

УДК 534.535

## ДЕФОРМАЦИЯ ГОМЕОТРОПНОГО НЖК-СЛОЯ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

© 2005 г. **Е. Н. Кожевников**

*Самарский государственный университет*

*443011 Самара, ул. Ак. Павлова 1*

*E-mail: kozhev ssu.samara.ru*

Поступила в редакцию 12.04.04 г.

Рассмотрено изменение ориентации слоя нематического жидкого кристалла и вызванный этим оптический эффект при наклонном падении на него ультразвуковой волны. Теоретический анализ строится в предположении, что ответственными за ориентационные эффекты в НЖК-слое являются акустические потоки, обусловленные конвективными напряжениями в пограничных слоях. Для низких ультразвуковых частот построено аналитическое описание акустооптического эффекта; на высоких частотах расчет эффекта производится численно. Показано, что результаты теории качественно и количественно согласуются с данными эксперимента. Анализируется гипотеза о значительной анизотропии упругости НЖК, как причине действия ультразвука на нематический кристалл.

Чувствительность ориентационной структуры жидкокристаллических слоев к воздействию ультразвука определяет перспективу их использования для визуализации звуковых полей и, в частности, для создания на их основе акустических дефектоскопов. Эти перспективы стимулируют длительный интерес к исследованию воздействия звука на структуру жидких кристаллов с точки зрения как эксперимента, так и теории (см., напр., [1, 2]). Оптические эффекты в жидких кристаллах обусловлены переориентацией молекул кристалла в звуковом поле. В теоретических работах предлагались различные механизмы воздействия звука на нематический жидкий монокристалл (НЖК): параметрическая неустойчивость [3], пороговое воздействие, обусловленное вязкостями второго порядка [4], анизотропный характер поглощения звука, который по принципу Пригожина должен приводить к выстраиванию длинных молекул нематика по направлению распространения звуковой волны [5], акустические потоки, вязкие моменты в которых разворачивают молекулы кристалла [6, 7, 8]. Автор является сторонником той точки зрения, что переориентация молекул происходит в акустических потоках, которые возникают вследствие конвективных напряжений в пограничных слоях, толщиной порядка длины вязкой волны. Такая точка зрения подтверждается качественным совпадением теоретического расчета для различной геометрии воздействия звука с данными эксперимента, а также совпадением по порядку величины теоретической и экспериментальной интенсивностей ультразвука, при которых наблюдается эффект (например, обзоры [1, 2]). Вместе с тем, отсутствие полной ин-

формации о параметрах жидкокристаллических ячеек, используемых в эксперименте, не позволяет зачастую провести численное сравнение теории с опытными данными и подтвердить ответственность акустических потоков за переориентацию кристалла. Это служит основанием для порождения новых гипотез о воздействии звука на НЖК-структуру.

В появившейся недавно работе [9] приведены наиболее полно параметры жидкокристаллической ячейки, что позволяет провести численное (не по порядку величины) сравнение теоретической картины с результатами эксперимента. В указанной работе исследуется просветление НЖК-слоя, помещенного в воду, при наклонном падении на него ультразвуковой волны, в работе приводятся толщины НЖК-слоев и граничных пластин, а также плотность и скорость продольных волн в пластинах. О степени переориентации молекул авторы традиционно судят по изменению оптических свойств (просветлению) слоя. В этой же работе предлагается новая теоретическая трактовка наблюдаемого явления, основанная на анизотропии упругих свойств нематика.

Рассмотрим заново акустооптический эффект в слое нормально ориентированного жидкого кристалла при наклонном падении на него ультразвуковой волны и проведем численное сравнение теоретических результатов с данными эксперимента, приведенными в работе [9]. Теоретическая трактовка эффекта, предложенная в [9], обсуждается в конце статьи.

Расчет эффекта строится следующим образом. В предположении, что заданы движения границ НЖК-слоя, найдем волновое поле в слое; сохраняя



в гидродинамических уравнениях квадратичные по скоростям слагаемые, найдем скорости стационарного течения, а по углу поворота молекул в потоке определим оптический эффект. Движение границ НЖК-слоя при падении на ячейку ультразвуковой волны определяется на высоких частотах численным расчетом на ЭВМ, а на низких – аналитически.

Ограничимся в расчете частотами звука  $\omega$ , при которых длина вязкой волны в слое много меньше толщины слоя  $h$ :

$$\lambda_\eta \ll h. \quad (1)$$

При описании продольных волн отбрасываем вязкие напряжения по сравнению с упругими ( $\eta\omega \ll \rho c^2$ ). Вязкие эффекты при определении волнового поля в слое учитываются лишь наличием вязких волн, распространяющихся от границ слоя по нормали; динамическая вязкость в этих волнах равна  $\eta = (\alpha_4 + \alpha_5 - \alpha_2\gamma_2/\gamma_1)/2$ ,  $\alpha_k$  – коэффициенты вязкости Лесли,  $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ ,  $\gamma_2 = \alpha_3 + \alpha_2$  [10, 11].

Направим ось  $z$  по нормали к слою, выбирая начало координат на нижней границе слоя; ось  $x$  направим вдоль слоя в плоскости падения ультразвуковой волны. В этом случае акустические колебания частиц, стационарное течение и поворот молекул происходят в плоскости  $(xz)$ .

