

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В ОКЕАНЕ С ФРАКТАЛЬНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

© 2007 г. В. С. Гостев, Е. А. Копыл, Ю. П. Лысанов, Р. Ф. Швачко

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail: bvp@akin.ru

Поступила в редакцию 22.12.05 г.

Для верификации модифицированной версии волновой программы, основанной на широкоугловом параболическом уравнении и адаптированной к решению задачи рассеяния звука в среде с анизотропными неоднородностями фрактального типа, проведен численный модельный эксперимент по определению угловой зависимости интенсивности рассеянного звукового поля для разных коэффициентов анизотропии неоднородностей скорости звука. Сравнение результатов компьютерных расчетов с аналитическими зависимостями показало их достаточно хорошее совпадение и подтвердило возможность применения программы для расчетов распространения звука в океане с тонкоструктурной стратификацией, обладающей фрактальными свойствами.

PACS: 43.30.Re

Согласно современным представлениям многие природные неупорядоченные (случайные) структуры, в том числе объемные неоднородности скорости звука водной толщи (флуктуации показателя преломления), неровности океанского дна и взволнованной поверхности океана в определенном диапазоне масштабов обладают фрактальными свойствами. Это выражается, в частности, в том, что неоднородности фрактального типа на таких масштабах обладают локальной масштабной инвариантностью (скейлингом), а их энергетические спектры описываются степенными функциями с дробным показателем. В настоящее время во многих областях физики интенсивно исследуются эффекты, связанные с фрактальными свойствами различных сред.

Неоднородности тонкой структуры скорости звука можно представить в виде объемных резко-анизотропных неоднородностей с радиусом корреляции по горизонтали, значительно превышающим радиус корреляции этих неоднородностей по вертикали. Коэффициент анизотропии таких неоднородностей α , равный отношению горизонтального радиуса корреляции к вертикальному, по данным экспериментальных оценок находится в интервале 10^2 – 10^4 [1], а их вертикальные энергетические спектры описываются степенными функциями с показателем степени ρ , находящимся в диапазоне $2 < \rho < 3$. Так, в работе [2] при анализе многократных вертикальных зондирований тонкоструктурных неоднородностей температуры, обладающих фрактальными свойствами, получено значение $\rho = 2.8$. В работе [3] из сов-

местного анализа результатов численного моделирования и акустического эксперимента по проникновению звука взрывного источника в зону тени получена оценка $\rho = 2.28$.

Анализ многочисленных экспериментальных данных, характеризующих особенности звукового поля в зонах тени на частотах килогерцового диапазона и ниже, позволяет сделать вывод о преобладающем влиянии неоднородностей тонкой структуры в рассеянии звука в подводном звуковом канале. Для интерпретации экспериментальных данных по засветке зоны тени в основном использовалась плоскостойкая модель среды [4]. Тем не менее, в экспериментальных данных, приведенных в работе [5], отмечено уширение углового спектра рассеяния звука, проникающего в зону тени, которое связано с конечным горизонтальным радиусом корреляции объемных неоднородностей скорости звука. В связи с этим представляет интерес исследование возможностей численного моделирования процессов рассеяния звука на объемных неоднородностях с конечным горизонтальным радиусом корреляции при помощи разработанной к настоящему времени волновой программы, основанной на широкоугловом приближении параболического уравнения [6]. Сравнение прямых численных расчетов углового расширения рассеянного звукового поля при уменьшении горизонтального радиуса корреляции неоднородностей с аналогичными аналитическими зависимостями является исследованием как возможностей самой программы, так и возможностей интерпретации с ее помощью экспериментальных данных по рассеянию звука в океане.

Приведем теперь формулы, описывающие рассеяние на случайных объемных неоднородностях океана. В работах [7, 8] была предложена спектральная модель случайных объемных неоднородностей океана и проведены оценки коэффициента рассеяния звука на неоднородностях с различной степенью пространственной анизотропии. Показано, что при определенных значениях параметров модели описываемые ею неоднородности обладают фрактальными свойствами. В этих работах корреляционная функция флуктуаций показателя преломления задавалась в факторизованном виде:

$$B(\rho) = \langle \mu^2 \rangle N_1(\xi) N_2(\eta), \quad (1)$$

где $\langle \mu^2 \rangle$ – средний квадрат флуктуаций показателя преломления, $N_1(\xi)$ и $N_2(\eta)$ – коэффициенты корреляции в горизонтальной плоскости и по глубине, $\xi = \{\xi_x, \xi_y\}$ – разнесение точек наблюдения по горизонтальным осям x и y , а η – по глубине z . Энергетический спектр, соответствующий соотношению (1), имеет вид

$$G(\mathbf{k}_\perp, k_z) = \langle \mu^2 \rangle G_1(\mathbf{k}_\perp) G_2(k_z), \quad (2)$$

