АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2007, том 53, № 2, с. 249–253

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД, ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 550.832:552.5

ВЛИЯНИЕ МЕЖФАЗНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ НА КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ УПРУГИХ ВОЛН В НАСЫЩЕННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

© 2007 г. М. Г. Марков

Instituto Mexicano del Petróleo, Eje Central Lázaro Cárdenas 152, CP 07730, México, DF
E-mail: mmarkov@imp.mx

Поступила в редакцию 16.03.05 г.

С использованием метода, предложенного Бедфордом, Костли и Штерном (Bedford, Costley, and Stern, 1984), получены выражения для коэффициента сопротивления и массовой связи в уравнениях акустики насыщенных пористых сред (НПС) с учетом проскальзывания фаз на границе. Подробно исследован случай заполненных газом пор, когда выражение для коэффициента изотермического скольжения может быть получено в явном виде из решения кинетического уравнения Больцмана. Показано, что для продольных волн первого рода и поперечных волн влияние межфазного скольжения на их скорости мало. Наличие межфазного скольжения ведет к увеличению коэффициентов затухания этих волн, однако рассчитанные значения остаются существенно меньшими, чем измеренные. Для продольной волны второго рода влияние межфазного скольжения на ее кинематические и динамические параметры достаточно велико и может быть оценено экспериментально.

PACS: 43.20.Jr, 47.27.Lx

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время акустика насыщенных пористых сред (НПС), теоретические основы которой были заложены в пионерских работах Френкеля и Био [1–2], относится к числу наиболее быстро развивающихся разделов механики многофазных систем. Основное положение теории Френкеля–Био о наличии в НПС двух типов продольных волн (первого и второго рода) получила убедительное экспериментальное подтверждение [3–4], а теоретические результаты получили дальнейшее развитие в ряде монографий [5–8] и огромном количестве журнальных публикаций.

Как правило, при построении уравнений НПС используется предположение о применимости на микроуровне уравнений теории упругости и Навье–Стокса с условием непрерывности скоростей фаз на межфазных границах с последующим осреднением. В работах [9–10] была предпринята попытка учета возможности проскальзывания на границах между твердой и жидкой фазами. Для скорости межфазного скольжения было предложено эмпирическое выражение, согласно которому эта скорость существенно зависит от частоты и стремится к нулю в области как малых, так и высоких частот. Наличие межфазного скольжения доказано экспериментально для жидкостей [11] и газов [12], однако есть основания считать, что это скольжение имеет место и в области низких частот, причем, по крайней мере, для газов задача может быть решена с достаточной точностью с использованием методов статистической механики или молекулярной динамики. Режим течения со скольжением реализуется, например, при лабораторных исследованиях горных пород, коллекторов нефти и газа.

В нашей работе с использованием имеющихся теоретических результатов [13] для коэффициента изотермического скольжения рассчитаны коэффициенты сопротивления и массовой связи в уравнениях акустики НПС и оценено влияние межфазного скольжения на кинематические и динамические параметры упругих волн.

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ И МАССОВОЙ СВЯЗИ В УРАВНЕНИЯХ НПС

Для расчета воспользуемся методом, предложенным в [14–15]. Запишем уравнения динамики НПС в виде:

$$\begin{aligned} \rho_s(1-\varphi)\ddot{\mathbf{U}} &= \partial_x \mathbf{T} + b(\dot{\mathbf{U}}_f - \dot{\mathbf{U}}) + c(\ddot{\mathbf{U}}_f - \ddot{\mathbf{U}}), \\ \rho_f(1-\varphi)\ddot{\mathbf{U}}_f &= \partial_x \mathbf{T}_f - b(\dot{\mathbf{U}}_f - \dot{\mathbf{U}}) - c(\ddot{\mathbf{U}}_f - \ddot{\mathbf{U}}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{U}$, $\mathbf{U}_f$ – векторы смещений скелета и флюида в порах; ρ_s – плотности упругого скелета и флюида; $\mathbf{T}$, $\mathbf{T}_f$ – тензоры напряжений в упругом скелете и флюиде, φ – коэффициент пористости; b и c – соответственно коэффициенты сопротивления и массовой связи.