Зададим скорость колебаний границ НЖК-слоя  $v_x$  и  $v_z$  в виде

$$v_{\kappa}|_{z=\beta} = v_0 v_{\kappa\beta} \exp(-i\omega t + ik_x x). \quad (2)$$

Здесь  $v_0$  – амплитуда колебательной скорости в волне, падающей на жидкокристаллическую ячейку, индекс  $\kappa = x, z$  определяет компоненту скорости, индекс  $\beta = 0, h$  – границу слоя;  $k_x = \omega/c \sin\theta$ ,  $-x$ -компонента волнового числа в падающей на слой ультразвуковой волне,  $c$  – скорость звука в жидкости,  $\theta$  – угол падения. Коэффициенты  $v_{\kappa\beta}$  комплексны:

$$v_{\kappa\beta} = v_{\kappa\beta 1} + i v_{\kappa\beta 2}.$$

Решение волнового уравнения движения жидкости в слое

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + \eta \operatorname{rot} \operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - c^2 \Delta \mathbf{v} = 0$$

с граничными условиями (2) имеет вид

$$v_x = v_0 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\exp\{i(k_x x - \omega t)\}}{\sin kh} \times \right. \\ \left. \times \{itg\theta [v_{z0} \cos(k(h-z)) - v_{zh} \cos kh] + \right.$$

$$\left. + e^{(i-1)qz} [v_{x0} \sin kh - itg\theta (v_{z0} \cos kh - v_{zh})] + \right. \\ \left. + e^{(i-1)q(h-z)} [v_{xh} \sin kh - itg\theta (v_{z0} - v_{zh} \cos kh)] \right\}, \quad (3)$$

$$v_z = v_0 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\exp\{i(k_x x - \omega t)\}}{\sin kh} \times \right. \\ \left. \times [v_{zh} \sin kz + v_{z0} \sin(k(h-z))] \right\},$$

где  $k = \omega/c \cos\theta$ ,  $q = \sqrt{\rho\omega/\eta}$  – волновое число в вязкой волне, распространяющейся вдоль оси нематического кристалла.

Конвективные напряжения, возникающие в волновом поле в НЖК-слое, приводят к появлению стационарных потоков, а вязкие моменты в потоках к повороту молекул кристалла на угол  $\varphi$ , причем движение жидкости в потоках и поворот молекул происходят в плоскости падения звука. О воздействии звука на НЖК-слой будем судить по просветлению слоя, помещенного между скрещенными поляроидами. Степень воздействия определим оптической прозрачностью  $M$ , которая максимальна при ориентации скрещенных поляроидов под углом в  $45^\circ$  по отношению к плоскости поворота молекул НЖК и в этом случае принимает вид [12]

$$M = \sin^2 \left\{ \frac{1}{2} \Delta n k_0 \int_0^h \sin^2 \varphi dz \right\}. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta n$  – оптическая анизотропия нематического кристалла  $k_0$  – волновое число света в обыкновенной волне. Практическое значение имеют интенсивности звукового воздействия, при которых угол поворота молекул остается малым:  $\varphi \ll 1$ . Имея в виду малые значения  $\varphi$ , в формуле (4) полагаем  $\sin \varphi \approx \varphi$  и линеаризуем уравнения гидродинамики нематического кристалла по  $\varphi$ .

Определение прозрачности слоя сводится к определению угла поворота молекул  $\varphi$ . Учитывая, что средние по времени величины в рассматриваемом случае не зависят от  $x$ , получим, следуя [10, 11], уравнения для скорости стационарного течения  $v_x$  и угла  $\varphi$  в виде

$$\eta_2 \frac{d^3 v_{2x}}{dz^3} = \rho \frac{d^2}{dz^2} (v_x v_z) + (*), \quad (5)$$

$$K_{33} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} \approx \alpha_2 \frac{dv_{2x}}{dz} + (*).$$

Здесь  $\eta_2 = (\alpha_4 + \alpha_5 - \alpha_2)/2$ , черта сверху означает усреднение по времени, (\*) – слагаемые вида



$\alpha(d^2/dz^2)(\overline{\theta \nabla v})$  и  $\alpha(d^2/dz^2)(\overline{v \nabla \theta})$ , дающие малый вклад в решение уравнения,  $K_{33}$  – упругая постоянная Франка.

Решая систему (5) с нулевыми граничными условиями для угла  $\theta_2|_{z=0,h} = 0$  и скорости  $v_{2x}|_{z=0,h} = 0$ , а также при условии замкнутости течения в виде  $\int_0^h v_{2x} dz = 0$ , найдем  $\varphi$ :

$$\varphi_2 = \frac{\rho v_0^2 \alpha_2 h}{2q\eta_2 K_{33}} \times \left\{ Q \frac{z}{h} + (S - 2Q) \left(\frac{z}{h}\right)^2 + (Q - S) \left(\frac{z}{h}\right)^3 \right\}, \quad (6)$$

где  $Q$  и  $S$  – не зависящие от  $v_0$  параметры:

$$Q = v_{x02} v_{z01} - v_{x01} v_{z02} - v_{x01} v_{z01} - v_{x02} v_{z02} + \frac{\text{tg } \theta}{\text{sink}h} (v_{zh1} v_{z01} + v_{zh2} v_{z02} + v_{zh2} v_{z01} - v_{zh1} v_{z02}) - \text{tg } \theta \text{ctg}kh (v_{z01}^2 + v_{z02}^2),$$

$$S = v_{xh2} v_{zh2} + v_{xh1} v_{zh1} + v_{xh1} v_{zh2} - v_{xh2} v_{zh1} + \frac{\text{tg } \theta}{\text{sink}h} (v_{zh1} v_{z01} + v_{zh2} v_{z02} + v_{zh1} v_{z02} - v_{zh2} v_{z01}) - \text{tg } \theta \text{ctg}kh (v_{zh1}^2 + v_{zh2}^2).$$

Подставляя угол  $\varphi$  из (6) в формулу (4) для прозрачности и интегрируя  $\varphi^2$  по  $z$ , получим:

$$M = \sin^2 [B \Lambda J^2], \quad (7)$$

где

$$B = \frac{\Delta n k_0 \alpha_2^2 h^3}{32 c^2 K_{33} q^2 \eta_2^2},$$

$J = \rho v_0^2 c$  – интенсивность звука в падающей на слой волне,  $\Lambda$  – безразмерный параметр, определяемый данными ячейки, углом  $\theta$  и частотой  $\omega$  через коэффициенты  $Q, S$ :

$$\Lambda = \frac{1}{105} Q^2 + \frac{1}{70} QS + \frac{1}{105} S^2.$$

Таким образом, оптические свойства ЖК-ячейки определяются акустическим полем, которое формируется в жидкокристаллическом слое при падении на ячейку ультразвуковой волны. Для расчета этого поля рассмотрим типичную ЖК-ячейку, в которой слой нормально ориентированного нематического кристалла помещается между двумя прозрачными подложками толщиной  $H_1$  и  $H_2$ . Считаем, что вся ячейка помещается в воду, а звуковая волна падает на нее под углом  $\theta$  со стороны первой пластины ( $H_1$ ). Граничные пластины счи-

таем изготовленными из одинакового материала с плотностью  $\rho_g$  и скоростями продольной и поперечной волн  $c_l, c_t$ ; значения плотности  $\rho$  и скорости звука  $c$  в воде и жидком кристалле полагаем равными.

