АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2006, том 52, № 4, с. 490–496

УДК 534.222

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ НА АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛАБОСЖИМАЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, НАСЫЩЕННОЙ ВОЗДУШНЫМИ ПУЗЫРЬКАМИ

© 2006 г. Бо Кин, Ж.-Ж. Чен, Ж.-Ч. Ченг

Нанкинский университет, Государственная ведущая лаборатория современной акустики и Институт акустики, Нанкин, 210093 Китай

E-mail: jccheng@nju.edu.cn

Поступила в редакцию 23.03.05 г.

Приводятся результаты численного исследования эффективной скорости и затухания волн и нелинейных свойств в слабосжимаемой пористой среде, насыщенной воздушными пузырьками, с применением нелинейного закона Гука для различных значений внешнего давления. Исследование показало, что акустические свойства пористых сред сильно зависят от окружающего давления в случае малых значений модуля сдвига упругой среды из-за того, что распространение акустических волн в пористых средах сильно зависит от нелинейных колебаний пузырьков и, более того, на колебания пузырьков влияет их равновесный радиус, зависящий от окружающего давления.

PACS: 43.25.Yw

1. ВВЕДЕНИЕ

Упругие и вязкоупругие материалы, насыщенные воздушными пузырьками, используются в различных физических ситуациях. Для изучения распространения упругих волн в неоднородных средах этого типа особенно важно определить свойства пористых сред. Существует много работ, посвященных описанию пористых сред [1–5]. Разработана эффективная теория сред (FMT [2–5]), основанная на теории рассеяния, для предсказания динамики распределения пузырьков, капель, заполненных жидкостью полостей и твердых включений в жидких или упругих средах, включая пористые среды. Хотя линейные свойства пористых сред можно определить, исходя из этой теории, важными являются нелинейные свойства, которые ей не предсказываются, и обычная нелинейность слабосжимаемых упругих сред, таких как ткани и резиноподобные материалы, сильно увеличивается при введении в них пузырьков [6, 7].

Предполагается, что в слабосжимаемой среде радиус пузырька мал по сравнению с длиной волны сжимающего возмущения, т.е. $R_0\omega/c_1 \ll 1$, где R_0 – характерный радиус пузырька, ω – угловая частота, а c_l – скорость продольной волны в упругой среде. Если принять в качестве характерной частоты резонансную частоту пустой сферической полости в слабосжимаемой среде [8], $\omega = 2c_t/R_0$, где c_t – скорость сдвиговой волны, то неравенство имеет вид $c_t \ll c_l$. При $c_t = (\mu/\rho)^{1/2}$ и $c_t = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{1/2}$, где μ и λ – коэффициенты Ламе, а ρ – плотность упругой среды, предположение малой сжимаемости в данном случае соответствует $\mu \ll \lambda$ [9]. Акустические свойства слабосжимаемой пористой среды в ненапряженном равновесном состоянии, которое имеет место, когда равновесное давление газа в пузырьке равно внешнему давлению, анализировались в [6]. В то же время, акустические свойства пористых сред в преднапряженном состоянии, когда равновесное давление газа в пузырьке отличается от внешнего давления, никогда не обсуждались. Следует отметить, что материалы, насыщенные воздушными полостями, которые обсуждаются в данной статье, отличаются от пористых сред, описываемых моделью Био, где жидкость в порах может двигаться относительно твердой основы [10, 11].

Колебания сферической полости в слабосжимаемой среде представляют собой классическую задачу теории упругости. В качестве микромеханического элемента в пористой среде, колебания одиночного пузырька являются основой для анализа акустических свойств пористой среды. Существует ряд работ по колебаниям пузырька в упругой среде [12–14]. Определение собственной частоты в линейном приближении рассмотрено в [8]. Колебания пузырька в предварительно нагруженной слабосжимаемой упругой среде исследованы в [9].

В данной статье с помощью нелинейного закона Гука, связывающего нелинейные колебания пузырька с распространением волн в пористых средах, анализируются линейные и нелинейные

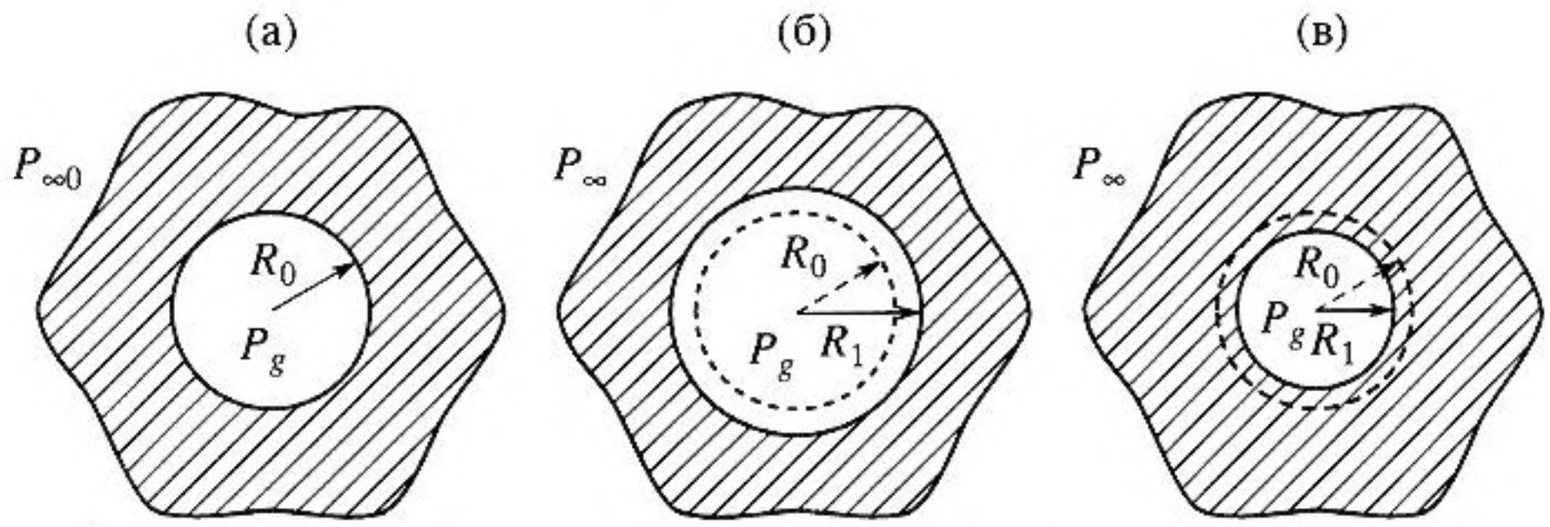

Рис. 1. Равновесный радиус пузырька для (а) $P_\infty = P_{\infty 0}$, (б) $P_\infty < P_{\infty 0}$, (в) $P_\infty > P_{\infty 0}$.