где $G_1(\mathbf{k}_\perp)$ горизонтальный и $G_2(k_z)$ вертикальный спектры флуктуаций показателя преломления с горизонтальным волновым вектором $\mathbf{k}_\perp = \{k_x, k_y\}$ и вертикальным волновым числом k_z . Коэффициент горизонтальной корреляции задавался в виде

$$N_1(X) = \frac{1}{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)} X^\nu K_\nu(X), \quad (3)$$

где $K_\nu(X)$ – функция Макдональда порядка ν , $\Gamma(\nu)$ – гамма-функция, $X = [(\xi_x/\xi_{0x})^2 + (\xi_y/\xi_{0y})^2]^{1/2}$ – безразмерный аргумент, а ξ_{0x} и ξ_{0y} – радиусы корреляции по горизонтальным осям. Примем аналогичный вид и для коэффициента вертикальной корреляции

$$N_2(\eta) = \frac{1}{2^{\zeta-1} \Gamma(\zeta)} \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^\zeta K_\zeta\left(\frac{\eta}{\eta_0}\right), \quad (4)$$

где η_0 – радиус вертикальной корреляции неоднородностей, а ζ – порядок соответствующей функции Макдональда.

Корреляционные функции вида (3, 4) с успехом использовались в теории турбулентности [9], а также при трактовке рассеяния звука слоистым дном океана [10]. Такие корреляционные функции, часто называемые функциями Кармана, обладают рядом полезных свойств, значительно облегчающих аналитические выкладки. Они принадлежат к классу непрерывных корреляционных функций и при определенных значениях ν являются решениями стохастических уравнений, описывающих марковский и авторегрессионный процес-

сы [11]. В нашей модели подбор значений параметров ν и ζ позволяет хорошо аппроксимировать корреляционные зависимости, полученные в натурных экспериментах.

Соответствующие формулам (3) и (4) энергетические спектры флуктуаций показателя преломления имеют вид:

$$G_1(\mathbf{k}_\perp) = \frac{\nu \xi_{0x} \xi_{0y}}{\pi (1 + \xi_{0x}^2 k_x^2 + \xi_{0y}^2 k_y^2)^{\nu+1}} \quad (5)$$

и

$$G_2(k_z) = \frac{\eta_0 \Gamma(\zeta + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\zeta)} \frac{1}{(1 + \eta_0^2 k_z^2)^{\zeta+1/2}}. \quad (6)$$

Учтем, что случайные объемные неоднородности океана являются “слабыми”: значения среднего квадрата $\langle \mu^2 \rangle$ флуктуаций показателя преломления, измеренные в различных районах Мирового океана, не превышают 10^{-7} , поэтому для расчета коэффициента объемного рассеяния m_ν можно воспользоваться первым приближением метода малых возмущений [12]:

$$m_\nu = 2\pi k^4 G(\mathbf{q}). \quad (7)$$

С учетом формул (2), (5) и (6) такой коэффициент рассеяния дается выражением:

$$m_\nu = \frac{2\nu}{\sqrt{\pi}} \langle \mu^2 \rangle \times \frac{\xi_{0x} \xi_{0y} \eta_0 k^4}{(1 + \xi_{0x}^2 q_x^2 + \xi_{0y}^2 q_y^2)^{\nu+1} (1 + \eta_0^2 q_z^2)^{\zeta+1/2}}, \quad (8)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$, \mathbf{k}_0 и \mathbf{k} – волновые векторы падающей и рассеянной волн соответственно, $k = |\mathbf{k}|$, q_x , q_y и q_z – компоненты вектора \mathbf{q} в горизонтальной плоскости и по глубине.

Используемая в численном моделировании программа [6], основанная на широкоугловом приближении параболического уравнения, предполагает цилиндрическую симметрию задачи (модель является фактически двумерной). Поэтому при численном моделировании океанской среды нельзя непосредственно использовать энергетические спектры неоднородностей, если последние являются трехмерными. Из энергетических соображений вместо того, чтобы воспользоваться сечением спектра (5) вертикальной плоскостью, проходящей через трассу распространения, по видимому, более обоснованно проинтегрировать горизонтальный спектр по поперечному волновому числу и полученный “одномерный” спектр (в сочетании с вертикальным спектром) приме-