Для определения коэффициентов  $v_{\alpha\beta}$  и, соответственно, оптического эффекта, рассмотрим волновую задачу о прохождении звуковой волны в многослойной системе жидкость–твердая пластина–жидкость–твердая пластина–жидкость. Введем (в порядке прохождения волны через ЖК-ячейку) скалярные потенциалы скорости в звуковых волнах в жидкости и продольных волнах в граничных пластинах

$$\Phi_k = \Phi_0 \exp(ik_x x - i\omega t) \begin{cases} e^{ik_z z} + R e^{-ik_z z} \\ a_1 e^{ik_{tz} z} + b_1 e^{-ik_{tz} z} \\ d_1 e^{ik_z z} + d_2 e^{-ik_z z} \\ a_2 e^{ik_{tz} z} + b_2 e^{-ik_{tz} z} \\ D e^{-ik_z z} \end{cases}$$

и векторные потенциалы скорости в сдвиговых волнах в граничных пластинах

$$A_{1,2} = \Phi_0 (r_{1,2} e^{ik_{tz} z} + s_{1,2} e^{-ik_{tz} z}) \exp(ik_x x - i\omega t).$$

Здесь  $\Phi_0$  – амплитуда скалярного потенциала в падающей на слой волне,  $R, D$  – коэффициенты отражения и прохождения звуковой волны,  $k_l = \sqrt{k_{l0}^2 - k_x^2}$ ,  $k_t = \sqrt{k_{t0}^2 - k_x^2}$  –  $z$ -проекции волновых чисел соответственно в продольной и сдвиговой волнах в граничных пластинах,  $k_{l0} = \omega/c_l$ ,  $k_{t0} = \omega/c_t$ .

Коэффициенты в потенциалах определяются из граничных условий, которые заключаются в равенстве нормальных скоростей  $v_z$  жидкости и твердой пластины, нормальных напряжений в твердом теле и давления в жидкости. Пренебрегая вязкими напряжениями в жидкости по сравнению со сдвиговыми в твердых пластинах (их отношение равно  $\rho\omega/\rho_g c_t^2 \ll 1$ ), представим уравнения для коэффициентов в виде

$$\begin{aligned} a_1 e^{-ik_l H_1} - b_1 e^{ik_l H_1} &= \frac{k(1-R)}{k_l \kappa}, \\ a_1 e^{-ik_l H_1} + b_1 e^{ik_l H_1} + \xi_l (r_1 e^{-ik_l H_1} - s_1 e^{ik_l H_1}) &= \frac{\rho(1+R)}{\rho_g \kappa}, \\ r_1 e^{-ik_l H_1} + s_1 e^{ik_l H_1} - \xi_l (a_1 e^{-ik_l H_1} - b_1 e^{ik_l H_1}) &= 0, \\ a_1 - b_1 &= \frac{k}{k_l \kappa} (d_1 - d_2), \\ a_1 + b_1 + \xi_l (r_1 - s_1) &= \frac{\rho}{\rho_g \kappa} (d_1 + d_2), \end{aligned}$$