акустические свойства слабосжимаемой пористой среды при различных внешних давлениях, т.е. в предварительно нагруженных пористых средах. Изменение равновесного радиуса пузырька, которое зависит от внешнего давления, начального недеформирующего давления и модуля сдвига упругой среды, ведет к изменению колебаний пузырька, эффективной скорости волн и затухания в пористой среде. Справедливость этого метода подтверждается сравнением эффективной скорости волн и затухания в пористой среде в недеформированном состоянии с результатами, полученными методом ЕМТ.

2. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Сначала рассмотрим колебания пузырька в слабосжимаемой упругой среде, поскольку это послужит основой для анализа свойств пористой среды. Радиальные колебания пузырька в упругой среде можно описать с помощью уравнения Лагранжа [9]:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_s}[P_g(R_1/R)^{3\gamma} - P_\infty - P_e(R)], \qquad (1)$$

где R – действительный радиус пузырька, R_1 – равновесный радиус пузырька, P_g – равновесное давление газа в пузырьке, P_∞ – давление на внешней границе упругой среды (которое является также внешним давлением), $P_e(R)$ – эффективное давление, вызванное сдвиговыми напряжениями, ρ_s – плотность упругой среды, а γ – показатель адиабаты для газа (для воздуха $\gamma = 1.4$). Задавая $R = R_1$ и $\dot{R} = \ddot{R} = 0$ в выражении (1), получаем соотношение для равновесного радиуса R_1,

$$P_e(R_1) = P_g - P_\infty. \qquad (2)$$

Состояние называют начальным недеформированным, если равновесное давление P_g равно внешнему давлению P_∞. При этом $P_e(R_1) = 0$ и сдвиговые напряжения распределены равномерно по всей упругой среде. Запишем равновесный радиус пузырька R_1 как R_0, а внешнее давление, которое называют также начальным невозмущающим давлением, как $P_{\infty 0}$. В начальном состоянии $P_g = P_{\infty 0}$ (см. рис. 1а). Если $P_\infty < P_{\infty 0}$, разница давлений P_g и P_∞ способствует тому, что равновесный радиус пузырька R_1 становится больше, чем R_0, и возникают сдвиговые напряжения, которые компенсируют эту разницу давлений. Таким образом, $P_e(R_1) \neq 0$ и сдвиговые напряжения также неоднородны, т.е. сдвиговые напряжения на бесконечности отличаются от напряжений вблизи пузырька (см. рис. 1б). Напротив, $R_1 < R_0$, если $P_\infty > P_{\infty 0}$ (см. рис. 1в). Давление P_g также не равно $P_{\infty 0}$, если R_1 отличается от R_0. Предположим, что воздушный пузырек находится в изотермическом состоянии при изменении равновесного состояния. Для P_g можно записать

$$P_g = (R_0/R_1)^3 P_{\infty 0}. \qquad (3)$$

Эффективное давление $P_e(R_1)$ можно получить из материального уравнения Муни [9]:

$$P_e(R_1) = P_e(\zeta_1) = \mu \bar{P}_e(\zeta_1), \qquad (4)$$

где $\zeta_1 = R_1/R_0$, и

$$\bar{P}_e(\zeta_1) = \int_0^1 \left[(1+\beta)\left(\frac{y}{x^2} - \frac{y^7}{x^8}\right) + (1-\beta)\left(\frac{1}{y} - \frac{y^5}{x^6}\right)\right] dx, \qquad (5)$$

где $y = (x^{-3} + \zeta_1^3 - 1)^{-1/3}$, x – переменная, β – подгоночный параметр, называемый Муни коэффициентом асимметрии, который должен лежать в диапазоне $-1 \le \beta \le 1$ [9, 15]. Давление $\bar{P}_e(\zeta_1)$ монотонно увеличивается с ростом R_1/R_0, и чем больше абсолютное значение $\bar{P}_e(\zeta_1)$, тем дальше отношение R_1/R_0 отклоняется от 1 [9]. Подстановка выражений (3) и (4) в (2) дает

$$\bar{P}_e(\zeta_1) = (P_{\infty 0}\zeta_1^{-3} - P_\infty)/\mu. \qquad (6)$$

Согласно (4) и (6), равновесный радиус пузырька определяется P_∞, $P_{\infty 0}$ и μ, и чем меньше модуль сдвига μ упругой среды, тем больше изменение R_1/R_0.

В качестве выражения, описывающего равновесный радиус пузырька R_1, можно получить полезное аналитическое квадратичное приближение для $P_e(R)$ относительно $(\zeta - \zeta_1)$ [9]:

$$P_e(R) = P_e(\zeta) = \\ = P_e(\zeta_1) + (\zeta - \zeta_1)P'_e(\zeta_1) + \frac{1}{2}(\zeta - \zeta_1)^2 P''_e(\zeta_1), \quad (7)$$

