

УДК 534.21

ПРОХОЖДЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА ИЗ ВОДЫ В ВОЗДУХ

© 2007 г. О. А. Годин

Cooperative Institute for Research in Environmental Sciences, University of Colorado at Boulder and NOAA Earth System Research Laboratory, 325 Broadway, Boulder, Colorado 80305-3328, USA.

E-mail: Oleg.Godin@noaa.gov

Поступила в редакцию 06.09.06 г.

Л.М. Бреховских обнаружил и исследовал важную роль, которую играют излучаемые точечным источником неоднородные волны при преломлении в среду с меньшей скоростью звука, в частности, из воды в воздух. В настоящей работе изучается энергетика излучения звука в воздух находящимся под водой точечным источником. Показано, что перенос энергии неоднородными волнами приводит к явлению аномальной прозрачности границы раздела для низкочастотного звука. Аномальная прозрачность проявляется в том, что с понижением частоты звука увеличивается поток мощности через границу, и на достаточно низких частотах практически вся производимая подводным источником акустическая энергия излучается в воздух. Напротив, на высоких частотах, когда вклад неоднородных волн становится пренебрежимо мал, граница раздела воды и воздуха подобна абсолютно отражающей, и практически вся производимая источником акустическая энергия излучается в воду. Явление аномальной прозрачности меняет сложившиеся представления о возможности акустической связи между точками в воде и воздухе и о роли физических процессов в водной толще в генерации акустических шумов в атмосфере.

PACS: 43.20.Ef, 43.28.Dm, 43.30.Jx

ВВЕДЕНИЕ

Принято считать, что граница раздела воды и воздуха по своим акустическим свойствам близка к идеально отражающей границе [1, р. 135], и отношение потоков энергии в преломленной и падающей волнах по порядку величины равно малому отношению волновых импедансов воздуха и воды [2, с. 134]. Эти утверждения опираются на анализ отражения плоских волн [2, с. 134] и подтверждаются лучевой теорией в случае точечного источника звука [3; 1, р. 413].

При исследовании асимптотики поля точечного источника, расположенного над плоской границей двух однородных жидкостей, на больших горизонтальных расстояниях от источника Л.М. Бреховских установил [4; 5, § 12.3], что геометрическая акустика неприменима, и дифракционные эффекты дают большой вклад в преломленную волну, когда источник находится в среде с большей скоростью звука на расстояниях меньше или порядка длины волны от границы. Дифракционная компонента поля в этом случае связана с создаваемыми точечным источником неоднородными волнами, которые порождают однородные плоские волны в среде с меньшей скоростью звука [4; 5, § 12.3].

В настоящей работе рассматривается звуковое поле в воздухе от монохроматического точечного источника звука в воде. Нас интересуют интегральные характеристики прохождения звука через границу раздела. Прохождение волн мы

будем характеризовать потоком акустической мощности в воздух и прозрачностью границы, определенной как отношение потока мощности в преломленной волне к полному потоку мощности, излучаемому источником. Будет показано, что дифракционные эффекты кардинально меняют картину прохождения звука из воды в воздух. Согласно строгому волновому расчету, поток энергии в воздух может на несколько порядков превосходить величину, предсказываемую лучевой теорией. Более того, при определенных условиях граница раздела становится аномально прозрачной для звука; практически вся генерируемая подводным источником акустическая мощность излучается в воздух. Физический механизм усиления прохождения звука через границу связан с переносом энергии от источника неоднородными волнами. В отличие от задачи, рассмотренной Л.М. Бреховских, основные процессы разворачиваются на расстояниях порядка длины волны от источника (когда глубина источника меньше или порядка длины волны), однако в обоих случаях ключевую роль играют те неоднородные плоские волны, которые после преломления становятся однородными плоскими волнами. В согласии с установленным Л.М. Бреховских правилом [4; 5, § 12.3], дифракционные эффекты существенны, и явление аномальной прозрачности оказывается возможным только на достаточно низких частотах, когда глубина источника меньше или порядка длины звуковой волны.

