{12}.$$

Подставим коэффициенты A_j, определенные формулой (20), в выражения (18) и представим амплитуды a_n цилиндрических гармоник рассеянного оболочкой поля в следующей окончательной форме:

$$a_n = (\delta_n - 1)A(y) + \\ + \frac{2(-1)^n}{\delta_n\pi\Phi_\nu}\frac{Z_m z_n C(y)}{Y^2 D_n(y)}\sum_{j=1}^{3}\Psi_{jn}, \tag{21}$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$, $\Psi_{1n} = \dfrac{Q_{23}}{\nu_1^2 - n^2}$, $\Psi_{2n} = \dfrac{Q_{13}}{\nu_2^2 - n^2}$, $\Psi_{3n} = \dfrac{Q_{12}}{\nu_3^2 - n^2}$.

В функцию Φ_ν входят величины вида:

$$\frac{\Delta_j}{\nu_j\sin\nu_j\pi} = -\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\delta_n(\nu_j^2 - n^2)}\frac{H_n^{(1)}(y)}{D_n(y)}. \tag{22}$$

Легко видеть, что ряд, стоящий в правой части формулы (22), сходится, поскольку при больших значениях n общий член ряда мажорируется величиной, равной некоторой константе, деленной на n^6.

Из формулы (21) следует, что при стремлении $H \longrightarrow 0$ (случай тонкостенной оболочки), $a_0 \longrightarrow -H_0^{(2)}(y)/H_0^{(1)}(y)$ и $a_n = 0$ при $n \neq 0$. Таким образом, поле дифракции p_1 носит характер рассеяния сходящейся цилиндрической волны на идеально мягком цилиндре. В другом случае, при $\rho/\rho_0 \longrightarrow \infty$, имеет место $a_0 \longrightarrow H_1^{(2)}(y)/H_1^{(1)}(y)$, $a_n = 0$ при $n \neq 0$ и поле p_1 представляет собой поле дифракции сходящейся цилиндрической волны на абсолютно жестком цилиндре. Если условия закрепления (7) отсутствуют, то формула (21) дает $a_0 = A(y)$ и $a_n = 0$ при $n \neq 0$, что соответствует случаю дифракции сходящейся волны на "свободной" оболочке.

Сделаем несколько замечаний относительно системы уравнений (19). Функция Φ_ν есть определитель системы, в который входят величины ν_j (смотри рис. 1) и $y = \omega a/c$, зависящие от частоты ω падающего поля (в нашем случае сходящейся цилиндрической волны). Если падающее поле отсутствует, то правая часть системы равна нулю, и уравнение $\Phi_\nu = 0$ есть дисперсионное уравнение для определения собственных частот колебаний оболочки с условиями закрепления по образующей $\theta = \pi$ и погруженной в акустическую среду. Поскольку при колебаниях оболочки происходит излучение звука в среду, то резонансные частоты этой системы являются комплексными величинами. Если отсутствует внешняя среда, то все $\Delta_j = 0$, и решения уравнения $\Phi_\nu = 0$ описывают собственные частоты колебаний оболочки в вакууме.

Отметим, что формула (21) дает полное аналитическое решение поставленной задачи. Дальнейшее исследование может быть проведено только численными методами. В качестве величины, используемой при расчетах, рассмотрим амплитуду рассеяния поля p_1 в дальней зоне. С этой целью воспользуемся асимптотикой функций Ганкеля:

$$H_n^{(1)}(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi y}}\exp\left[i\left(y - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right]\left[1 + O\left(\frac{1}{y}\right)\right],$$

$$-\pi < \arg y < 2\pi$$

при стремлении $y \longrightarrow \infty$. В результате получим для амплитуды рассеяния u поля p_1 выражение

$$u = \sum_{n=0}^{\infty}(-i)^n a_n \cos n\theta. \tag{23}$$

Расчеты величины $|u|$ по формуле (23) производились при различных физических и волновых параметрах оболочки. Эти расчеты показали, что для коэффициентов a_n выполняется энергетическое равенство Парсеваля, которое в нашем случае имеет вид