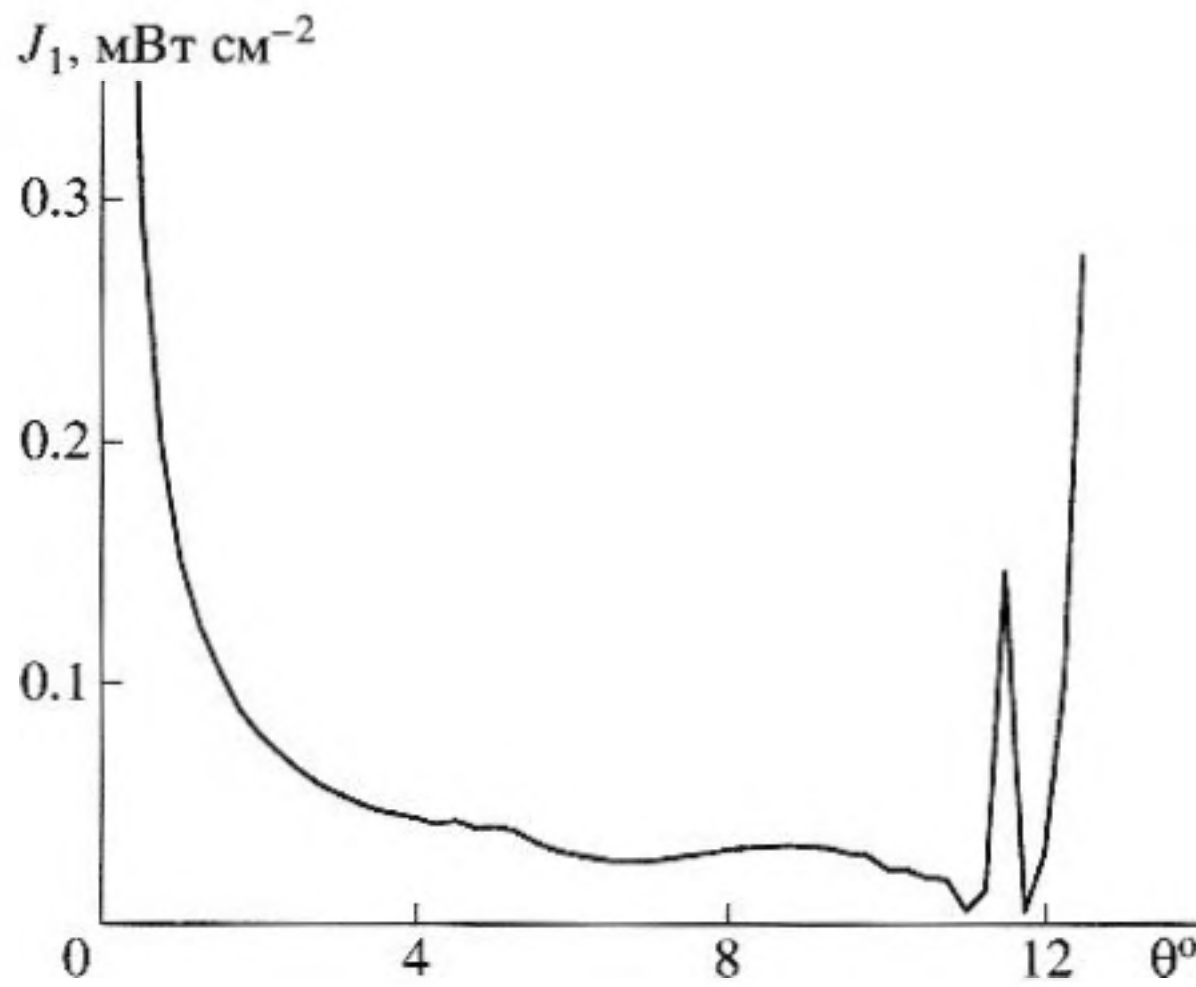


Рис. 1. Зависимость интенсивности ультразвука  $J_1$  от угла падения  $\theta$ .

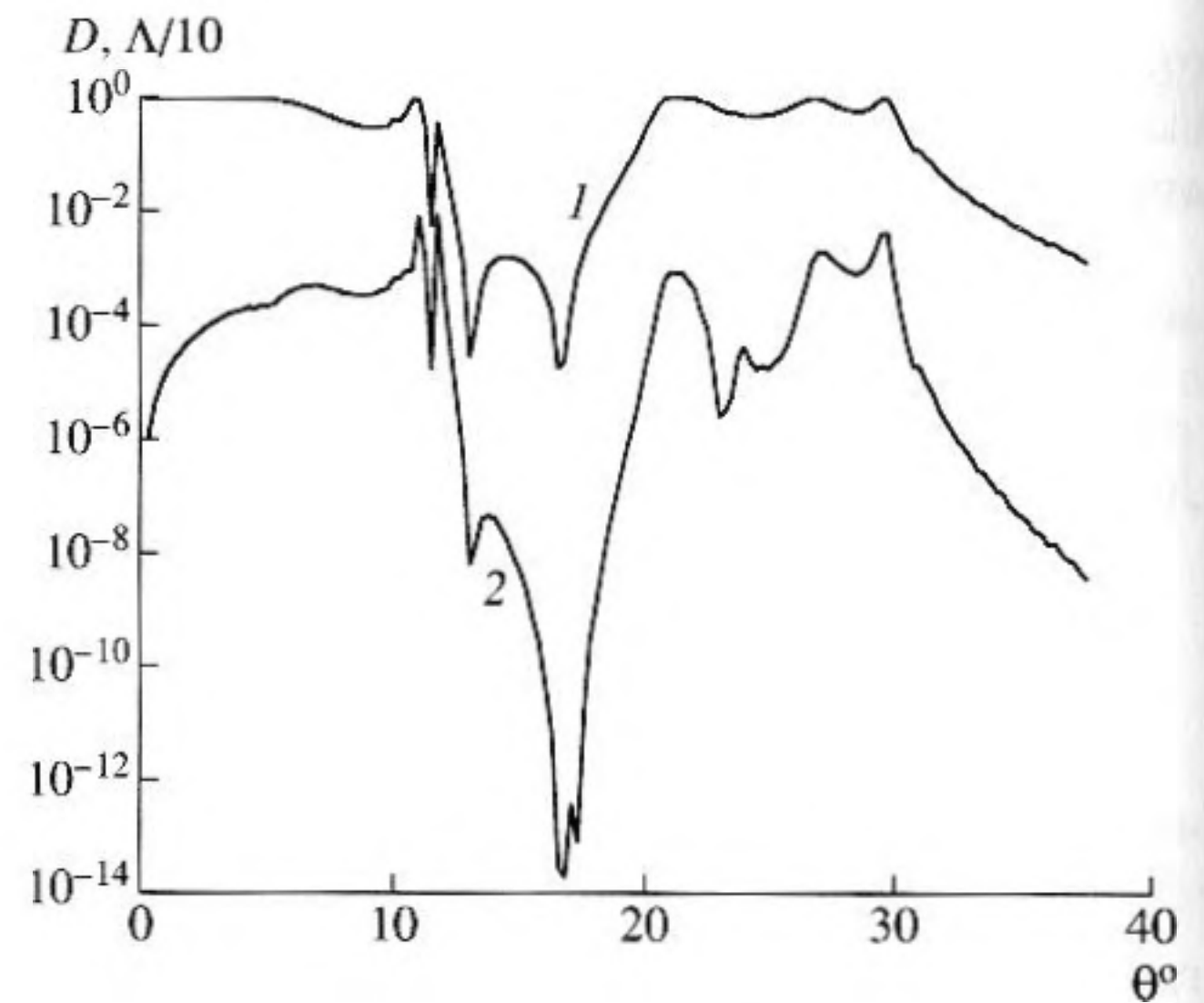


Рис. 2. Зависимость акустической (1) и оптической (2) прозрачности слоя от угла падения звука.

$$\begin{aligned} r_1 + s_1 - \xi_l(a_1 - b_1) &= 0, \\ a_2 - b_2 &= \frac{k}{k_l \kappa} (d_1 e^{ikh} - d_2 e^{-ikh}), \end{aligned} \quad (8)$$

$$a_2 + b_2 + \xi_l(r_2 - s_2) = \frac{\rho}{\rho_g \kappa} (d_1 e^{ikh} - d_2 e^{-ikh}),$$

$$r_2 + s_2 - \xi_l(a_2 - b_2) = 0,$$

$$a_2 e^{ik_l H_2} - b_2 e^{-ik_l H_2} = \frac{k}{k_l \kappa} D,$$

$$a_2 e^{ik_l H_2} + b_2 e^{-ik_l H_2} + \xi_l(r_2 e^{ik_l H_2} - s_2 e^{-ik_l H_2}) = \frac{\rho}{\rho_g \kappa} D,$$

$$r_2 e^{ik_l H_2} + s_2 e^{-ik_l H_2} - \xi_l(a_2 e^{ik_l H_2} - b_2 e^{-ik_l H_2}) = 0.$$

Здесь введены обозначения  $\xi_l = 2k_x k_l / (k_{l0} - 2k_x^2)$ ,  $\xi_t = 2k_x k_l / (k_{l0} - 2k_x^2)$ ,  $\kappa = k_{l0}^2 / (k_{l0}^2 - 2k_x^2)$ .