Рассмотрим теперь, следуя [14], гипотетический эксперимент, в котором твердая фаза совершает однородные пространственные колебания $\mathbf{U} = \exp(-i\omega t)$. В результате жидкость тоже будет совершать пространственно-однородные колебания $\mathbf{U}_f = u_f \exp(-i\omega t)$. Подставляя во второе уравнение системы (1) эти выражения, получим

$$i\omega b(u_f - 1) - c\omega^2(1 - u_f) = -\omega^2 \varphi \rho_f u_f. \qquad (2)$$

Решая комплексное уравнение (2) относительно вещественных коэффициентов b и c, получим:

$$b = \mathrm{Im}\left(\omega\varphi\rho_f \frac{u_f}{1 - u_f}\right), \qquad (3)$$

$$c = \mathrm{Re}\left(\varphi\rho_f \frac{u_f}{1 - u_f}\right). \qquad (4)$$

Рассмотрим теперь следующую модельную задачу: пусть поры представляют собой систему бесконечных цилиндрических капилляров кругового сечения, и пусть стенки цилиндров совершают продольные колебания с частотой ω. Запишем уравнения Навье–Стокса в виде:

$$\rho_f \dot{\mathbf{V}}_f = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V}_f, \quad \mathrm{div}\mathbf{V}_f = 0, \qquad (5)$$

где p – давление; $\mathbf{V}_f$ и μ – скорость и кинематическая вязкость флюида, с граничными условиями скольжения в виде [16]:

$$V_{f\tau} - V_{s\tau} = \delta \partial_n V_{f\tau}, \qquad (6)$$

где δ – параметр с размерностью длины. Для жидкостей этот параметр составляет единицы и десятки нанометров [11–12], для газов его принято записывать в виде $\delta = C_{sl}\lambda$, где λ – длина свободного пробега молекул газа, C_{sl} – коэффициент изотермического скольжения [16–17], зависящий от свойств твердой поверхности. Возможность применения уравнений несжимаемой жидкости (5) для описания нестационарных колебаний жидкости в капиллярах подробно обоснована в работе [18]. Для коэффициента изотермического скольжения с использованием модельного (модель БГК) интеграла столкновений в уравнении Больцмана было получено следующее аналитическое выражение [13]:

$$C_{sl} = \frac{2 - 0.853q}{q}, \qquad (7)$$

в котором q – коэффициент аккомодации тангенциального импульса, который показывает, какая часть молекул отразилась от стенки диффузно. Обычно значения этого коэффициента лежат в интервале [0.5, 1].

Решение уранений (5) с граничными условиями (6) имеет вид

$$V_f = \frac{J_0(\beta r)}{J_0(\beta a) - C_{sl}\beta\lambda J_1(\beta a)}, \qquad (8)$$

где $\beta = \sqrt{i\omega/\nu}$, a – радиус капилляра, ν – кинематическая вязкость.

Усредняя выражение (8) по сечению капилляра, получаем выражение для среднего смещения жидкости u_f

$$u_f = \frac{2J_1(\beta a)}{\beta a} \frac{1}{J_0(\beta a) - C_{sl}\beta\lambda J_1(\beta a)}, \qquad (9)$$

откуда легко находятся выражения для коэффициентов b и c. В области малых частот ($\omega \longrightarrow 0$) эти формулы имеют вид

$$b_0 = \frac{8\nu\rho_f\varphi}{a^2 + 4C_{sl}\lambda a}, \qquad (10)$$

$$c_0 = \frac{a^2\rho_f\varphi}{3(a + 4C_{sl}\lambda)^2}. \qquad (11)$$

При $C_{sl}\lambda = 0$ выражения (10) и (11) совпадают с полученными в работе [14]. Из выражения (10) для коэффициента сопротивления, который обратно пропорционален коэффициенту проницаемости, нетрудно получить зависимость $K_{pr} = K^0_{pr}(1 + \mathrm{const}/p)$, которая совпадает с эмпирическим законом Клинкенберга, полученным для фильтрации газа в пористой среде [19].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Приведем примеры расчетов с использованием результатов, полученных в предыдущем разделе. Ограничимся ситуацией, когда флюид в порах – газ, поскольку для газовой фазы эффекты скольжения выражены значительно сильнее, чем для жидкости.