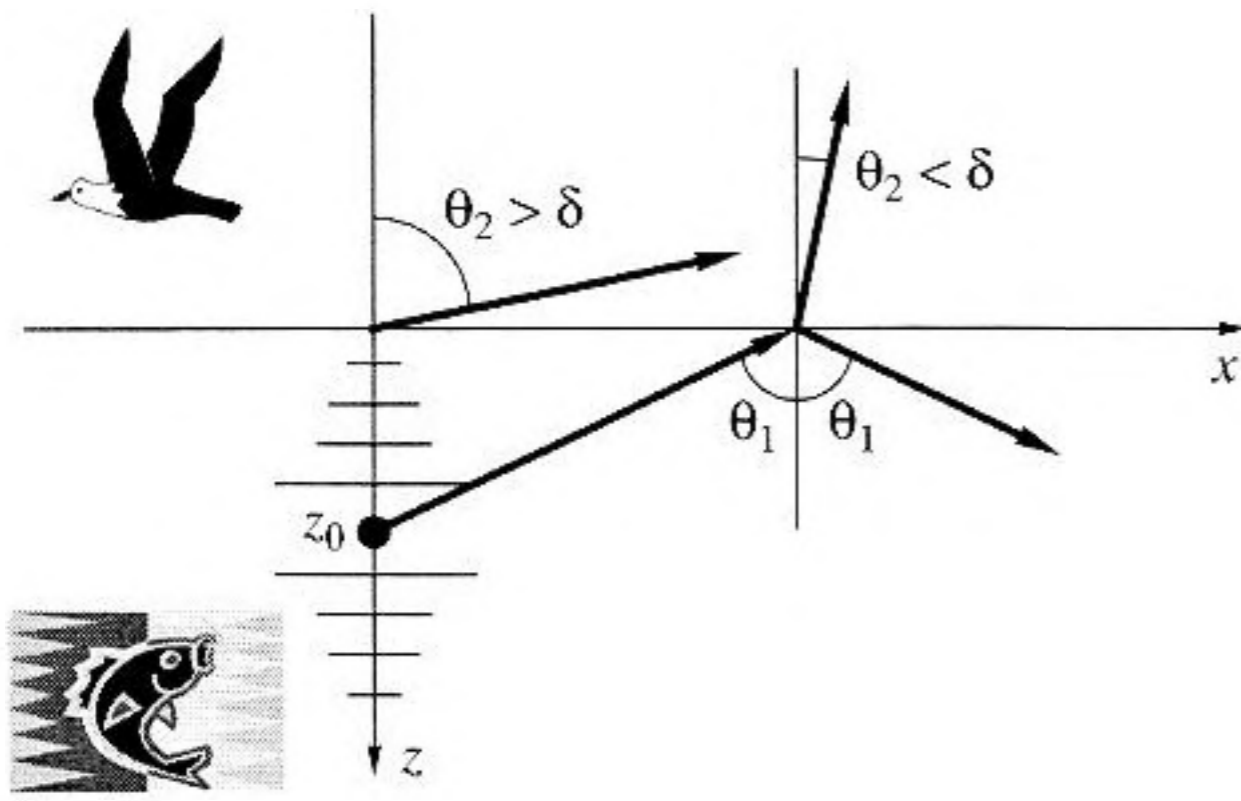


Рис. 1. Преломление плоских волн на границе воды и воздуха. Горизонтальные черточки схематически изображают неоднородные волны, излучаемые подводным источником звука. θ_1 – углы падения и отражения, θ_2 – угол преломления, $\delta = \arcsin n$, z_0 – глубина источника.

АКУСТИЧЕСКАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ

Введем систему ортогональных декартовых координат (x, y, z) , где вертикальная координатная ось Oz направлена вниз. Горизонтальная плоскость xy совпадает с границей раздела воды и воздуха (рис. 1). Водное ($z > 0$) и воздушное ($z < 0$) полупространства считаем однородными с плотностями ρ_1 и $\rho_2 = m\rho_1$ и скоростями звука c_1 и $c_2 = c_1/n$, соответственно. Характерные значения показателя преломления n и отношения m плотностей двух сред составляют $n = 4.5$, $m = 1.3 \times 10^{-3}$. Когда не оговорено противное, эти значения используются в приводимых ниже численных примерах.

Пусть в точке $(0, 0, z_0)$, $z_0 > 0$ в воде расположен монохроматический источник звука. Излучаемую источником волну p_1 в отсутствие границы, отраженную в воду волну p_2 и преломленную в воздух волну p_3 представим в виде интегралов по плоским волнам [5, § 12]:

$$p_j(\mathbf{r}) = \frac{i}{2\pi} \int \frac{d^2 \mathbf{q}}{v_1} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + i v_1 z_0) Q_j(\mathbf{q}),$$

$$j = 1, 2, 3; \quad Q_1 = S_1(\mathbf{q}) \exp[i v_1 (z - 2z_0)], \quad z > z_0;$$

$$Q_2 = S_2(\mathbf{q}) \exp(-i v_1 z), \quad z < z_0; \quad (1)$$

$$Q_3 = S_2(\mathbf{q}) V(q) \exp(i v_1 z), \quad z > 0;$$

$$Q_3 = S_2(\mathbf{q}) W(q) \exp(-i v_2 z), \quad z < 0,$$

где $\mathbf{q} = (q_1, q_2, 0)$, $q \equiv |\mathbf{q}|$; $v_s = (k_s^2 - q^2)^{1/2}$, $\text{Im } v_s \geq 0$; $k_s = \omega/c_s$, $s = 1, 2$; ω – круговая частота,