Проанализируем результаты расчета. При малых интенсивностях звука зависимость прозрачности НЖК-слоя от интенсивности звуковой волны определяется соотношением  $M \sim J^4 \sim v_0^8$ . Однако в реальном эксперименте НЖК-слой имеет конечную "фоновую" прозрачность, и сравнение расчета с данными эксперимента при малых значениях  $J$  затруднено. Поэтому сопоставление теоретических и экспериментальных результатов проведем по интенсивности звука  $J_1$ , при которой оптическая прозрачность достигает первого максимума

$$J_1 = \left( \frac{\pi}{2B\Lambda} \right)^{1/2}.$$

Аналитический расчет акустического волнового поля в ЖК-слое в общем случае громоздок и не приводит к физически наглядным результатам. Поэтому при произвольных параметрах ячейки, частотах и углах падения звука волновое поле в НЖК-ячейке определяется численным решением системы (8), соответственно численно определяются коэффициенты  $v_{\alpha\beta}$ , оптическая прозрачность слоя  $M$  и интенсивность  $J_1$ .

В численном расчете частоту звука  $f$  и параметры ячейки принимаем равными соответствующим значениям, приведенным в работе [9]:  $f = 3.3 \times 10^6$  Гц,  $H_1 = H_2 = 0.09$  см,  $h = 0.015$  см,  $c = 1.5 \times 10^5$  см  $s^{-1}$ ,  $c_l = 6 \times 10^5$  см  $s^{-1}$ ,  $\rho = 1$  г  $см^{-3}$ ,  $\rho_g = 2.5$  г  $см^{-3}$ . Не указанную авторами скорость сдвиговых волн в граничных пластинах полагаем равной  $c_l = 3.6 \times 10^5$  см  $s^{-1}$  – скорость для стекла "крон" [13]. Коэффициенты вязкости жидкого кристалла и упругую постоянную Франка, также не указанные в работе, считаем равными соответствующим значениям для типичного жидкого кристалла МББА [10]:  $\alpha_4 = 0.83$  пуаз,  $\alpha_2 = -0.78$  пуаз,  $\alpha_5 = 0.46$  пуаз,  $\alpha_6 = -0.34$  пуаз,  $\alpha_3 = -0.01$  пуаз,  $K_{33} = 0.7 \times 10^{-6}$  дин.

Результаты расчета приведены на рис. 1–2. На рис. 1. построена зависимость интенсивности  $J_1$  от угла падения звука. При углах  $\theta < 11^\circ$  интенсивность  $J_1$ , а следовательно и прозрачность слоя, имеют гладкую зависимость от  $\theta$ . Особенность на кривой  $J_1 = J_1(\theta)$  при  $\theta \approx 11^\circ$  соответствует полному внутреннему отражению продольных волн на границе твердое тело–жидкость; при дальнейшем увеличении угла падения гладкая зависимость  $J_1$  от  $\theta$  исчезает. Для угла падения  $\theta = 8^\circ$  теоретическое значение интенсивности  $J_1$  равно  $J_1 = 31$  мВт  $см^{-2}$ . Эта величина практически совпадает с экспери-



ментальной величиной  $J_1 \approx 30$  мВт см<sup>-2</sup>, приведенной в работе [9] для тех же условий для одной из смесей ЖК 5СВ, и несколько меньше величины  $J_1 = 40$  мВт см<sup>-2</sup>, указанной в той же работе для другой смеси.

При малых углах падения звуковой волны, когда выполняются соотношения  $k_l H_\alpha \theta^2 / 2 \ll 1$ ,  $kh\theta^2 / 2 \ll 1$ , акустическое поле в системе находится из решения задачи о прохождении звуковой волны, нормально падающей на НЖК-ячейку, и коэффициенты  $v_{\alpha\beta}$  не зависят от угла  $\theta$ . Скорости границ  $v_{x\beta}$  определяются из условия равенства нулю сдвиговых напряжений в граничных пластинах, для коэффициентов  $v_{x\beta}$  получим:  $v_{x\beta} \sim k_x/k \sim \theta$ . В этом случае  $Q, S \sim \theta$  и  $\Lambda \sim \theta^2$ , а зависимость прозрачности слоя от угла падения звуковой волны определяется соотношением  $M = \sin^2(\text{const} J^2 \theta^2)$ . Зависимость  $J_1 \sim \theta^{-1}$  для малых углов падения звука и рассмотренных выше параметров имеет место при  $\theta < 4^\circ$ , что также проиллюстрировано на рис. 1.

Кривые на рис. 2. демонстрируют корреляцию акустической и оптической прозрачностей НЖК-ячейки в широком диапазоне углов падения звука. Заметим, что такая корреляция отмечалась ранее в экспериментальной работе [14] и теоретическом анализе эффекта [8] для иных параметров НЖК-слоя.

Корреляция  $|D|$  и  $\Lambda$  в широком диапазоне углов падения, а также численное совпадение значений  $J_1$  в теории и эксперименте подтверждает основную предпосылку, лежащую в основе приведенного теоретического расчета: именно, воздействие звука на НЖК-слой при его наклонном падении обусловлено акустическими потоками, создаваемыми конвективными напряжениями в пограничных слоях, толщиной порядка длины вязкой волны.