Результаты расчетов коэффициентов b и c в зависимости от безразмерной частоты β представлены на рис. 1. Расчеты приведены для разных чисел Кнудсена ($Kn = \lambda/a$). Коэффициент аккомодации тангенциального импульса принят равным 1, радиус капилляров $a = 3 \times 10^{-6}$ м, кинематическая вязкость $\nu = 0.12$ см^2/с, плотность газа $\rho_f = 1.2 \times 10^{-3}$ г/см^3. Как показали проведенные расчеты, учет скольжения ведет к заметному изменению коэффициентов b, и особенно c, хотя

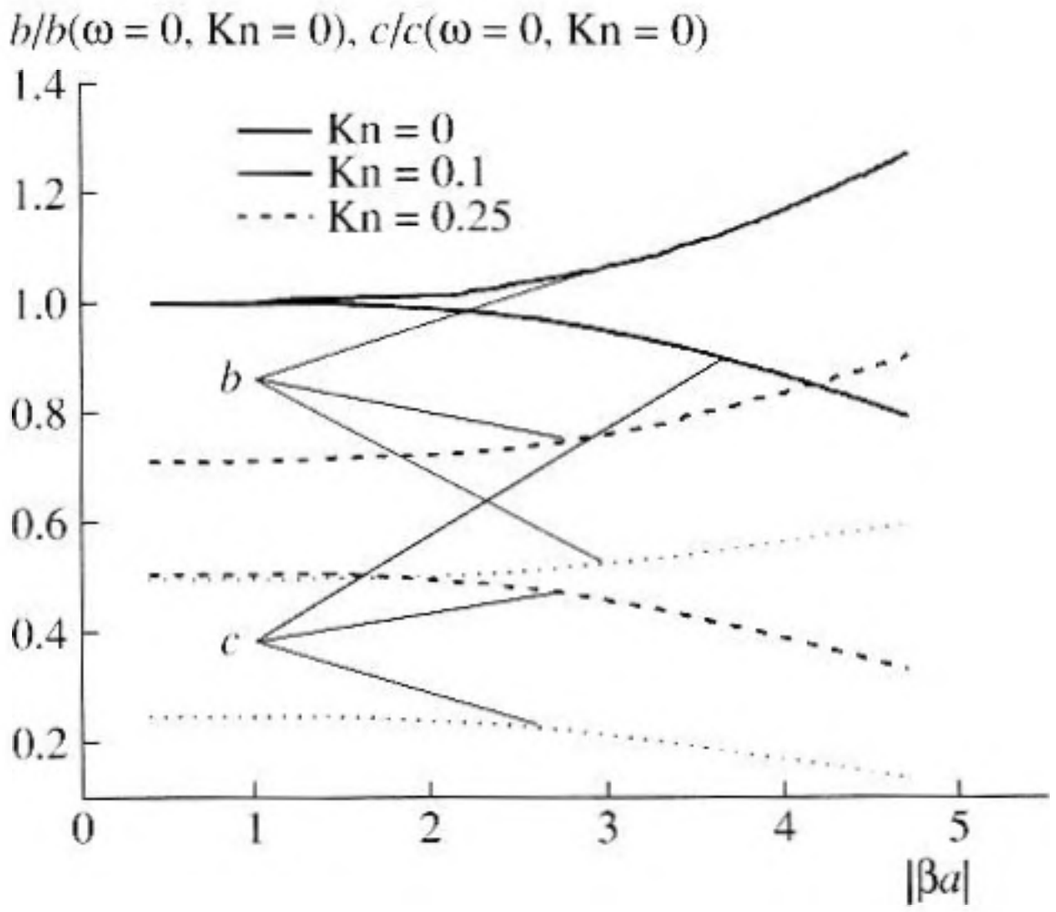

Рис. 1. Зависимости коэффициентов сопротивления b и массовой связи c от безразмерной частоты.