$$V = (m v_1 - v_2)/(m v_1 + v_2), \quad (2)$$

$$W = 2m v_1/(m v_1 + v_2)$$

– френелевские коэффициенты отражения и прозрачности [5, § 2] падающей плоской волны с волновым вектором (q_1, q_2, v_1) . Временная зависимость $\exp(-i\omega t)$ акустического давления p_j подразумевается и не выписывается. Функции $S_1(\mathbf{q})$ и $S_2(\mathbf{q})$ определяются типом источника и имеют смысл плосковолновых спектров поля, излучаемого вверх и вниз, соответственно. В частности, при $S_1 = S_2 = 1$ из (1) следует $p_1 = p_0$ [5, § 12.1], где

$$p_0 = R^{-1} \exp(ik_1 R), \quad R = [x^2 + y^2 + (z - z_0)^2]^{1/2} \quad (3)$$

– сферическая волна единичной амплитуды, и источник представляет собой акустический монополь. При $S_1 = -S_2 = i v_1/k_1$ получаем $p_1 = k_1^{-1} \partial p_0/\partial z$, и источник представляет собой точечный вертикальный диполь. Спектры $S_1 = S_2 = i q_1/k_1$ соответствуют точечному горизонтальному диполю с $p_1 = k_1^{-1} \partial p_0/\partial x$. Физически, акустический монополь и диполь можно рассматривать, соответственно, как источники объемной скорости или сторонней силы, направленной вдоль оси диполя [5, § 15.2].

Согласно закону Снеллиуса, горизонтальные компоненты волнового вектора не изменяются при отражении и преломлении [5, § 2.2]. Волновые вектора отраженной и преломленной плоских волн равны (q_1, q_2, v_1) и $(q_1, q_2, -v_2)$. Плоские волны с $0 \leq q \leq k$ являются однородными в воде (т.е. $\text{Im } v_1 = 0$) и дают однородные преломленные волны в воздухе с углами преломления $0 \leq \theta_2 \leq \delta$, $\delta \equiv \arcsin n^{-1}$. Плоские волны с $k_1 < q \leq k_2$, которые являются неоднородными в воде (т.е. $\text{Im } v_1 > 0$), порождают однородные преломленные волны в воздухе с углами преломления $\delta < \theta_2 \leq \pi/2$ (рис. 1). Когда $q > k_2$, и падающие, и преломленные волны оказываются неоднородными. При нормальных условиях критический угол $\delta \approx 13^\circ$.

Поток акустической мощности J_a в воздух от подводного источника можно вычислить, интегрируя нормальную компоненту плотности потока акустической мощности, $(2\omega\rho)^{-1} \text{Im}(p^* \nabla p)$ [5, § 2.1], по поверхности $z = 0$. (Здесь и далее звездочка означает комплексное сопряжение.) Из равенств (1) находим

$$J_a = \frac{J_0}{4\pi k_1} \int_{q < k_2} d^2 \mathbf{q} |S_2(\mathbf{q})|^2 \times \exp(-2z_0 \text{Im } v_1) \text{Re} \left(\frac{1 - |V|^2 + 2i \text{Im } V}{v_1} \right), \quad (4)$$

где, как следует из (3), $J_0 = 2\pi/\rho_1 c_1$ – это мощность, излучаемая монопольным источником в воде в отсутствие границы. Дипольный источник в свободном пространстве излучает мощность $J_d = J_0/3$.

При наличии границы отраженная (в общем случае, рассеянная) волна меняет энергоотдачу источника звука, определяемую как полная излучаемая акустическая мощность. Общее выражение для энергоотдачи точечного источника в слоистой среде было получено в [6, Sec. 8.7] и в рассматриваемой задаче может быть записано в следующем виде:

$$J_t = \frac{J_0}{4\pi k_1} \int_{q < k_2} d^2 \mathbf{q} \left[|S_2(\mathbf{q})|^2 \exp(-2z_0 \operatorname{Im} v_1) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{Re} \left(\frac{1 - |V|^2 + 2i \operatorname{Im} V}{v_1} \right) + \right. \\ \left. + |S_1(\mathbf{q}) + V(q)S_2(\mathbf{q}) \exp(2i v_1 z_0)|^2 \operatorname{Re} v_1 / v_1^2 \right]. \quad (5)$$

Энергоотдача источника $J_t = J_a + J_w$ включает поток акустической энергии

$$J_w = \frac{J_0}{4\pi k_1} \int_{q < k_1} \frac{d^2 \mathbf{q}}{v_1} |S_1(\mathbf{q}) + V(q)S_2(\mathbf{q}) \exp(2i v_1 z_0)|^2, \quad (6)$$

который уносится на бесконечность в полупространстве $z > 0$. Соотношения (5) и (6) можно также получить без использования результатов [6, Sec. 8.7] из интегральных представлений (1) падающей и отраженной волн путем интегрирования вертикальной компоненты плотности потока мощности по плоскостям $z = z_0(1 \pm \epsilon)$, где $0 < \epsilon \ll 1$.