Рассмотрим отдельно просветление НЖК-ячейки в случае малых звуковых частот и малых углов падения звука, считая выполненными неравенства

$$\begin{aligned} k_{l0} H_\alpha < k_{r0} H_\alpha < 1, \quad kh < 1, \\ \theta \ll 1, \quad k_x \approx k\theta \ll k_{r0}, \end{aligned} \quad (9)$$

и по-прежнему ограничивая частоты снизу неравенством (1).

В этом случае решение системы (8) имеет простое аналитическое представление, из которого вытекают следующие выражения для коэффициентов  $v_{\alpha\beta}$ :

$$\begin{aligned} v_{x0} &\approx -\frac{(v^2 - 2)\rho}{v^2 \rho_g} \theta, \\ v_{xh} &\approx -\frac{[1 - v - v^2 + m(1 + v)]\rho}{v^2 \rho_g} \theta e^{ikh}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{z0} &\approx \left[ 1 + i \left( \frac{m^2 + 1}{2m} k_l H_1 + \frac{m^2 - 1}{2m} k_l H_2 e^{2ikh} \right) \right], \\ v_{zh} &\approx \left[ 1 + i \left( \frac{m^2 + 1}{2m} k_l H_1 + \frac{m^2 - 1}{2m} k_l H_2 \right) \right] e^{2ikh}, \end{aligned}$$

где  $v = c_l/c_r$ ,  $m = \rho_g k / \rho k_l$  – отношение импедансов продольных волн в твердой пластине и жидкости, при нормальном падении ультразвука  $m$  равно отношению акустических сопротивлений  $m = \rho_g c_l / \rho c$ .

Параметр  $\Lambda$  на низких частотах определяется выражением

$$\begin{aligned} \Lambda &\approx \frac{1}{210} \frac{\rho^2 [2 + v^2(\rho_g/\rho - 1)]^2}{\rho_g^2 v^4} \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{m^2 + 1}{2m} \frac{v^2 - 2}{2 + v^2(\rho_g/\rho - 1)} k_l H_1 + \right. \\ &\left. + \frac{m^2 - 1}{2m} \frac{2 + v^2(2\rho_g/\rho - 1)}{2 + v^2(\rho_g/\rho - 1)} k_l H_2 \right] \theta^2, \end{aligned} \quad (10)$$

а при равных толщинах граничных пластин  $H_1 = H_2 = H$  принимает вид

$$\begin{aligned} \Lambda &\approx \frac{1}{210} \frac{\rho^2 [v^2(1 - \rho_g/\rho) - 2]^2}{\rho_g^2 v^4} \times \\ &\times \left\{ 1 + k_l H \frac{m^2 [(\rho_g/\rho - 1)v^2 + 2] - \rho_g/\rho v^2}{m[(\rho_g/\rho - 1)v^2 + 2]} \right\} \theta^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Для малых толщин слоя, когда  $k_l H_{1,2} < [v^2(\rho_g/\rho - 1) + 2] / [m(v^2 - 2)]$ , получим

$$M = \sin^2 \left[ J^2 \frac{B}{210} \frac{\rho^2 [v^2(1 - \rho_g/\rho) - 2]^2}{\rho_g^2 v^4} \right].$$

В этом случае продольный (массовый) импеданс границ обращается в нуль, и НЖК-ячейка становится практически прозрачной по отношению к звуковым волнам, а появление потоков и, соответственно, просветление слоя объясняется лишь различием сдвиговых импедансов граничных пластин и жидкости и не зависит от значений  $H_1, H_2$ . С увеличением толщины пластин линейно по  $H_1, H_2$  возрастет массовый импеданс границ слоя, что приводит к изменению скоростей  $v_z$  в жидкокристаллическом слое и линейной зависимости параметра  $\Lambda$  от  $H_1, H_2$ . При реальных значениях параметров  $v \approx 2$ ,  $m \approx 10$ ,  $\rho_g/\rho \approx 2.5$  дробные коэффициенты при  $k_l H_1, k_l H_2$  в формуле (10) положительны. Таким образом, увеличение толщины  $H_1$  уменьшает, а увеличение толщины второй пластины  $H_2$  увеличивает оптическую прозрачность НЖК-слоя. При равных значениях  $H_1 = H_2 = H$  с уве-



личением  $H$  значение  $\Lambda$  (11) и оптическая прозрачность возрастает. Толщина НЖК-слоя на низких частотах не входит в выражение для  $\Lambda$ .

В диапазоне частот, удовлетворяющих неравенству

$$1 > k_l H_1 > \frac{v^2(\rho_g/\rho - 1) + 2}{m(v^2 - 2)}$$

получим  $\Lambda \sim k_l \sim \omega$ . При этом прозрачность слоя не зависит от частоты звука, а ее зависимость от толщины НЖК-слоя, интенсивности звука и угла падения определяется соотношением  $M = \sin^2(\text{const} h^3 J^2 \theta^2)$ , а  $\text{const}$  при равных толщинах граничных пластин пропорциональна  $H$ .

Зависимость оптического эффекта от частоты звука и толщины граничных пластин в диапазоне частот (1), (9) проиллюстрирована на рис. 3, где построены как функции частоты значения произведения  $J_1 \theta$  для параметров слоя, указанных выше, и толщин граничных пластин  $H_1 = H_2 = 0.05, 0.1, 0.5$  см.

В заключение остановимся на теории акустооптического эффекта при наклонном падении ультразвука, предложенной в работе [9]. Авторы трактуют эффект как следствие анизотропии упругости нематического кристалла, вводя ее через дополнительные слагаемые в свободной энергии нематика

$$\delta g = \{u_1 n_i n_j \partial_i \partial_j \rho + u_2 [(\mathbf{n} \nabla) \rho]^2\}. \quad (12)$$

Здесь  $u_k$  – некоторые коэффициенты.