где $\zeta = R/R_0$, а штрих означает производную по ζ. $P'_e(\zeta_1)$ и $P''_e(\zeta_1)$ получаются из [9]:

$$P'_e(\zeta_1) = \mu\zeta_1^2\int_0^1\left[(1+\beta)\left(7\frac{y^{10}}{x^8} - \frac{y^4}{x^2}\right) + \right. \\ \left. + (1-\beta)\left(y^2 + 5\frac{y^8}{x^6}\right)\right]dx, \quad (8)$$

$$P''_e(\zeta_1) = \mu\zeta_1^4\int_0^1\left[(1+\beta)\left(4\frac{y^7}{x^2} - 70\frac{y^{13}}{x^8}\right) - \right. \\ \left. - (1-\beta)\left(2y^5 + 40\frac{y^{11}}{x^6}\right)\right]dx + \frac{2}{\zeta_1}P'_e(\zeta_1). \quad (9)$$

Для исследования распространения волн в пористых средах уравнение динамики пузырька записывается через изменение объема $U = 4\pi(R^3 - R_1^3)/3$. С точностью до второго порядка получим следующие соотношения:

$$R = R_1 + \frac{U}{4\pi R_1^2} - \frac{U^2}{16\pi^2 R_1^5}, \quad (10)$$

$$P_g(R_1/R)^{3\gamma} = P_g\left[1 - \frac{3\gamma U}{4\pi R_1^3} + \frac{9\gamma(\gamma+1)U^2}{32\pi^2 R_1^6}\right], \quad (11)$$

$$P_e(\zeta) = P_e(\zeta_1) + \\ + P'_e(\zeta_1)\left(\frac{\zeta_1 U}{4\pi R_1^3} - \frac{\zeta_1 U^2}{16\pi^2 R_1^6}\right) + P''_e(\zeta_l)\frac{\zeta_1^2 U^2}{32\pi^2 R_1^6}. \quad (12)$$

Подставляя выражения (2) и (7)–(12) в (1), получаем нелинейное уравнение динамики пузырька относительно отклонения объема с точностью до второго порядка:

$$\ddot{U} + \omega_1^2 U = GU^2 + q(\dot{U}^2 + 2U\ddot{U}) - \frac{4\pi R_1}{\rho_s}P_\infty^{inc}, \quad (13)$$

где введены параметры

$$G = q\{3\omega_g^2(\gamma+1) + \omega_e^2[2 - P''_e(\zeta_1)\zeta_1/P'_e(\zeta_1)]$$

$$\omega_1^2 = \omega_e^2 + \omega_g^2, \ \omega_g^2 = 3\gamma P_g/(\rho_s R_1^2)$$

$$\omega_e^2 = P'_e(\zeta_1)\zeta_1/(\rho_s R_1^2), \ q = (8\pi R_1^3)^{-1}.$$

В уравнении (13) P_∞^{inc} – эффективное внешнее давление, создаваемое падающей продольной волной. Учитывая потери на излучение [6], уравнение динамики пузырька можно записать в виде

$$\ddot{U} + \omega_1^2 U - \frac{R_1}{c_l}\dddot{U} = \\ = GU^2 + q(\dot{U}^2 + 2U\ddot{U}) - \frac{4\pi R_1}{\rho_s}P_\infty^{inc}, \quad (14)$$

где $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho_s}$ – скорость продольных волн в упругой среде. Уравнение (14) описывает нелинейные колебания пузырька в слабосжимаемой упругой среде с учетом состояния с предварительной нагрузкой. Существует аналогичное уравнение для недеформированного пузырька [6]. Используя метод малых возмущений, для случая гармонической продольной падающей волны с временным множителем $e^{-i\omega t}$ (ω – угловая частота падающей волны), получим решение уравнения (14) с точностью до второго порядка в виде

$$U = -g_1(R_1)P_\infty^{inc} + g_2(R_1)(P_\infty^{inc})^2, \quad (15)$$

где

$$g_1(R_1) = \frac{4\pi R_1}{\rho_s(\omega_1^2 - \omega^2 - iR_1\omega^3/c_l)}, \quad (16)$$

$$g_2(R_1) = \frac{G - 3q\omega^2}{\omega_1^2 - 4\omega^2 - 8iR_1\omega^3/c_l} \times \\ \times\left[\frac{4\pi R_1}{\rho_s(\omega_1^2 - \omega^2 - iR_1\omega^3/c_l)}\right]^2. \quad (17)$$

Здесь для слабосжимаемой среды $P_\infty^{inc} \approx -\sigma$ (см. [6]), где σ – напряжение, создаваемое падающей продольной волной. Тогда уравнение (15) можно записать в виде

$$U = g_1(R_1)\sigma + g_2(R_1)\sigma^2. \quad (18)$$

Резонансная угловая частота $\omega = \omega_1$ получается приравниванием знаменателя формулы (16) нулю. Резонансная угловая частота ω_1 определяется ω_e и ω_g, поскольку $\omega_1^2 = \omega_e^2 + \omega_g^2$. Ясно, что ω_e и ω_g соответственно обозначают вклады в резонанс, обусловленные влиянием упругой среды и возду-

ха в пузырьке. В соответствии с определениями ω_e и ω_g, резонансная частота меняется с изменением равновесного радиуса пузырька.

Рассмотрим теперь акустические свойства слабосжимаемой пористой среды, поскольку колебания пузырьков сильно влияют на распространение волн в пористых средах. Предполагается, что падающая плоская продольная волна распространяется вдоль оси x. Изменение объема слоя пористой среды с толщиной dx благодаря продольной деформации происходит вследствие сжатия в упругой фазе и суммарному изменению объема пузырьков [6],

$$du = \frac{\sigma}{\lambda + 2\mu}dx + V_c dx, \tag{19}$$

где du – изменение объема пористой среды на единицу площади поперечной плоскости, σ – напряжение, создаваемое падающей продольной волной, а V_c – изменение объема пузырьков на единицу объема. Необходимо отметить, что хотя напряжение не зависит от изменения объема пузырьков, оно влияет на деформацию пористой среды. Очевидно, что изменение объема пузырьков имеет вид

$$V_c = \int U(R_1)n(R_1)dR_1, \tag{20}$$

где $n(R_1)dR_1$ – количество пузырьков с равновесным радиусом от R_1 до $R_1 + dR_1$ в единичном объеме, $U(R_1)$ – изменение объема пузырька с равновесным радиусом R_1 в поле волны. Подставляя (18) в (20), получаем

$$V_c = V_{c1}\sigma + V_{c2}\sigma^2, \tag{21}$$

где

$$V_{c1} = \int g_1(R_1)n(R_1)dR_1,$$

$$V_{c2} = \int g_2(R_1)n(R_1)dR_1.$$

Если все пузырьки в упругой среде имеют одинаковый равновесный радиус R_1, то $V_{c1} = Ng_1(R_1)$ и $V_{c2} = Ng_2(R_1)$, где N – количество пузырьков на единицу объема. Подстановка (21) в (19) дает