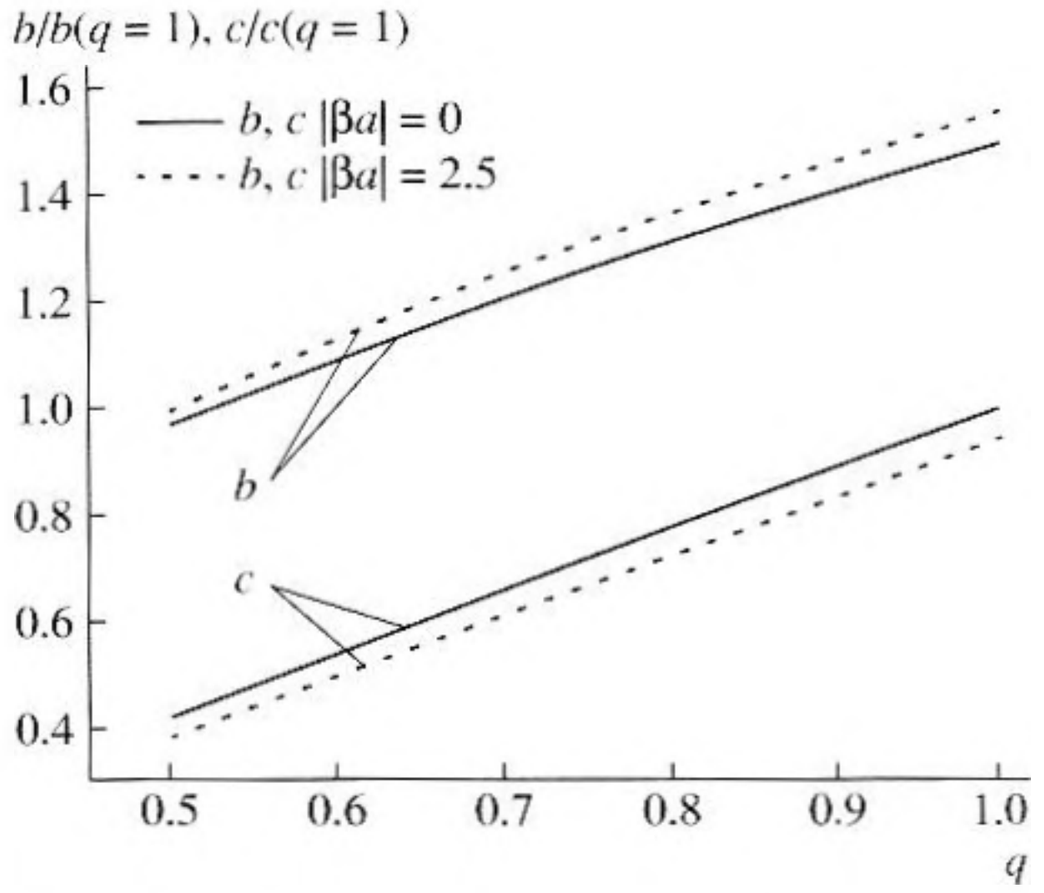

Рис. 2. Зависимости коэффициентов сопротивления b и массовой связи c от коэффициента аккомодации тангенциального импульса q.

общий характер зависимости остается тем же самым, что и без учета скольжения (сплошная линия на рис. 1).

На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов b и c от коэффициента аккомодации тангенциального импульса q. Расчеты выполнены для тех же параметров среды, что и для рис. 1.

Анализ полученных результатов свидетельствует о значительной зависимости коэффициентов сопротивления и присоединенной массы от коэффициента q, их возрастание с увеличением коэффициента аккомодации тангенциального импульса легко объяснимо: с ростом этого коэффициента большая часть тангенциальной компоненты импульса падающих молекул передается твердой стенке капилляра, что ведет к возрастанию сопротивления колебаниям.

Проведенный анализ показал, что в низкочастотной области (ниже критической частоты Био [2]) скорости продольной волны 1 рода и поперечной волны описываются классическими формулами Био [2]. Учет влияния межфазного скольжения для этих волн ведет в той же частотной области к увеличению коэффициентов затухания. В реальных пористых средах, например, горных породах, наблюдаются значительно большие, чем рассчитанные с использованием уравнений (1), затухания. Для объяснения этого расхождения следует, видимо, принимать во внимание другие возможные механизмы поглощения упругих волн в НПС, не связанные напрямую с межфазным скольжением. В противоположность этому эффект скольжения может оказать существенное влияние на кинематические и динамические параметры продольной волны 2 рода, поскольку в