$$0.5\sum_{n=0}^{\infty}\delta_n|a_n|^2 = 1.$$

Особенный интерес представляют расчеты для волновых параметров оболочки, близких к ее комплексным резонансным частотам. На рис. 2 приведены результаты таких расчетов для относительной толщины оболочки $H = 0.1$ и двух ее волновых размеров $Y = 0.7423$ (рис. 2а) и $Y = 1.0753$ (рис. 2б). Из расчетов следует, что в этих случаях рассеяние носит ярко выраженную зависимость от угла θ, причем изрезанность диаграммы рассеяния возрастает с ростом частоты. С целью изучения влияния ребра на результат рассеяния были при тех же параметрах рассчитаны величины $|u|$ без соответствующих этим частотам комплексных амплитуд $A(y)$, входящих в величину a_0 и описывающих рассеяние сходящейся цилиндрической волны на "свободной" оболочке. Из рис. 3а и рис. 3б с очевидностью следует, что влияние ребра на этих резонансных частотах носит существенный характер и имеет тот же порядок величины, что и полные амплитуды рассеяния на рис. 2.

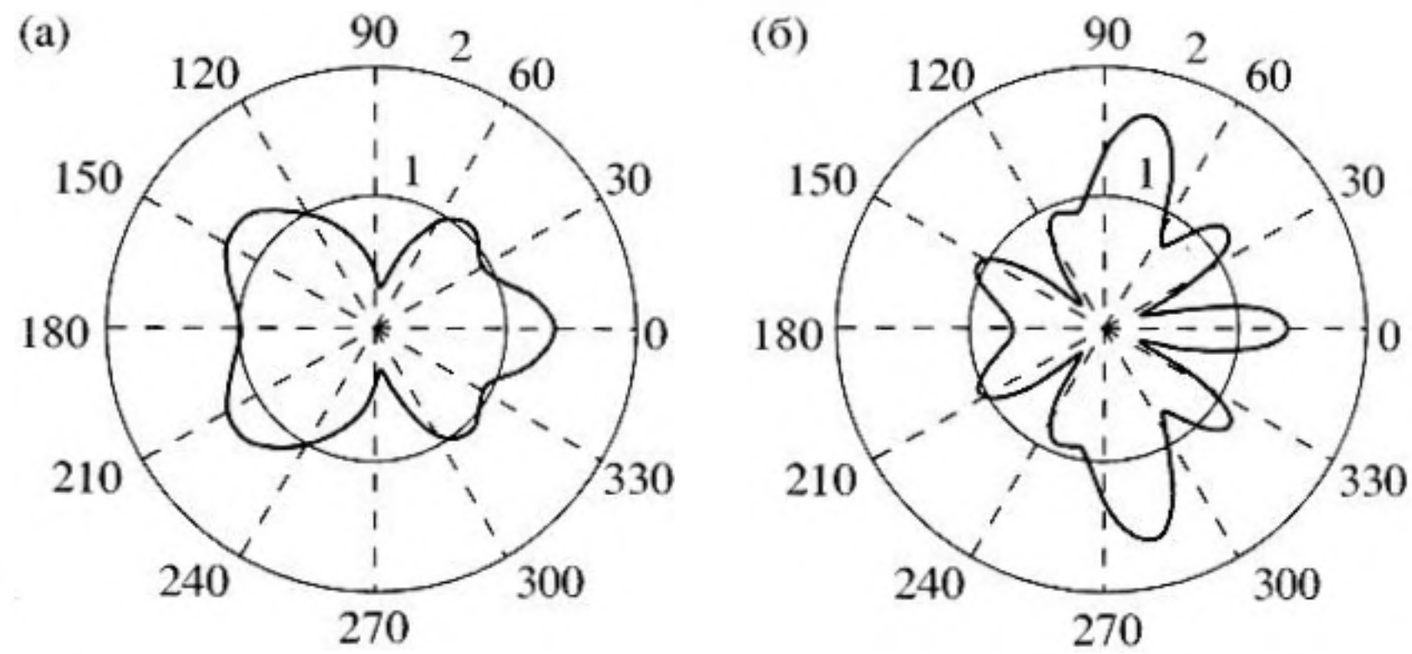

Рис. 2. Модуль диаграммы рассеяния для $H = 0.1$, $Y = 0.7423$ (а) и $Y = 1.0753$ (б).