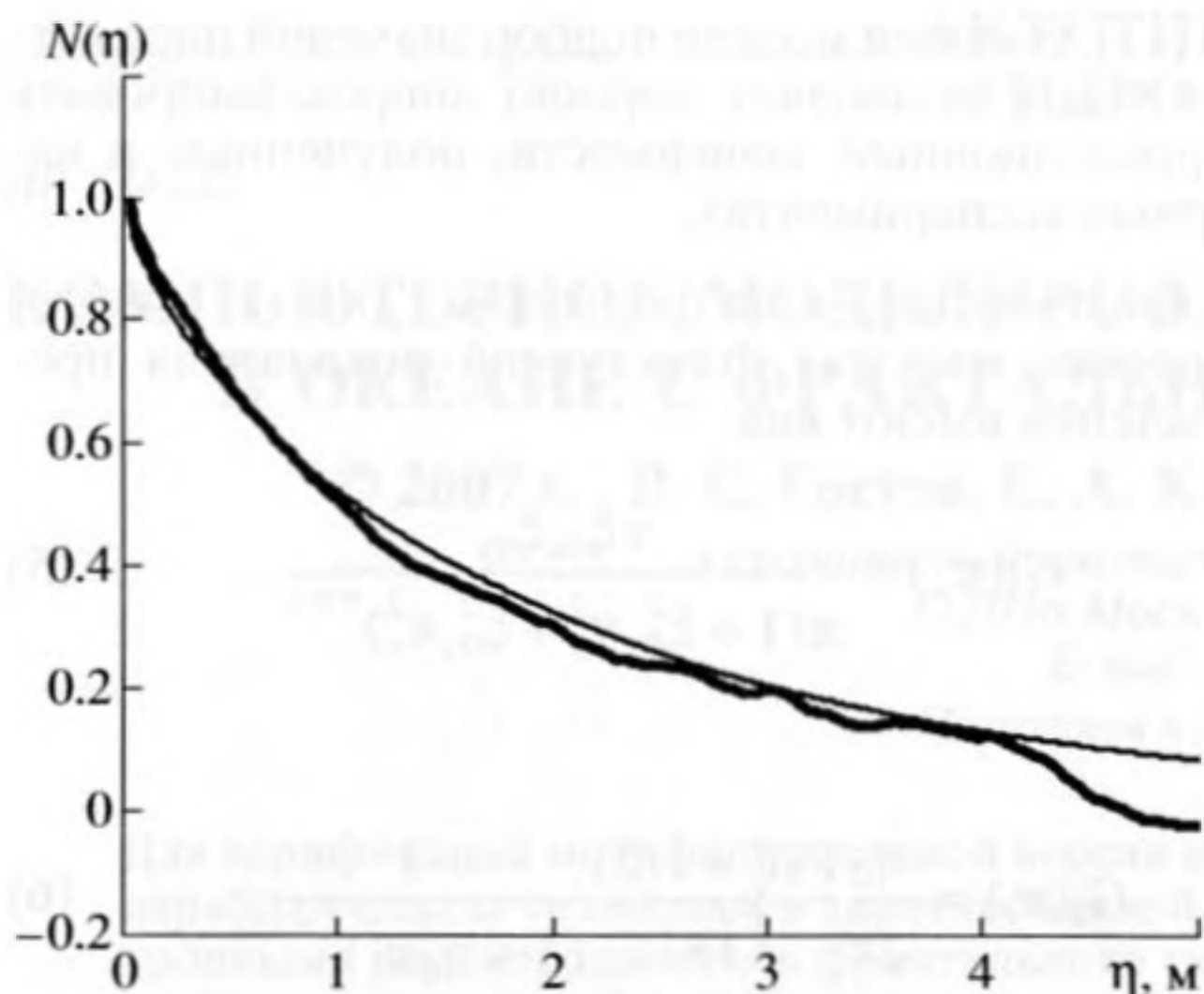


Рис. 1. Смоделированная (жирная линия) и заданная (тонкая линия) корреляционные функции для $\kappa_1 = 0.3 \text{ м}^{-1}$, $\kappa_2 = 180 \text{ м}^{-1}$, $d\kappa = 0.02 \text{ м}^{-1}$, $\eta_0 = 2.5 \text{ м}$ и $\nu = 0.33$ (локально изотропная турбулентность Колмогорова–Обухова).