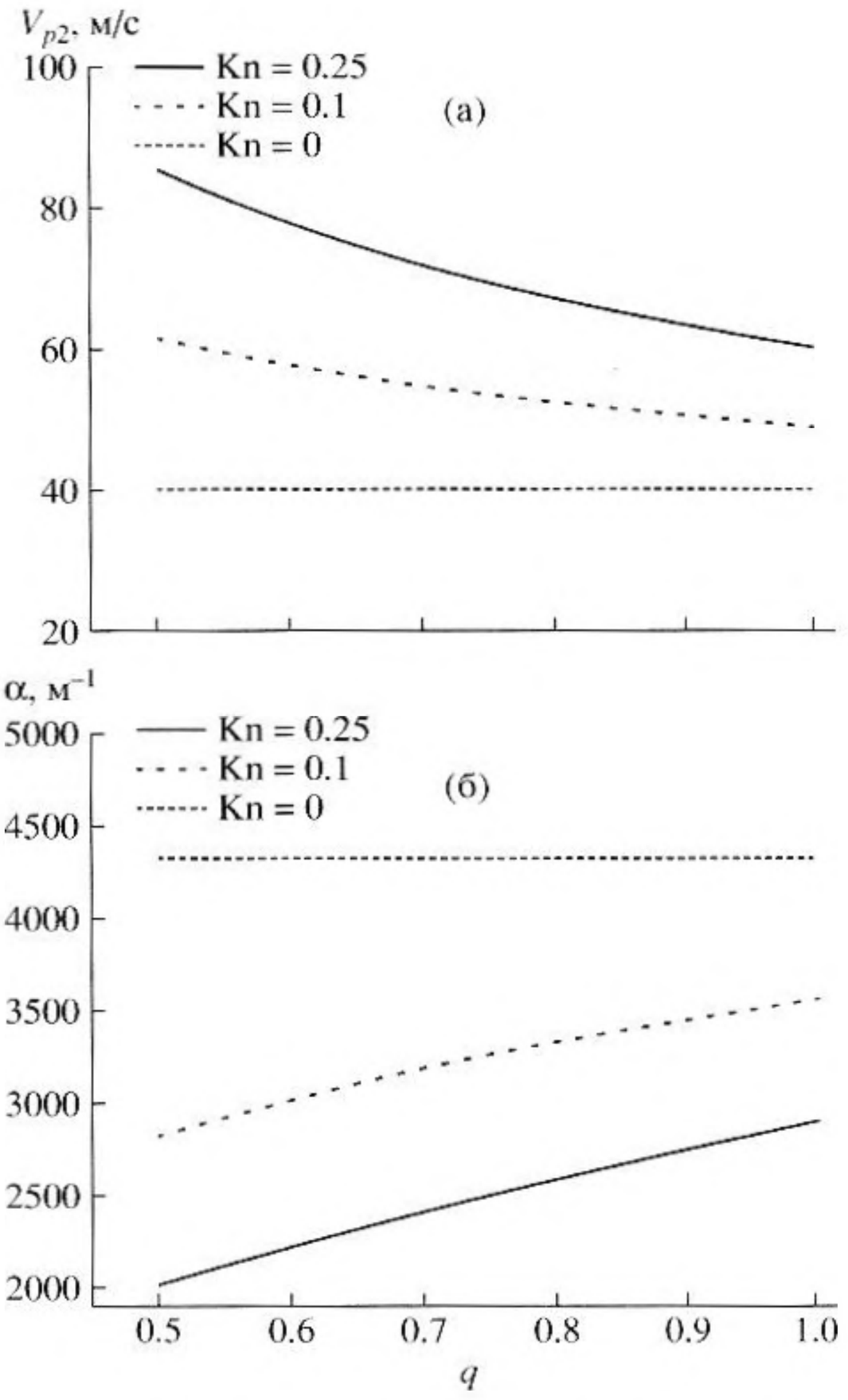

Рис. 3. Частотные зависимости скорости (а) и коэффициента затухания (б) продольной волны второго рода от коэффициента аккомодации тангенциального импульса q.

очень широком частотном диапазоне эта волна является диффузионной, и ее свойства очень сильно зависят от межфазного взаимодействия. На рис. 3 представлены результаты расчетов скорости и затухания этой волны как функций коэффициента аккомодации. Расчеты выполнены для параметра $|\beta a| = 1$, скорости продольной и поперечной волн в веществе скелета равны 5.25 км/с и 3.10 км/с; плотность вещества скелета – 2.65 г/см^3; скорость звука в газе равна 330 м/с; остальные параметры взяты теми же, что при расчетах графиков на рис. 1 и 2. Данные расчетов свидетельствуют, что скорость продольной волны второго рода может возрасти вдвое в режиме со скольжением, а ее затухание, соответственно, уменьшается во столько же раз. Полученные результаты, на наш взгляд, свидетельствуют о принципиальной возможности решения важной обратной задачи: определения коэффициента аккомодации тангенциального импульса по измерениям скорости продольной волны 2 рода при разных давлениях газа (числах Кнудсена).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В нашей работе с учетом межфазного скольжения рассчитаны коэффициенты сопротивления и присоединенной массы, входящие в уравнения механики НПС. Проведенные расчеты показали, что учет межфазного скольжения не может объяснить наблюдающиеся на практике высокие затухания продольных волн 1 рода и поперечных волн в НПС, например, горных породах. Вместе с тем, для медленной и быстозатухающей продольной волны 2 рода влияние межфазного скольжения на ее кинематические и динамические параметры достаточно велико и может быть оценено экспериментально.