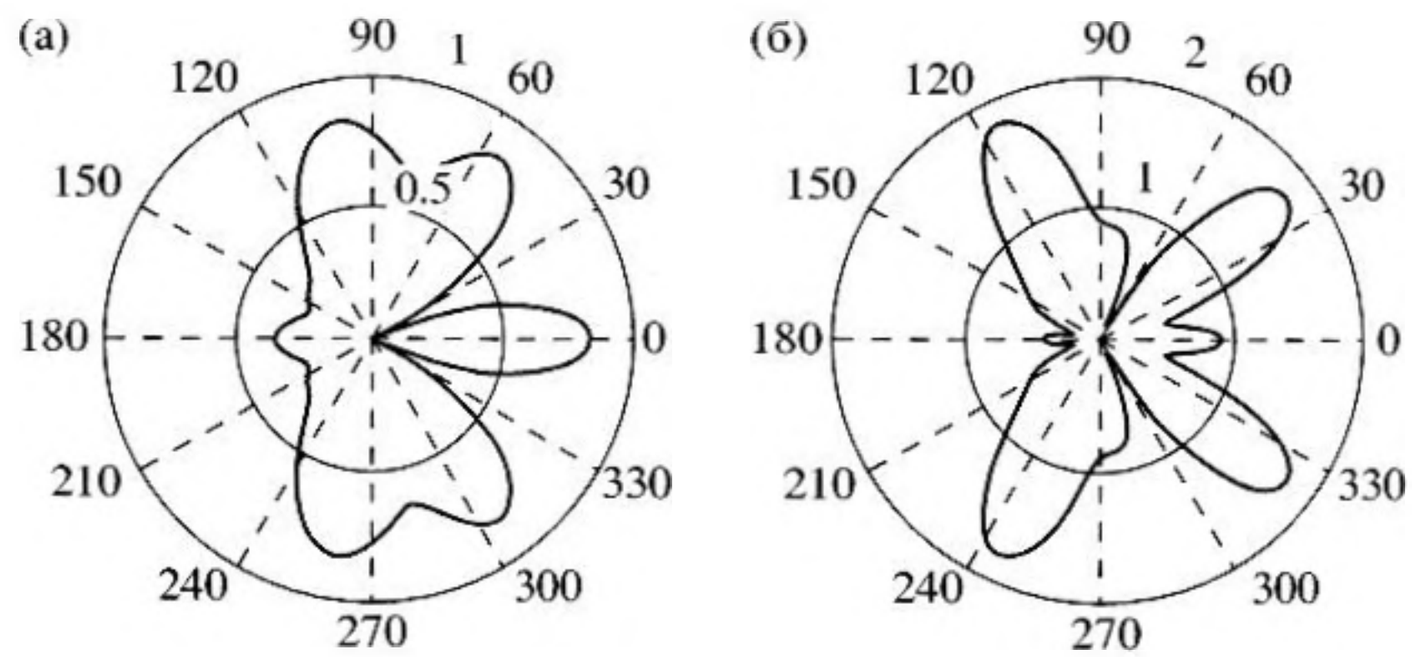

Рис. 3. Модуль диаграммы рассеяния, обусловленный влиянием ребра оболочки, для $H = 0.1$, $Y = 0.7423$ (а) и $Y = 1.0753$ (б).