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma}{\lambda + 2\mu}[1 + V_{c1}(\lambda + 2\mu)] + V_{c2}\sigma^2. \tag{22}$$

Используя метод малых возмущений, можно получить нелинейный закон Гука для слабосжимаемой среды в виде

$$\sigma = \bar{C}_{11}\frac{\partial u}{\partial x} - V_{c2}\bar{C}_{11}^3\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2, \tag{23}$$

где $\bar{C}_{11} = (\lambda + 2\mu)/[1 + V_{c1}(\lambda + 2\mu)]$ – эффективный линейный модуль сжатия пористой среды. Выражение (23) связывает нелинейные колебания пузырька с распространением волн в пористой среде и представляет собой нелинейные колебания пузырьков, которые приводят к нелинейному закону Гука. В соответствии с определением коэффициента нелинейности твердого тела [7, 13], выражение (23) можно записать в виде

$$\sigma = \bar{C}_{11}\left[\frac{\partial u}{\partial x} - \Gamma\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right], \tag{24}$$

где $\Gamma = V_{c2}\bar{C}_{11}^2$ – параметр нелинейности среды. Используя закон Ньютона, уравнение для динамики волн в пористой среде можно записать в виде

$$\bar{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \bar{C}_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\left[1 - 2\Gamma\frac{\partial u}{\partial x}\right], \tag{25}$$

где $\bar{\rho}$ – плотность пористой среды, для которой можно записать выражение

$$\bar{\rho} = (1 - \varphi)\rho_s + \varphi\rho_g, \tag{26}$$

где φ – концентрация пузырьков, ρ_g – плотность газа в пузырьке. Поскольку ρ_g очень мала по сравнению с ρ_s, влиянием ρ_g обычно пренебрегают, если φ не слишком велика.

Очевидно, что волновое число линейной продольной волны в пористой среде k_l можно записать в виде

$$k_l = \omega\sqrt{\bar{\rho}/\bar{C}_{11}} = \mathrm{Re}(k_l) + i\mathrm{Im}(k_l) = \frac{\omega}{c_{le}} + i\alpha_e, \tag{27}$$

где c_{le} и α_e – эффективная скорость волн и ослабление в пористой среде соответственно. Таким образом, линейные и нелинейные акустические свойства слабосжимаемой среды могут быть описаны с помощью выражений (25) и (27).

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В соответствии с определениями ω_e и ω_g резонансная частота пузырька изменяется с изменением его равновесного радиуса. Если в начальном невозмущенном состоянии обозначить ω_e и ω_g как ω_{e0} и ω_{g0}, то можно получить соотношения для ω_e и ω_g в зависимости от равновесного радиуса пузырька, как это показано на рис. 2. Из рис. 2 можно видеть, что резонансная частота пузырька монотонно уменьшается с увеличением равновесного радиуса, поскольку как ω_e, так и ω_g монотонно спадают с его увеличением.