Если в кристалле распространяется звуковая волна, усреднение второго слагаемого в (12) по периоду колебаний дает вклад в энергию, пропорциональный интенсивности звуковой волны и зависящий от угла между направлениями ее распространения и ориентацией молекул  $\beta$ :

$$\delta g' = \frac{1}{2} u_2 (\Delta \rho)^2 (\mathbf{k} \mathbf{n})^2 = \frac{1}{2} \frac{u_2 \rho J}{c^3} \cos^2 \beta.$$

Варьирование энергии  $\delta g'$  по углу  $\beta$  приводит к моментам  $\delta \Gamma$ , разворачивающим молекулы кристалла,

$$\delta \Gamma = \frac{u_2 \rho k^2 J \sin(2\beta)}{c^3},$$

и, как следствие, к просветлению слоя с прозрачностью  $M_e$  в виде

$$M_e = \sin^2 \{L J^2 \sin^2(2\beta)\}, \quad (13)$$

где

$$L = \frac{u_2^2 \Delta n \rho^2 k_0 k^4 h^5}{240 c^6 K_{33}^2}.$$

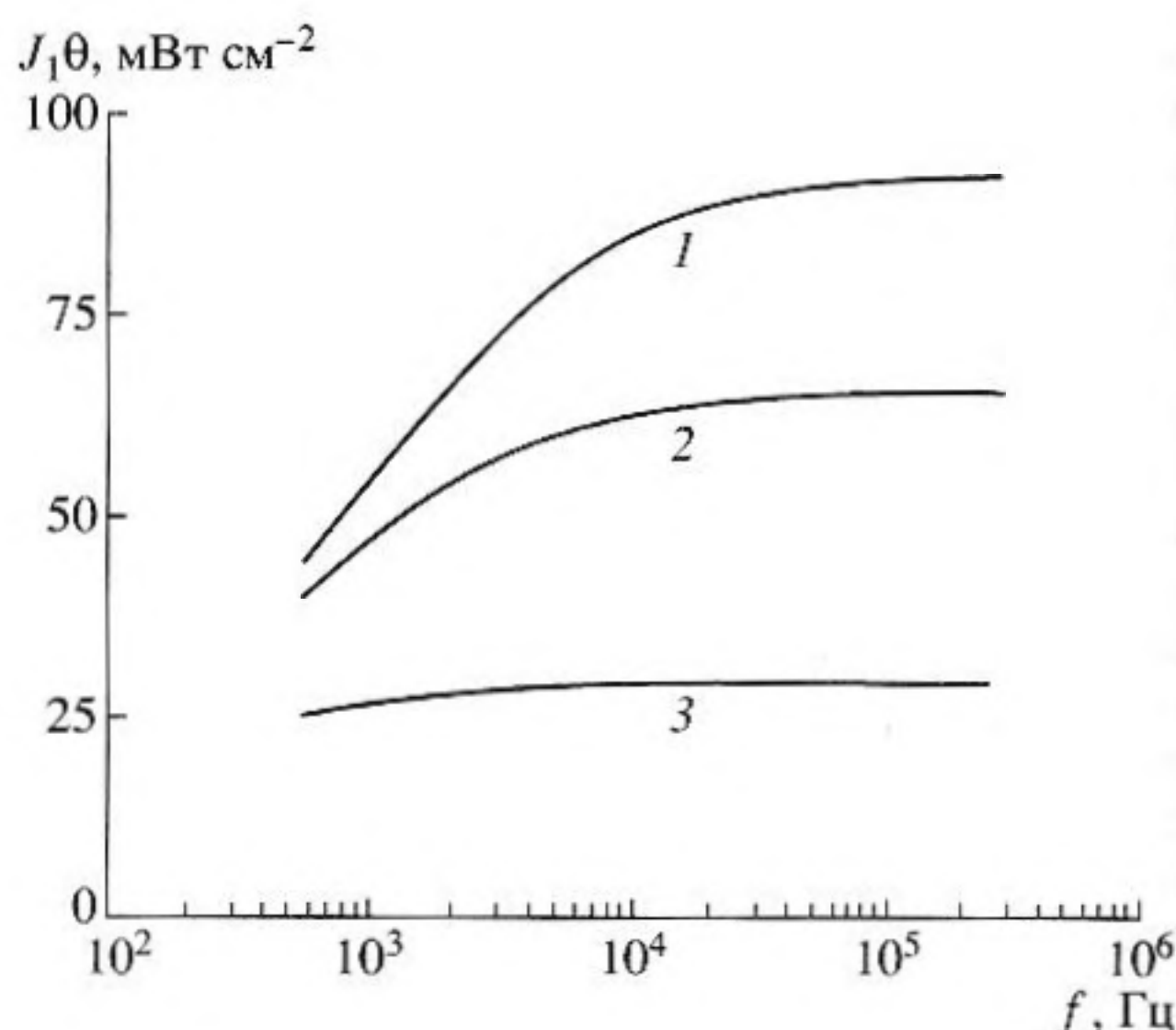


Рис. 3. Зависимость интенсивности ультразвука  $J_1$  от частоты звуковой волны  $f$ :  $H = 0.05$  см (1);  $0.1$  см (2);  $0.5$  см (3).

В работе [9] авторы отмечают лишь качественное соответствие теории, предсказывающей зависимость  $M_e = \sin^2[\text{const} J^2]$ , и эксперимента.

Проанализируем положения, лежащие в основе теоретического построения [9]. Изменение плотности жидкости связано со смещением частиц жидкости  $\mathbf{U}$ :  $\Delta \rho = -\rho \text{div} \mathbf{U}$ . Выразим дополнительное слагаемое в энергии (12), содержащее  $u_2$ , через смещение

$$\delta g' = u_2 \rho^2 [n_\alpha \partial_\alpha \partial_i U_i]^2. \quad (14)$$

Упругая энергия (14) приводит к дополнительным массовым силам и меняет вид уравнения для упругих волн в жидком кристалле

$$\partial_i^2 U_i - c^2 \partial_i \partial_k U_k - 2u_2 \rho n_\alpha n_\beta \partial_\alpha \partial_\beta \partial_i \partial_k U_k = 0.$$

Скорость распространения таких волн зависит от угла  $\beta$  между направлением распространения волн и ориентацией кристалла. Несложные расчеты приводят к следующему выражению для скорости звуковых волн  $c(\beta)$ :

$$c(\beta) = c \frac{\omega \tau \cos \beta}{\sqrt{2(\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2 \cos^2 \beta} - 1)}}. \quad (15)$$

Здесь  $\tau = \sqrt{8u_2 \rho / c^4}$  – некоторое характерное время, возникающее в расчете,  $c$  – скорость звука, полученная без учета анизотропии упругости.