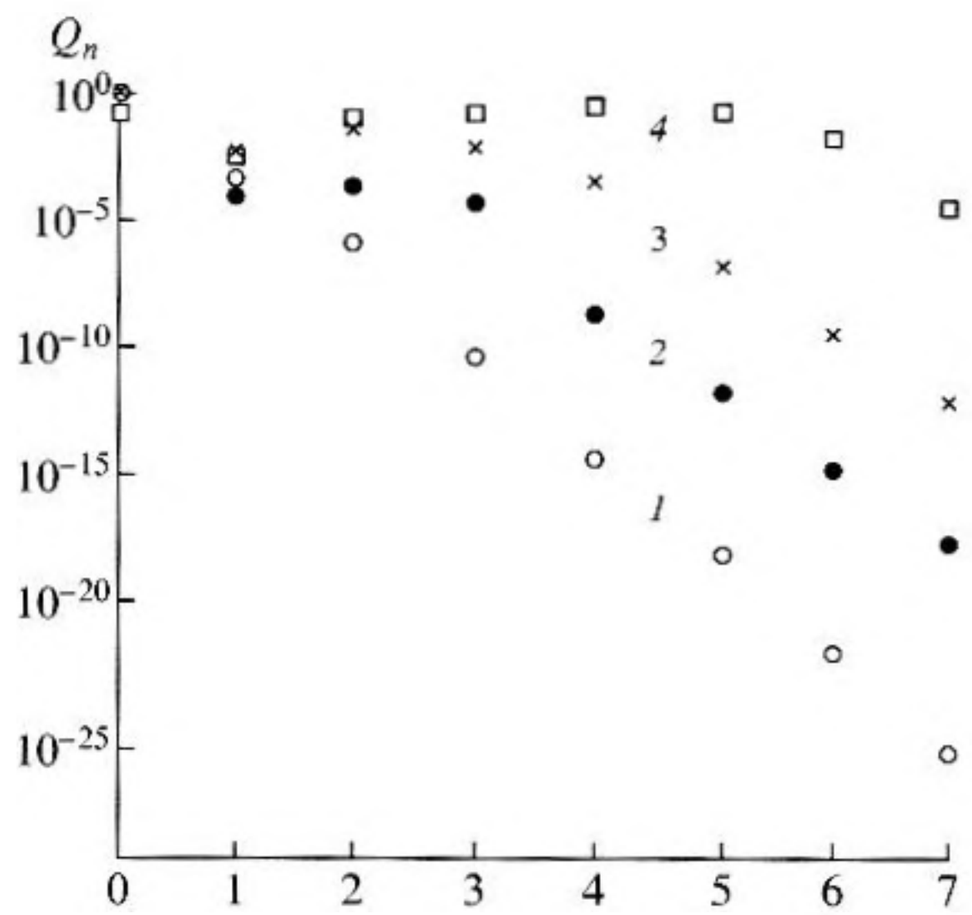

Рис. 4. Относительное распределение энергии для 7 мод колебаний оболочки для $H = 0.1$ на частотах $Y = 0.1$ (*1*), $Y = 0.3$ (*2*), $Y = 0.7423$ (*3*) и $Y = 1.0753$ (*4*).