нить для моделирования реализаций неоднородностей. Результат такого интегрирования имеет вид:

$$G_x(\kappa_x) = \frac{\xi_{0x} \Gamma(\nu + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu)} \frac{1}{(1 + \xi_{0x}^2 \kappa_x^2)^{\nu + 1/2}}. \quad (9)$$

По форме выражение (9) совпадает с вертикальным спектром (6), но в нем следует использовать значение параметра ν , которое определяется сравнением формулы (5) с данными натуральных измерений или, например, “законом 3/2” для спада интенсивности акустического поля ($\nu = 0.25$) [13]. Соответствующий спектру (9) коэффициент корреляции имеет вид:

$$N_x(\xi_x) = \frac{1}{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)} \left(\frac{\xi_x}{\xi_{0x}}\right)^\nu K_\nu\left(\frac{\xi_x}{\xi_{0x}}\right). \quad (10)$$

При условии, что неоднородности мелкомасштабны по вертикали, $\eta_0 q_z \ll 1$, вид вертикального спектра неоднородностей несуществен [8], и, с учетом (9), коэффициент рассеяния дается выражением:

$$m_\nu = \frac{2 \Gamma(\nu + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu)} \langle \mu^2 \rangle \frac{\xi_{0x} \eta_0 k^4}{(1 + \xi_{0x}^2 q_x^2)^{\nu + 1/2}}, \quad (11)$$

где $q_x = k(\cos \chi - \cos \chi_0)$, χ и χ_0 — углы скольжения рассеянного и падающего излучения. Характерной особенностью коэффициента рассеяния (11) является наличие двух равных по уровню максимумов, один из которых соответствует прямому, а

другой — зеркальному направлению относительно горизонтали.

Моделируемая двумерная (в вертикальной плоскости) случайная составляющая поля скорости звука $\delta c(x, z)$, обладающего фрактальными свойствами, согласно [14, 15] представлялась суммой ряда:

$$\delta c(x, z) = \sum_i A_i \cos(\kappa_{xi} x + \kappa_{zi} z + \phi_i), \quad (12)$$

где $\kappa_{xi} = \kappa_i \cos \chi_i$, $\kappa_{zi} = \kappa_i \sin \chi_i$ — проекции волнового вектора на оси x и z соответственно, а угол χ — угол между направлением вектора κ и осью x . Модуль вектора κ задается регулярным массивом через интервал $d\kappa$ в диапазоне от κ_1 до κ_2 . Если моделируется изотропное случайное поле, то задаются случайные последовательности χ_i и ϕ с размерностью, равной размерности массива κ , и равномерным распределением в интервале $[0, 2\pi]$. Амплитуда A_i определяется по формуле $A_i = (G_x(\kappa_i) d\kappa)^{1/2}$, где $G_x(\kappa)$ — спектральная плотность флуктуаций скорости звука.

С помощью приведенного выше способа моделирования случайного поля можно добиться хорошего соответствия корреляционной функции, вычисленной по реализации смоделированного случайного поля, и корреляционной функции, заданной по формуле (4). Пример такого соответствия представлен на рис. 1 для корреляционной функции смоделированного изотропного поля турбулентных неоднородностей скорости звука.

Для того чтобы смоделировать анизотропное случайное поле (неоднородности тонкой структуры) с коэффициентом анизотропии α , нужно генерировать случайную последовательность χ в пределах

$$\left[\frac{3}{2}\pi - \frac{\alpha_1}{2}, \frac{3}{2}\pi + \frac{\alpha_1}{2} \right] \text{ и } \left[\frac{1}{2}\pi - \frac{\alpha_1}{2}, \frac{1}{2}\pi + \frac{\alpha_1}{2} \right],$$

где $\alpha_1 = 2 \arccotg \alpha$.

На рис. 2 представлен фрагмент реализации таким образом смоделированного анизотропного случайного поля с коэффициентом анизотропии $\alpha \sim 250$.

Для проведения компьютерных расчетов рассеяния звука на анизотропных неоднородностях океанской среды была выбрана следующая геометрия модельного эксперимента. Была сформирована вертикальная излучающая антенна с центром на глубине 300 м, длиной 50 м, которая на частоте 500 Гц создавала пучок, направленный под углом 15° вниз относительно горизонтали так, как показано на рисунке. Центр рассеивающего объема с вертикальным размером 400 м и горизонтальным 1 км, заполненный неоднородностями скорости звука, размещался на глубине 8 км и расстоянии 28.5 км. Такое расположение