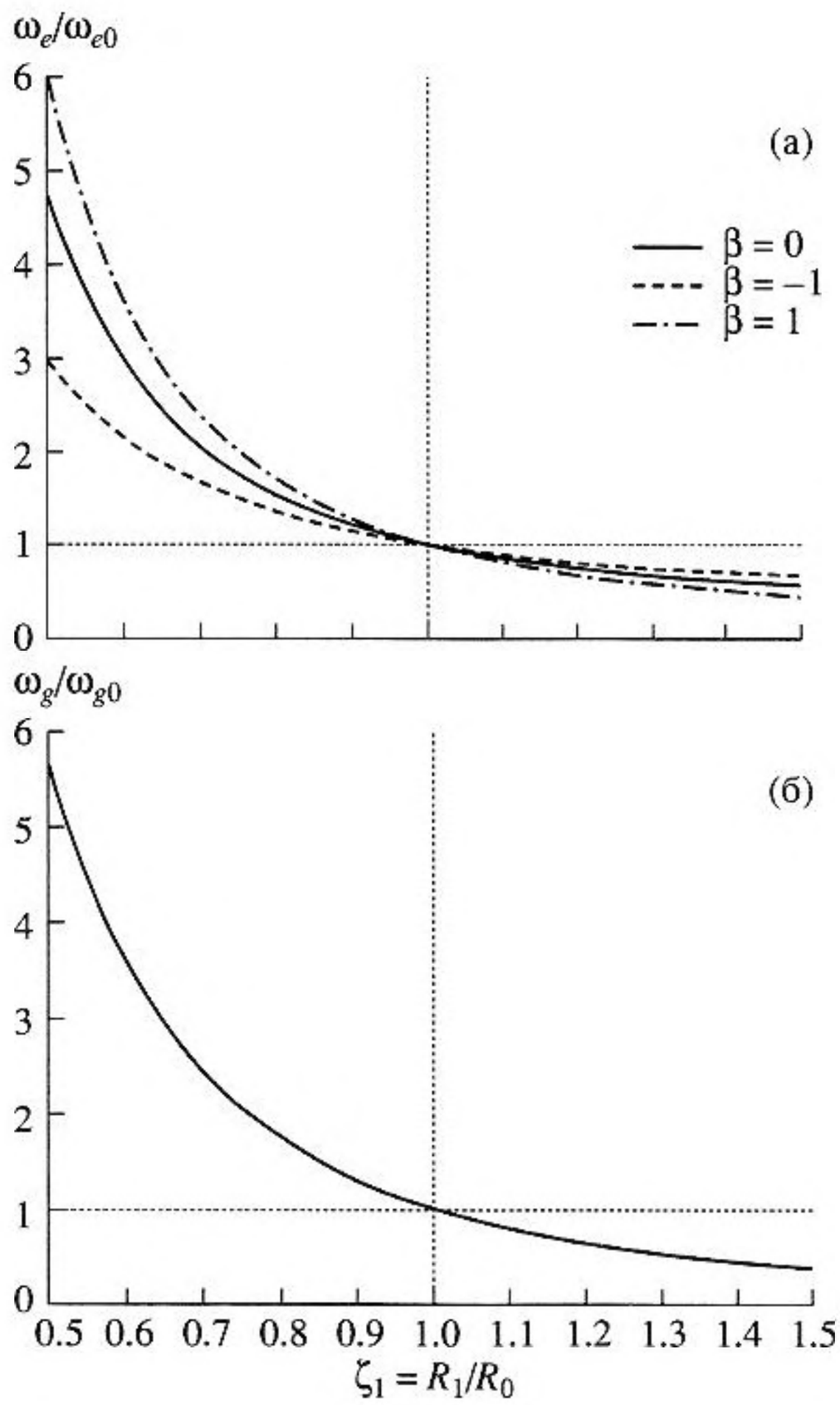

Рис. 2. Отношения (а) ω_e/ω_{e0} и (б) ω_g/ω_{g0} в зависимости от отношения равновесных радиусов пузырька.

Для того, чтобы оценить влияние внешнего давления на колебания пузырька и эффективную скорость, затухание и коэффициент нелинейности слабосжимаемой пористой среды, необходимо знать начальное давление в невозмущенном состоянии и параметр асимметрии β. При численном моделировании предполагается, что в пузырьке находится воздух, параметр $\beta = 0$, начальное давление в невозмущенном состоянии $P_{\infty 0} = 1.01 \times 10^5$ Па, постоянный радиус пузырька

Параметры, использованные в расчетах для резины [3] и синтетического материала (пластизоль) [7]

Среда	Резина	Пластизоль
ρ_s, кг/м^2	1130	950
λ, Па	2.2×10^9	2.01×10^9
μ, Па	1.0×10^7	1.01×10^4

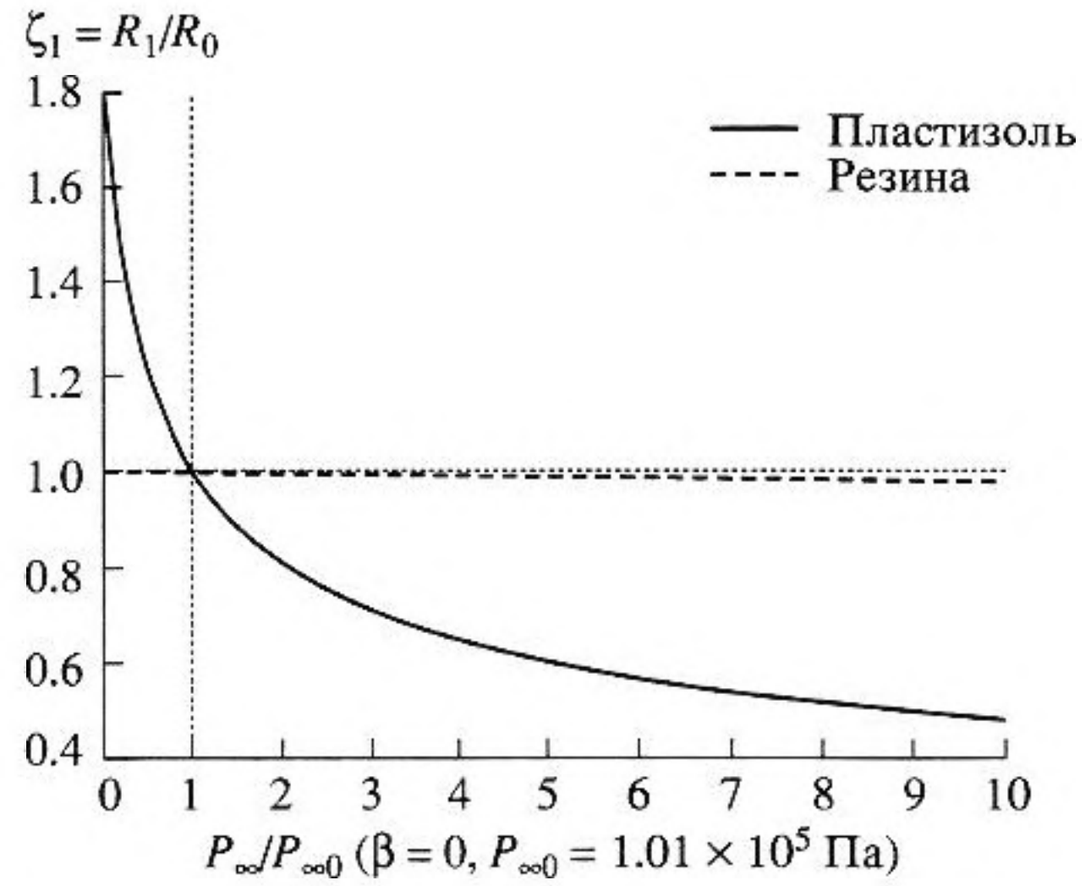

Рис. 3. Отношение равновесных радиусов пузырька как функция отношения внешних давлений.

$R_0 =$ 20 мкм, а концентрация в начальном невозмущенном состоянии $\varphi = 10\%$. (Необходимо помнить, что параметры пористой среды будут меняться вместе с равновесным радиусом пузырька.) Расчет выполнен для слабосжимаемой упругой среды с параметрами, указанными в таблице, где можно видеть, что $\lambda \gg \mu$ как для резины [3], так и для синтетического материала (пластизоль) [7], а модуль сдвига пластизоля много меньше, чем этот параметр для резины.