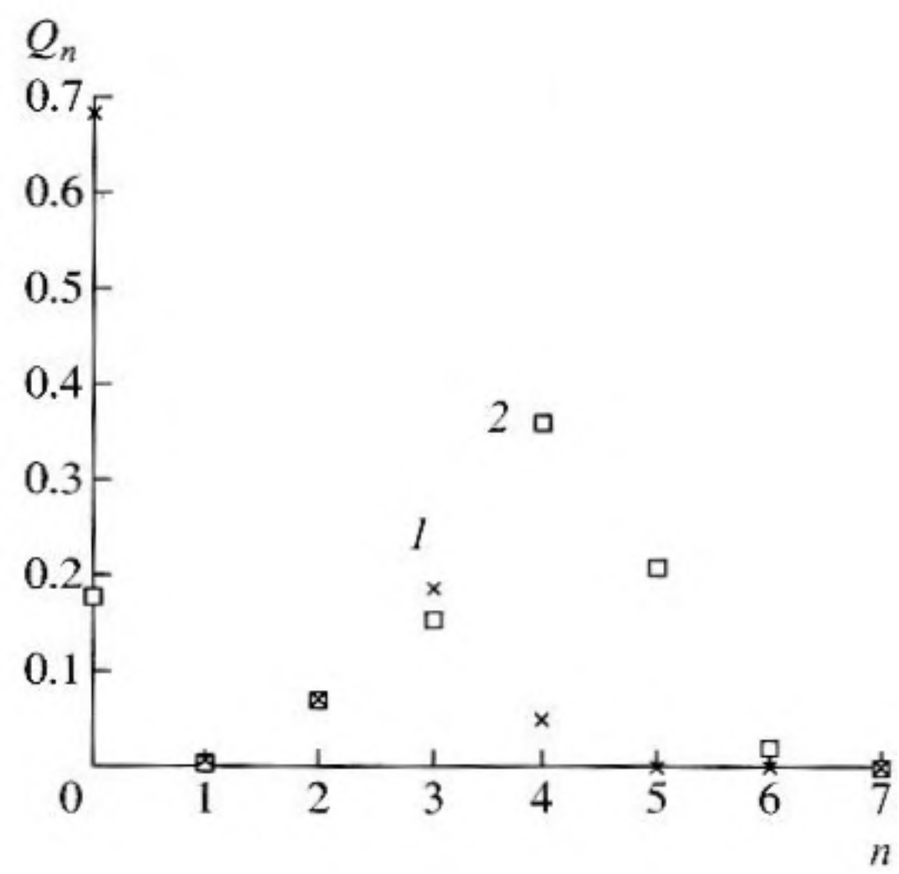

Рис. 5. Относительное распределение энергии между нулевой модой и первыми 7 модами колебаний оболочки для $H = 0.1$ на резонансных частотах $Y = 0.7423$ (*1*) и $Y = 1.0753$ (*2*).