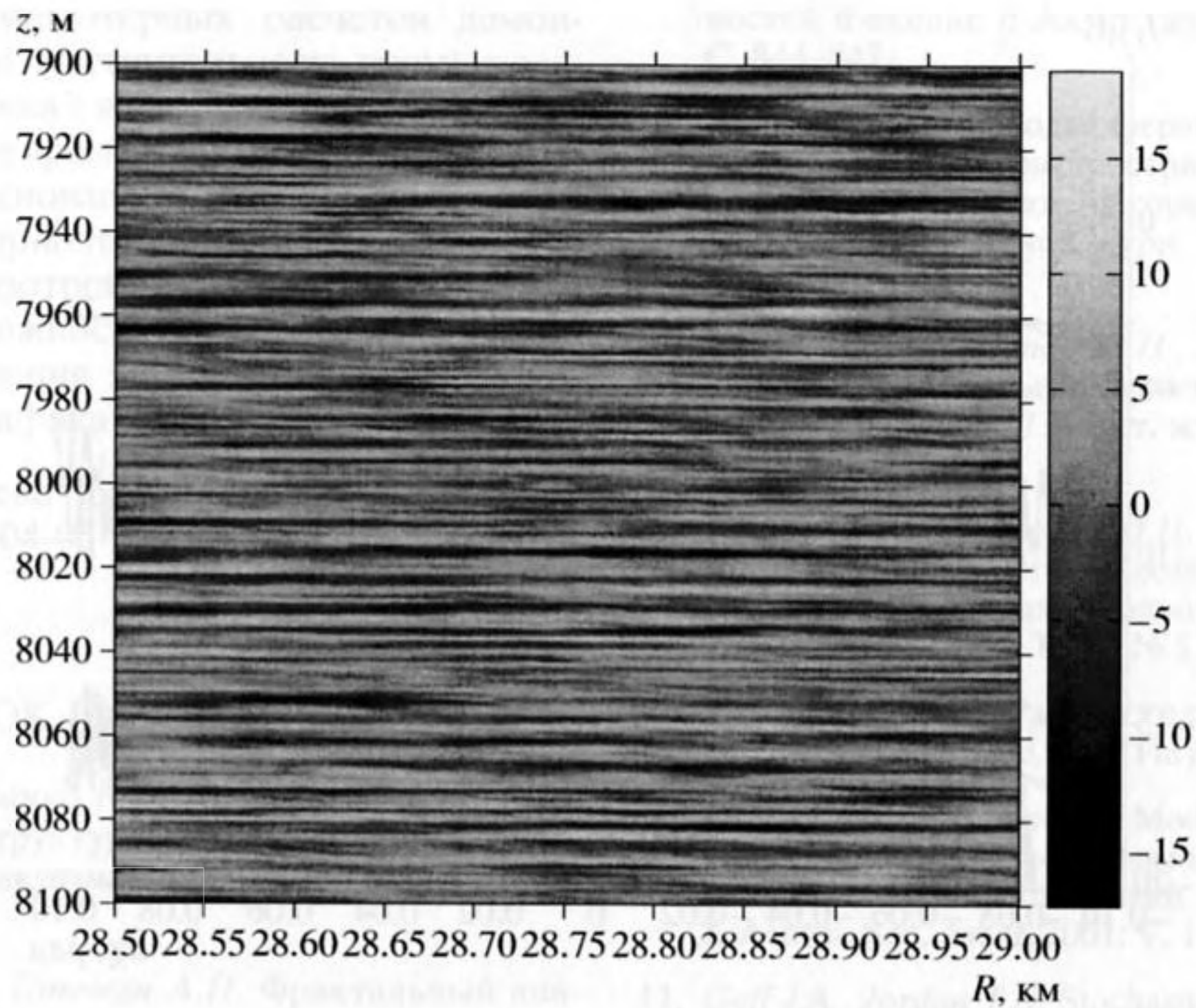


Рис. 2. Фрагмент анизотропного поля скорости звука, сформированного в рассеивающем объеме с радиусом корреляции по горизонтали около 250 м и вертикальным около 1 м. Поле неоднородностей скорости звука в рассеивающем объеме формировалось при следующих параметрах: $\kappa_1 = 0.8 \text{ м}^{-1}$, $\kappa_2 = 150 \text{ м}^{-1}$, $d\kappa = 0.02 \text{ м}^{-1}$, $\eta_0 = 1.0 \text{ м}$, $\nu = 0.25$, $\alpha = 250$, $\overline{\mu^2} = 10^{-8}$.