Отношение R_1/R_0, изменяющееся при изменении внешнего давления, рассчитано в соответствии с выражениями (4) и (6) с помощью интерполяционного алгоритма для упругих сред, указанных в таблице. Оно показано на рис. 3. Видно, что равновесный радиус пузырька монотонно уменьшается с увеличением внешнего давления. Видно также, что внешнее давление мало влияет на равновесный радиус пузырька в резине, которая имеет больший модуль сдвига, но сильно влияет на равновесный радиус пузырька в пластизоле, у которого модуль сдвига очень мал. Результаты подтверждают вывод о том, что чем меньше модуль сдвига упругой среды, тем больше изменение равновесного радиуса пузырька. Мы выбрали пластизоль в качестве примера для анализа влияния внешнего давления на акустические свойства слабосжимаемой пористой среды.

Эффективная скорость и ослабление в пористом пластизоле в недеформированном состоянии, полученные с помощью нелинейного закона Гука, сравниваются с результатами, полученными методом ЕМТ, основанным на теории рассеяния [2–5] (см. рис. 4). На рис. 4 показано, что и эффективная скорость, и ослабление хорошо согласу-

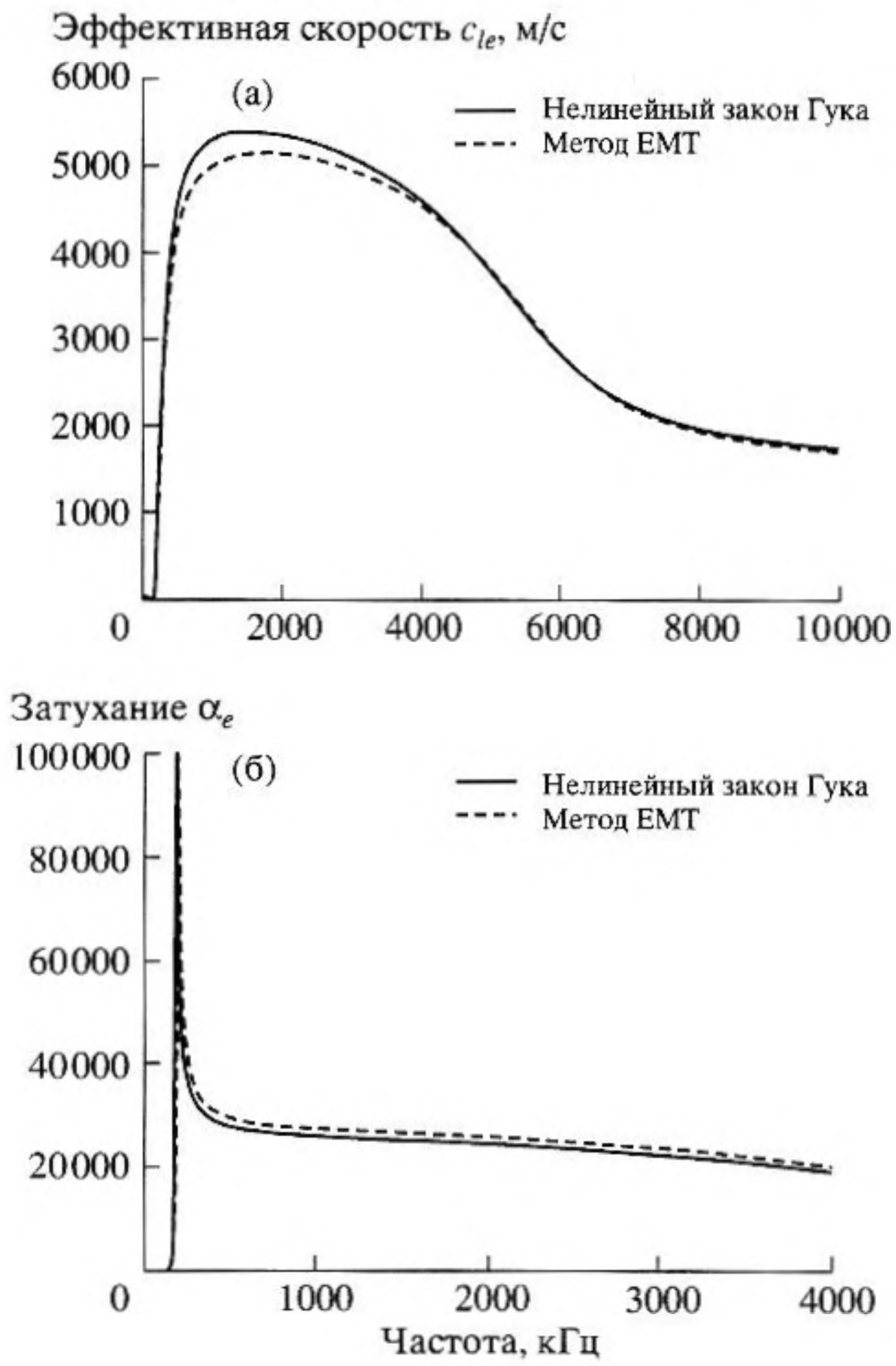

Рис. 4. Эффективная скорость звука (а) и затухание (б) в пористом пластизоле в начальном состоянии.