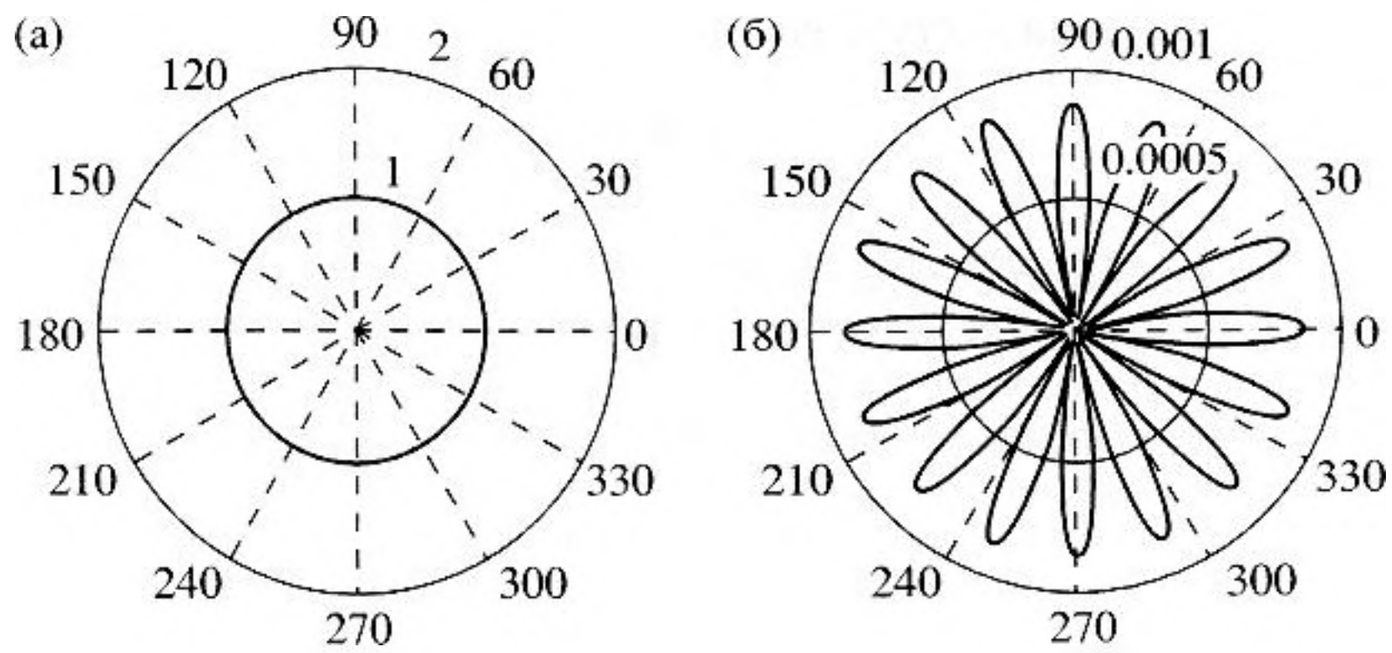

Рис. 6. Модуль диаграммы рассеяния оболочки (а) и влияния ребра оболочки на диаграмму рассеяния (б) для $H = 0.03$ и $Y = 0.826955$.

С целью исследования относительного распределения энергии между модами различных номеров диаграммы рассеяния были проведены расчеты для различных физических и волновых параметров оболочки. На рис. 4 приведено относительное распределение энергии для первых восьми мод при параметре $H = 0.1$ и волновых размерах 1 ($Y = 0.1$), 2 ($Y = 0.3$), 3 ($Y = 0.7423$) и 4 ($T = 1.0753$). Из графика хорошо видно, что энергия мод, а следовательно, и их амплитуды существенно убывают с ростом номера, что обеспечивает хорошую сходимость ряда (23). Кроме того, энергия мод (за исключением нулевой моды) быстро спадает с уменьшением волнового размера оболочки.

На рис. 5 более детально изображено относительное распределение энергии между модами амплитуды рассеянного поля соответствующими случаям $Y = 0.7423$ (цифра 1 на графике) и $Y = 1.0753$ (цифра 2). Номера мод отложены по оси абсцисс. В первом случае возникает резонанс моды номера 3, а во втором случае моды номера 4. Возрастание энергии мод этих номеров происходит в основном за счет энергии нулевой моды.

Наряду с резонансными случаями рассматривались случаи так называемого антирезонансного рассеяния, когда модуль амплитуды рассеянного поля носит круговой характер, практически не зависит от угла θ и обусловлен исключительно величиной $A(y)$, описывающей рассеяние на безреберной оболочке.

На рис. 6а дана полная амплитуда рассеяния, соответствующая случаю $H = 0.03$ и $Y = 0.826955$. Из графика видно, что модуль амплитуды рассеяния близок к единице при всех углах наблюдения θ. На рис. 6б приведена амплитуда рассеяния без величины $A(y)$, отвечающей частоте антирезо-