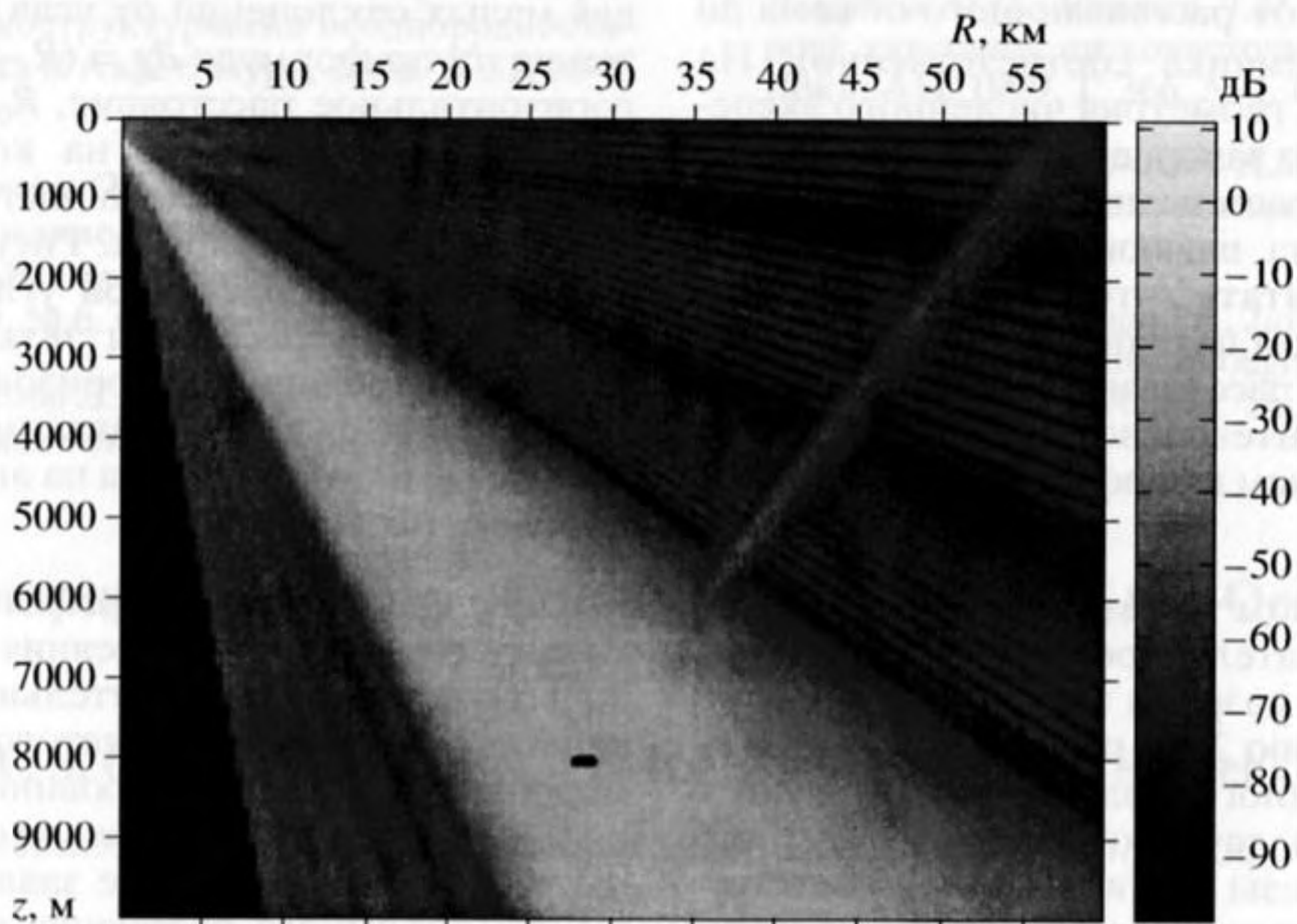


Рис. 3. Геометрия численного эксперимента.

рассеивающего объема не характерно для реального океана, но удобно для сравнения результатов моделирования с аналитическими оценками. На глубине 3300 м вычислялся горизонтальный раз-

рез звукового поля, который пересекал пучок рассеянного неоднородным объемом звука на расстоянии около 46 км. Радиус зоны Френеля для этих параметров, определенный по известной формуле