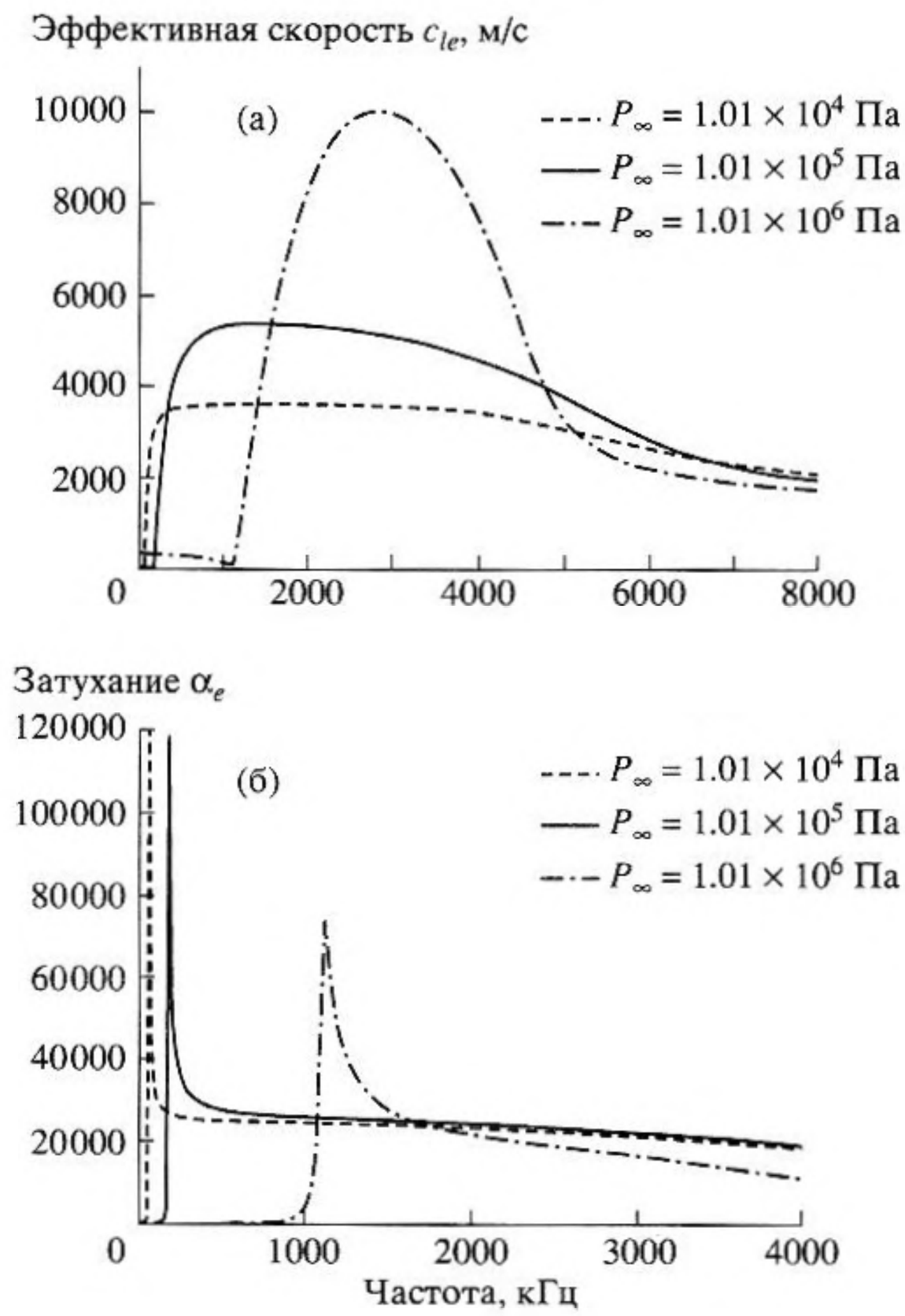

Рис. 5. Эффективная скорость (а) и затухание (б) в пористом пластизоле при различных внешних давлениях.

ются. Это подтверждает справедливость нелинейного закона Гука.

На рис. 5 показаны эффективная скорость звука и затухание для различных значений внешнего давления $P_\infty = 1.01 \times 10^4$; 1.01×10^5; 1.01×10^6 Па, т.е. $P_\infty < P_{\infty 0}$, $P_\infty = P_{\infty 0}$ и $P_\infty > P_{\infty 0}$. Из рис. 5 видно, что внешнее давление сильно влияет на линейные свойства пористых сред, если модуль сдвига очень мал. Пики на кривых для эффективной скорости и затухания сдвигаются в сторону более низких частот, когда внешнее давление меньше начального, и наоборот, пики на этих кривых сдвигаются в сторону более высоких частот, если внешнее давление больше начального.

Модули коэффициента нелинейности |Г| пористого пластизоля для различных внешних давлений приведены на рис. 6. Видно, что коэффициент нелинейности уменьшается и максимум кривой для этого коэффициента сдвигается в сторону более низких частот, если внешнее давление меньше начального, и наоборот, противоположный резуль-