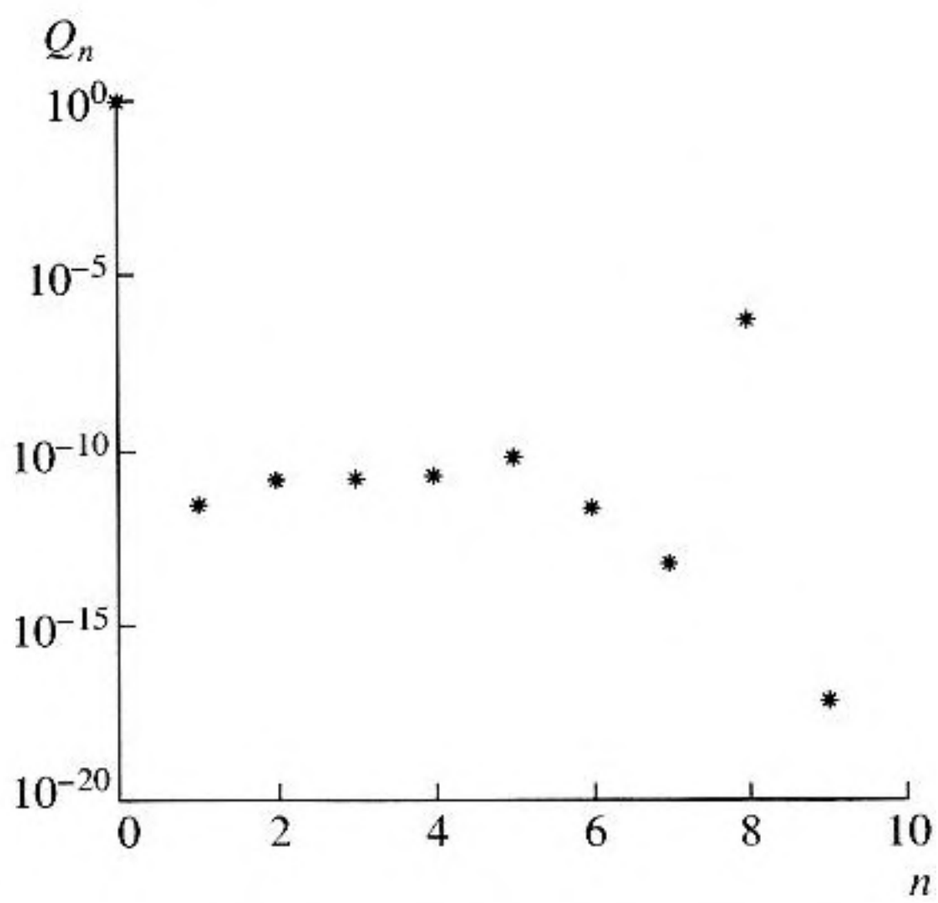

Рис. 7. Относительное распределение энергии между первыми 9 модами колебаний оболочки для $H = 0.03$ и $Y = 0.826955$.

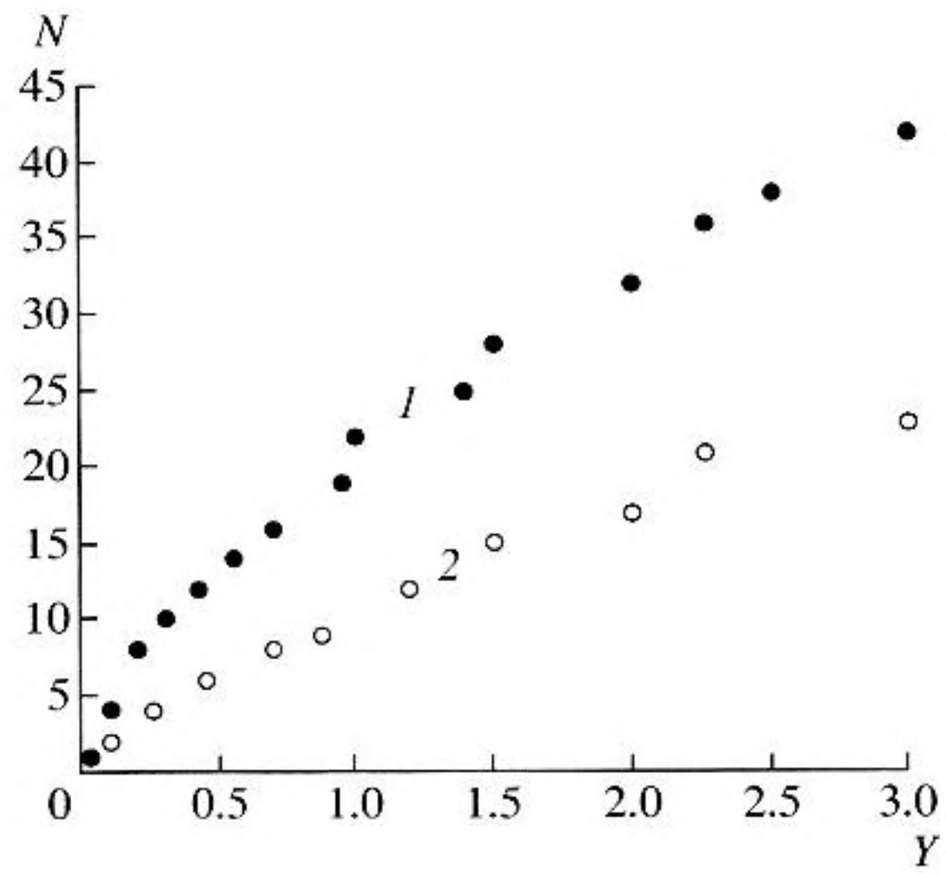

Рис. 8. Количество резонансных частот "сухой" оболочки в зависимости от ее волновых размеров для $H = 0.03$ (*1*) и $H = 0.1$ (*2*).