Формула (15) предсказывает дисперсию скорости, величина которой зависит от направления распространения звуковой волны. Если волна распространяется перпендикулярно оси кристалла ( $\beta = \pi/2$ ), дисперсия отсутствует:  $c(\pi/2) = c$ . При



распространении вдоль оси кристалла ( $\beta = 0$ ) волна должна испытывать значительную дисперсию: на малых частотах, когда  $\omega\tau \ll 1$ , получим  $c(0) = c$ , на высоких частотах, когда  $\omega\tau \gg 1$ , получим  $c(0) \approx c\sqrt{\omega\tau/2}$ . Найдем время  $\tau$ , определив предварительно коэффициент  $u_2$ . Интенсивность звуковой волны в НЖК-слое  $J$  определяется интенсивностью волны  $J_0$ , падающей на ячейку, и акустической прозрачностью слоя  $|D|$ :  $J = J_0|D|^2$ . Приравняв величину  $J_1$ , входящую в формулу (13),

$$J_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2L|D|^2 \sin^2(2\beta)}},$$

экспериментальному значению  $J_1 = 30$  мВт см<sup>-2</sup>, указанному в [9] для угла падения ультразвука  $8^\circ$ , и используя значение  $|D| = 0.36$ , найденное численным расчетом, получим  $u_2 = 6.25 \times 10^5$  см<sup>7</sup> г<sup>-1</sup> с<sup>-2</sup>. Время  $\tau$  при этом равно  $\tau = 3.3 \times 10^{-8}$  с. На частотах  $f > 10$  МГц скорость звука, распространяющегося вдоль оси кристалла, должна возрастать с частотой по закону  $c(0) \sim \omega^{1/2}$ , аналогичным образом должна возрастать и анизотропия скорости звука. На частоте  $f = 7$  МГц скорость звука  $c(0)$  и относительная анизотропия скорости, найденные по формуле (15), должны быть равны  $c(0) \approx 2c$ ;  $\Delta c/c = c(0)/c - 1 = 1$ . В действительности скорость звука в кристалле обнаруживает лишь слабую дисперсию и слабую анизотропию. Относительный дисперсионный скачок скорости  $Dc = c(\omega = \infty)/c(\omega = 0) - 1$  в нематическом кристалле, максимальный вблизи точки ориентационного плавления, не превышает значения  $Dc = 0.15$ ; а относительная анизотропия не превышает значения  $\Delta c/c = 10^{-2}$  [1, 2]. Таким образом, сделанное в работе [9] предположение о значительной анизотропии упругости в НЖК, которая может быть ответственной за ориентационные эффекты при воздействии звука на нематический кристалл, не соответствует реальности и является несостоятельным.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капустин А.П., Капустина О.А. Акустика жидких кристаллов. М.: Наука. 1986. 247 с.
2. Demus D. Ed. Ultrasonic Properties of Liquid Crystals // Physical Properties of Liquid Crystals. 2000. V. 1. Germany. WILEY-VCH. P. 447–466.
3. Чабан И.А. Акустогидродинамическая неустойчивость нематических жидких кристаллов // Акуст. журн. 1979. Т. 25. Вып. 1. С. 124–134.
4. Helfrich W. Orienting Action of Sound on Nematic Liquid Crystals // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 29. № 24. P. 1583–1586.
5. Dion J.-L. Orienting action on liquid crystals related to the minimum entropy production // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. № 4. P. 2965–2966.
6. Miyano K., Shen Y.R. Domain pattern excited by acoustic waves in a nematic film // Appl. Phys. Lett. 1972. V. 28. № 9. P. 473–475.
7. Candau S., Ferre A., Petters A., Waton G., Pieranski P. Acoustical Streaming in a Film of Nematic Liquid Crystal // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1980. V. 61. P. 7–30.
8. Жуковская Е.И., Кожевников Е.Н., Подольский В.М. Акустооптический эффект при наклонном падении ультразвуковой волны на слой нематического жидкого кристалла // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1(7). С. 207–214.
9. Selinger J.V., Spector M.S., Greanya V.A., Veslowski B.T., Shenoy D.K., Shashidhar R. Acoustic realignment of nematic liquid crystals // Phys. Rev. 2002. V. E66, 051708.
10. Stephen M.J., Straley J.P. Physics of liquid crystals // Rev. of Modern Physics. 1974. V. 46. № 4. P. 617–704.
11. Де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир. 1977. 399 с.
12. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1982. 620 с.
13. Маленькая энциклопедия: Ультразвук. Под ред. Голяминой И.П. М.: Советская энциклопедия. 1979. 400 с.
14. Perbet J.N., Hareng M., Le Berre S. A new investigation of the acoustic imaging with nematic liquid crystals // Rev. de Phys. Appl. 1979. V. 14. P. 569–573.

## Deformation of a Homeotropic Nematic Liquid Crystal Layer at Oblique Incidence of an Ultrasonic Wave

E. N. Kozhevnikov

Samara State University, ul. Akad. Pavlova 1, Samara, 443011 Russia

E-mail: kozhev@ssu.samara.ru

**Abstract**—The change of orientation of a nematic liquid crystal layer and the associated optical effect under an obliquely incident ultrasonic wave are considered. The theoretical analysis is performed under the assumption that the acoustic flows caused by convective stress in the boundary layers are responsible for the orientation effects in the nematic liquid crystal layer. An analytical description of the acoustooptic effect is developed for low ultrasonic frequencies, and for high frequencies, a numerical calculation is performed. It is demonstrated that theoretical results agree both qualitatively and quantitatively with experimental data. The hypothesis that the effect produced by ultrasound on nematic liquid crystals is caused by the relatively strong elastic anisotropy of these crystals is analyzed.