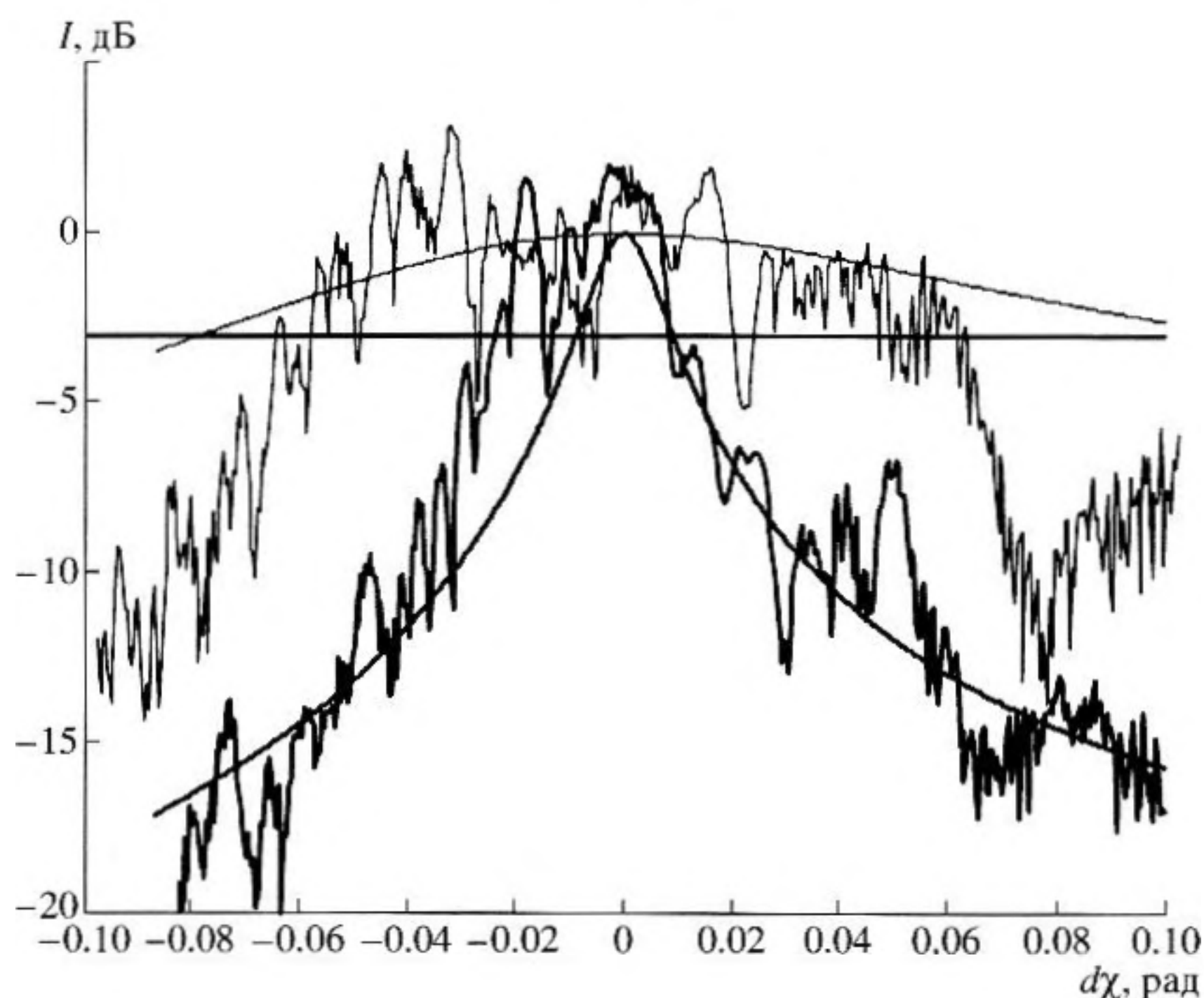


Рис. 4. Угловые зависимости интенсивности рассеянного звукового поля в окрестности угла зеркального отражения (расчитанные и теоретические) для различных коэффициентов анизотропии неоднородностей $\alpha = 250$ (жирные линии) и $\alpha = 25$ (тонкие линии). Прямой горизонтальной линией обозначен уровень -3 дБ.

$$a_f = \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \cong 200 \text{ м} \quad (\lambda - \text{длина падающей волны,}$$

R_1, R_2 — расстояния от рассеивающего объема до излучателя и приемника соответственно). На рис. 3 представлена геометрия численного эксперимента, на котором зачерненным полем отмечено расположение рассеивающего объема. Учитывая угол наклона падающего и рассеянного пучков, можно считать, что практически весь рассеивающий объем находился в зоне Френеля. При этом условия рассеивающий объем можно считать малым, а интенсивность рассеянного поля пропорциональным коэффициенту объемного рассеяния.

В сформированном таким образом поле неоднородностей показателя преломления считывались вертикальные разрезы этого поля через интервал по расстоянию 24 м, равный шагу аппроксимации неоднородного поля скорости звука в программе расчета звукового поля. Затем эти вертикальные разрезы вводились на соответствующих расстояниях и глубинах в модель, по которой проводился расчет звукового поля. Расчет проводился по двум моделям с радиусами корреляции по горизонтали $\xi_{0x} = 25$ м и 250 м при неизменных остальных параметрах и радиусе корреляции по вертикали 1 м. Для каждой из моделей генерировались 10 независимых реализаций неоднородного поля показателя преломления, результаты расчетов по которым затем осреднялись. По

простым геометрическим соображениям горизонтальная координата пересчитывалась в угловую для малых отклонений от угла зеркального отражения $d\chi$ по формуле $d\chi = (R - R_0)\text{Sin}(15^\circ)/R_2$, R — горизонтальное расстояние, $R_0 = 46.3$ км — горизонтальное расстояние, на котором зеркально отраженный от рассеивающего объема луч достигает горизонта 3.3 км. Рисунки демонстрируют расширение расчетной угловой зависимости интенсивности рассеяния звука с уменьшением радиуса корреляции по горизонтали и служат для сравнения ее с угловой зависимостью коэффициента объемного рассеяния на анизотропных неоднородностях (11).