нанса диаграммы рассеяния. На этой частоте выполняется соотношение

$$\mathrm{Im}D_n(y) = 0. \quad (24)$$

При расчетах, которые отражены на графике, $n = 8$. В случае выполнения условия (24) значительно возрастает амплитуда члена соответствующего номера ряда (22). Этот ряд входит в величину Φ_v, значение которой так же сильно возрастает. И это обусловлено тем фактом, что рассеянное поле практически определяется только функцией $A(y)$. Таким образом, "антирезонанс" диаграммы рассеяния является непременным следствием "резонанса" какого-либо члена ряда (22).

На рис. 7 приведены значения амплитуд рассеянного поля до номера $n = 9$ включительно. Из графика следует, что для мод с номерами, отличными от нуля, максимальное значение принимает мода с номером восемь. Причем амплитуда этой моды минимум на три порядка превосходит значения всех остальных мод, кроме нулевой моды. Откуда следует, что в этом случае влияние ребра на амплитуду диаграммы рассеяния обусловлено в основном восьмой модой колебаний.

С целью исследования резонансных свойств оболочки были проведены расчеты значений ее резонансных частот в отсутствие акустической среды. На рис. 8 приведена зависимость количества резонансов "сухой" оболочки с продольным закреплением как функция ее волнового размера Y. Расчеты проводились для двух значений ее относительной толщины $H = 0.03$ (1) и $H = 0.1$ (2). Эти расчеты дают общее представление о количестве таких резонансов и их распределении. Из графика видно, что количество резонансов возрастает при уменьшении относительной толщины оболочки, причем их количество в рассматриваемом диапазоне частот весьма велико.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Схенк Т.А., Бентхайн Дж.В.* Эффективное вычисление и визуализация дисперсионных кривых для тонкой цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 828–841.
2. *Музыченко В.В.* Дифракция звука на упругих оболочках. Наука. Москва, 1993. 330 с.
3. *Scott J.F.M.* The free modes of propagation of an infinitie fluid-loaded thin cylindrical shell // J. Sound and Vibration. 1988. V. 232. № 125. P. 241–280.
4. *Junger M.C., Feit D.* Sound, Structures, and their Interaction. Second Edition. MIT Press, 1986. C.
5. *Haumesser L., Decultet D., Leon F., Maze G.* Experimental identification of finite cylindrical shell vibration modes // J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 111. № 5. P. 2034–2039.
6. *Kaplunov J.D., Wilde M.V.* Free interfacial vibration in cylindrical shells // J. Acoust. Soc. Amer. 2002.V. 111. № 6. P. 2692–2704.
7. *Saijyou K., Yoshikava S.* Analysis of flexural wave velocity and vibration mode in thin cylindrical shell // J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 112. № 6. P. 2808–2813.
8. *Тютекин В.В.* Волновые свойства плоской кольцевой пластины. I. Изгибные волны // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 843–851.
9. *Тютекин В.В.* О винтовых волнах упругой цилиндрической оболочки // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 3. С. 331–336.
10. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. Изд-во "Наука". Москва. 1966. 635 с.

Diffraction of a Convergent Sound Wave by an Elastic Cylindrical Shell with a Longitudinal Fixation

V. V. Tyutekin, A. I. Boiko, and Yu. V. Tyutekin

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia

e-mail: Tyutekin@akin.ru

Abstract—The problem of the diffraction of a zero-order convergent cylindrical wave by a cylindrical shell with a longitudinal fixation along one of its generatrices is considered. The problem is solved on the basis of using the so-called helical waves, which are aperiodic eigensolutions to the equations of the shell motion. The diffraction field is represented in the form of a convergent series in cylindrical harmonics. The method of the solution allows a generalization to several cases of longitudinal fixation with conditions of different forms. The calculation of the scattering amplitude of the diffraction field is carried out for various frequencies and shell parameters.