В заключение автор выражает благодарность своим коллегам из Мексиканского Института нефти (IMP) профессору В.М. Левину, Е.Д. Казаченко, А.А. Мусатову и профессору Б.Я. Гуревичу из Curtin University of Technology, Перт, Австралия, за плодотворную дискуссию.

Работа выполнена в рамках программы "Исследования трещиноватых месторождений" (YNF) Мексиканского института нефти.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Френкель Я.И.* К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геоф. 1944. Т. 8. № 4. С. 133–149.
2. *Biot M.A.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid – saturated porous solid // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. № 2. P. 168–191.
3. *Plona T.J.* Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. № 4. P. 256–261.
4. *Донцов В.Е., Кузнецов В.В., Накоряков В.Е.* Распространение волн давления в пористой среде, насыщенной жидкостью // ПМТФ. 1988. № 1. С. 120–130.
5. *Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.Ф.* Механика насыщенных пористых сред. 1970. М., Недра, 232 с.
6. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М., Наука. 1978. 336 с.
7. *Bourbié T., Coussy O., Zinzner B.* Acoustics of porous media. Houston, Gulf Publishing Co., 1987. 334 p.
8. *Быков В.Г.* Сейсмические волны в пористых насыщенных породах. Владивосток, Дальнаука, 1999. 108 с.
9. *Tsiklauri D.* Phenomenological model of propagation of the elastic waves in a fluid-saturated porous solid with nonzero boundary slip velocity // J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 112. № 3. P. 843–849.
10. *Cui Zhi-Wen, Liu Jin-Xia, Wang Ke-Xie.* Elastic waves in non-Newtonian (Maxwell) fluid-saturated porous media // Waves in Random Media. 2003. V. 13. P. 191–203.
11. *Vinogradova O.I.* Slippage of water over hydrophobic surfaces // Int. J. Miner. Process. 1999. V. 56. P. 31–60.
12. *Gad-el-Hak M.* The fluid mechanics of microdevices – The Freeman scholar lecture // J. of Fluid Eng. 1999. V. 121. № 5. P. 5–33.
13. *Черчиньяни К.* Математические методы в кинетической теории газов. М.: Мир, 1973. 248 с.
14. *Bedford A., Costley R.D., Stern M.* On the drug and virtual mass coefficients in Biot's equations // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 76. P. 556–565.
15. *Norris A.* On the viscodynamic operator in Biot's equations of poroelasticity // J. of Wave-Mat. Interaction. 1986. V. 1. P. 365–380.
16. *Лившиц И.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1982. 430 с.
17. *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
18. *Pride S.R., Morgan F.D., Gangi A.F.* Drag forces of porous-medium acoustics // Phys. Rev. V. 47B. № 9. P. 4964–4978.
19. *Klinkenberg L.J.* The Permeability of Porous Media to Liquids and Gases // API Drilling and production practice. 1941. P. 200–213.

Effect of Interfacial Slip on the Kinematic and Dynamic Parameters of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Medium

M. G. Markov

Instituto Mexicano del Petróleo, Eje Central Lázaro Cárdenas 152, CP 07730, México, DF
e-mail: mmarkov@imp.mx

Abstract—The method proposed by Bedford, Costley, and Stern (in 1984) is used to derive the expressions for the drag and virtual mass coefficients involved in the equations of the acoustics of fluid-saturated porous media with taking into account the interfacial slip. Special consideration is given to the case of gas-filled pores, which allows one to obtain the expression for the isothermal slip factor in an explicit form by solving the Boltzmann kinetic equation. It is shown that, for longitudinal waves of the first kind and transverse waves, the effect of the interfacial slip on their velocities is small. The presence of the interfacial slip leads to an increase in the attenuation coefficients of these waves, but the corresponding calculated values prove to be much smaller than the measured ones. For the longitudinal waves of the second kind, the effect of the interfacial slip on their kinematic and dynamic parameters is considerable and can be estimated experimentally.