Полученные таким образом расчетные зависимости интенсивности рассеяния звука от малых угловых отклонений относительно направления зеркального отражения, принятого за нулевое, отнормированные к одному уровню, представлены на рис. 4. На этом же рисунке для сравнения приведены теоретические кривые зависимостей коэффициента объемного рассеяния, пропорциональные интенсивности рассеянного поля и рассчитанные для тех же параметров неоднородностей. Сравнение приведенных на рисунке зависимостей показывает достаточно хорошее совпадение теоретических и компьютерных расчетов уширения углового распределения интенсивности рассеяния звука при уменьшении горизонтального радиуса корреляции неоднородностей.

Результаты компьютерных расчетов демонстрируют хорошую чувствительность прямых расчетов рассеяния звука с помощью широко используемой в настоящее время в задачах распространения программы, основанной на широкоугольном параболическом приближении, к изменчивости коэффициента анизотропии неоднородностей скорости звука и возможность ее применения для расчетов распространения звука в океане с тонкоструктурной стратификацией.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 04-05-64557) и гранта НШ-1277.2003.5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гостев В.С., Швачко Р.Ф. Акустические характеристики тонкоструктурных образований в океане // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984. С. 153–164.
2. Любицкий А.А., Панчева А.П. Фрактальный анализ тонкой температурной структуры океанского термоклина // I Международная конференция "Термодинамика океана; микро- и мезомасштабы". Тезисы докладов. М., 2000. С. 23.
3. Гостев В.С., Микрюков А.В., Попов О.Е., Швачко Р.Ф. Спектрально-энергетические характеристики звуковых полей, рассеянных в зону геометрической тени тонкоструктурными неоднородностями скорости звука // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 1–6.
4. Гостев В.С., Попов О.Е., Швачко Р.Ф. Компьютерное моделирование звуковых полей в океане с тонкоструктурными неоднородностями // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 778–784.
5. Гостев В.С., Носова Л.Н., Швачко Р.Ф. Об акустической диагностике тонкоструктурных неоднородностей в океане // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 6. С. 844–847.
6. Авилов К.В. Псевдодифференциальные параболические уравнения распространения звука в океане, плавно неоднородном по горизонтали, и их численные решения // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 1. С. 5–12.
7. Копыл Е.А., Лысанов Ю.П., Лямиев Л.М. Рассеяние звука случайными фрактальными неоднородностями в океане // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 517–522.
8. Копыл Е.А., Лысанов Ю.П. Об угловой зависимости коэффициента рассеяния звука на анизотропных объемных неоднородностях океана // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 5. С. 671–675.
9. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: "Наука", 1967.
10. Li D., Frisk G.V., Tang D. Modeling of Bottom Backscattering from Three-Dimensional Volume Inhomogeneities and Comparison with Experimental Data // J. Acoust. Soc. Amer. 2001. V. 109. № 4. P. 1384–1397.
11. Goff J.A., Jordan T.H. Stochastic Modeling of Seafloor Morphology: Inversion of Sea Beam Data for Second Order Statistics // J. Geophys. Res. 1988. V. 93. № B11. P. 13589–13608.
12. Brekhovskikh L.M., Lysanov Yu.P. Fundamentals of Ocean Acoustics, 3rd Edition. New-York: Springer, 2003.
13. Лысанов Ю.П., Лямиев Л.М. О фрактальной природе затухания низкочастотного звука в океане // Докл. АН. 1999. Т. 366. № 1. С. 36–38.
14. Зельдович Я.Б., Соколов Д.Д. Фрактали, подобие, промежуточная асимптотика // УФН. 1985. Т. 146. Вып. 3. С. 493–506.
15. Chevret P., Blanc-Benon Ph., Juve D. A numerical model for sound propagation through a turbulent atmosphere near the ground. J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 100. № 6. P. 3587–3599.

Computer Modeling of Sound Propagation in the Ocean with Fractal Inhomogeneities

V. S. Gostev, E. A. Kopyl, Yu. P. Lysanov, and R. F. Shvachko

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia

e-mail: bvp@akin.ru

Abstract—The wave-field computer code based on the wide-angle parabolic equation is modified and adapted to the problems of sound scattering in a medium with anisotropic inhomogeneities of fractal type. To verify the computer code, a model numerical experiment on determining the angular dependence of the scattered sound field is performed for different anisotropy coefficients of the sound speed inhomogeneities. The comparison of the computed data with the theoretical dependences shows their rather good agreement and evidences that the computer code can be applied to calculations of sound propagation in the ocean with fine-structure inhomogeneities possessing fractal properties.