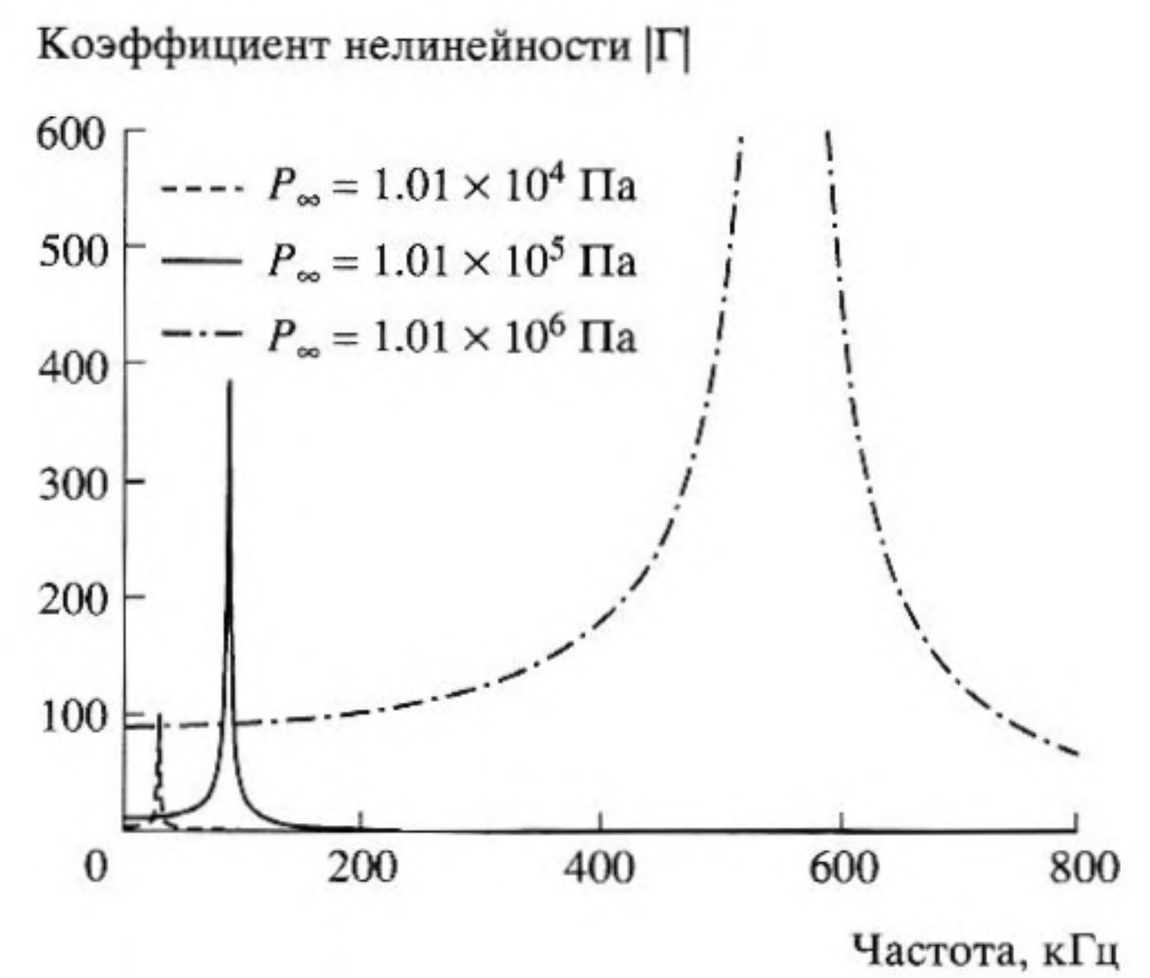

Рис. 6. Модули коэффициента нелинейности |Г| в пористом пластизоле при различных внешних давлениях.

тат получается при внешнем давлении, превышающем начальное.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной работы является оценка влияния внешнего давления на эффективную скорость волн, затухание и коэффициент нелинейности слабосжимаемой пористой среды, насыщенной газовыми пузырьками. Используя нелинейный закон Гука, мы продемонстрировали, что эффективные линейные и нелинейные свойства пористых сред сильно зависят от внешнего давления, если модуль сдвига упругой среды очень мал, как, например, в пластизоле.

Данное исследование представляет интерес с точки зрения расширяющегося применения пористых сред в различных физических ситуациях, в особенности, для предварительно нагруженных состояний.

5. БЛАГОДАРНОСТЬ

Настоящая работа поддержана Китайским фондом естественных наук для выдающейся молодежи, проект № 10125417, и Государственной ключевой программой развития фундаментальных исследований. Мы благодарны профессору З.М. Жу из Нанкинского университета за постановку задачи и постоянную поддержку, а также Л.А. Островскому из Института прикладной физики РАН (Нижний Новгород, Россия) за его письмо.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Waterman P.C. and Truell R.*, "Multiple scattering of waves," J. Math. Phys. 2, 512–537 (1961).
2. *Gaunaurd G.C., Überall H.*, "Theory of resonant scattering from spherical cavities in elastic and viscoelastic media," J. Acoust. Soc. Am. 63(6), 1699–1712 (1978).
3. *Gaunaurd G.C., Überall H.*, "Resonance theory of the effective properties of perforated solids," J. Acoust. Soc. Am. 71(2), 282–295 (1982).
4. *Gaunaurd G.C., Überall H.*, "Resonance effects and the ultrasonic effective properties of paniculate composites," J. Acoust. Soc. Am. 74(1), 305–313 (1983).
5. *Gaunaurd G.C. and Wertman W.*, "Comparison of effective medium theories for inhomogeneous continua," J. Acoust. Soc. Am. 85(2), 541–554 (1989).
6. *Ostrovskii L.A.*, "Nonlinear acoustics of slightly compressible porous media," Sov. Phys. Acoust. 34(5), 523–526 (1988).
7. *Ostrovskii L.A.*, "Wave processes in media with strong acoustic nonlinearity," J. Acoust. Soc. Am. 90(2), 3332–3337 (1991).
8. *Landau L.D., Lifshitz E.M.*, Theory of elasticity, 3rd ed. (Pergamon, New York, 1986).
9. *Emelianov S.Y., Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A.*, "Nonlinear dynamics of a gas bubbles in an incompressible elastic medium," J. Acoust. Soc. Am. 115(2), 581–588 (2004).
10. *Biot M.A.*, "Theory of propagations of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I. Low-frequency range", J. Acoust. Soc. Am. 28(2), 168–178 (1956).
11. *Biot M.A.*, "Theory of propagations of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: II. Higher-frequency range", J. Acoust. Soc. Am. 28(2), 179–191 (1956).
12. *Meyer E., Brendel K., Tamn K.*, "Pulsation Oscillations of cavities in Rubber," J. Acoust. Soc. Am. 30(12), 1116–1124 (1958).
13. *Lurie A.I.*, Nonlinear Theory of Elasticity (Elsevier. New York, 1990).
14. *Church C.C.*, "The effects of an elastic solid surface layer on the radial pulsation of gas bubbles," J. Acoust. Soc. Am. 97(3), 1510–1521 (1995).
15. *Mooney M.*, "A theory for large elastic deformation." J. Appl. Phys. 11, 582–592 (1940).

Перевод: М.Л. Лямшев

Influence of the Surrounding Pressure on Acoustic Properties of Slightly Compressible Porous Media Permeated with Air-Filled Bubbles

Bo Qin, J. Chen, and J. Cheng

State Key Laboratory of Modern Acoustic and Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 2 10093, China

e-mail: jccheng@nju.edu.cn

Abstract—The effective wave velocity, attenuation, and nonlinear properties of slightly compressible porous media permeated with air-filled bubbles are studied numerically by employing the nonlinear Hooke's law for different surrounding pressures. Numerical simulations show that the acoustic properties of porous media are greatly affected by the surrounding pressure if the shear modulus of the elastic medium is very small due to the fact that the acoustic wave propagation in porous media are strongly influenced by the nonlinear oscillation of bubbles; moreover, the oscillation of a bubble depends on the equilibrium bubble radius, which is affected by the surrounding pressures.