Формулы (4) и (5) справедливы для отражающих границ с произвольным коэффициентом отражения $V(\mathbf{q})$ плоских волн. Применим эти формулы к случаю монополюсного источника, расположенного под границей раздела воды и воздуха. Используя явное представление френелевского коэффициента отражения, для потока акустической энергии в воздух и для энергоотдачи источника находим:

$$J_a = m J_0 [A_1(n, m) + A_2(n, m, k_1 z_0)], \\ J_t = J_0 [T_1(n, m, k_1 z_0) + T_2(n, m, k_1 z_0)]. \quad (7)$$

Здесь A_1 и T_1 описывают вклады однородных плоских волн в воде, в то время как A_2 и T_2 описывают вклады тех неоднородных плоских волн в воде, которые порождают однородные преломленные волны в воздухе. Плосковолновые компоненты монохроматического звукового поля, которые являются неоднородными волнами и в воде, и в воздухе, не переносят акустическую энергию от источника. Хотя вертикальная компонента, $(2\omega\rho)^{-1} \operatorname{Im}(p^* \partial p / \partial z)$ осредненного по времени вектора плотности потока акустической мощности равна нулю в монохроматических неоднородных плоских волнах с волновым вектором $(q_1, q_2, \pm i|v_1|)$, суперпозиция таких неоднород-

ных волн с противоположными знаками вертикальной компоненты волнового вектора дает ненулевой поток энергии в вертикальном направлении при наличии сдвига фаз между двумя плоскими волнами. В воде неоднородные волны переносят энергию от источника к границе раздела с воздухом вследствие интерференции падающей и отраженной неоднородных волн.

Безразмерные величины $A_{1,2}$ и $T_{1,2}$ даются следующими интегралами:

$$A_1(n, m) = \int_0^1 \frac{\sqrt{n^2 - u} du}{(m\sqrt{1-u} + \sqrt{n^2 - u})^2}, \quad (8)$$

$$A_2(n, m, b) = \int_1^{n^2} \frac{\sqrt{n^2 - u} \exp(-2b\sqrt{u-1}) du}{n^2 - m^2 - (1 - m^2)u}, \quad (9)$$

$$T_2(n, m, b) = mA_2(n, m, b), \quad b \geq 0,$$

$$T_1(n, m, b) = \\ = 1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u}} \frac{m\sqrt{1-u} - \sqrt{n^2 - u}}{m\sqrt{1-u} + \sqrt{n^2 - u}} \cos(2b\sqrt{1-u}). \quad (10)$$

Поскольку отношение плотностей сред $m \ll 1$, можно ограничиться вычислением $A_{1,2}(n, m=0)$ и двух первых членов разложения T_1 по степеням m . Из определений (8) и (9) находим

$$A_1(n, 0) = \frac{2}{n + \sqrt{n^2 - 1}}, \quad A_2(n, 0, b) = \\ = \pi \sqrt{n^2 - 1} [L_{-1}(2b\sqrt{n^2 - 1}) - I_1(2b\sqrt{n^2 - 1})], \quad (11)$$

где L_j и I_j – модифицированные функции Струве и Бесселя (см., например, [7, Chaps. 9 and 12]). Отметим, что $A_2(n, m, b)$ – монотонно убывающая функция b . При $b \gg 1$ $A_2(n, m, b) = 0.5b^{-2}(n^2 - 1)^{-1/2}[1 + O(b^{-2})]$. Когда b возрастает от нуля до бесконечности, $A_2(n, 0, b)$ уменьшается от $2\sqrt{n^2 - 1}$ до нуля. Из определения (10) следует

$$T_1(n, m, b) = \\ = 1 - \frac{\sin 2b}{2b} + 2m \int_0^1 \frac{udu}{\sqrt{n^2 - 1 + u^2}} \cos(2bu) + O(m^2). \quad (12)$$

В сумме $T_1(n, m, k_1 z_0) + T_2(n, m, k_1 z_0)$ в формуле доминируют слагаемые $1 - (2k_1 z_0)^{-1} \sin(2k_1 z_0)$ за исключением случая $k_1 z_0 \approx 1$. Поправки $O(m)$ становятся существенными, когда произведение $k_1 z_0$ меньше или порядка $(mn)^{1/2}$. Когда $n^2 \gg 1$, численного интегрирования в (10) можно избежать, раскладывая подынтегральное выражение по степеням

$(u^2 - 1)/n^2$. В частности, сохраняя два первых члена такого разложения, находим

$$T_1(n, m, b) = 1 - \frac{\sin 2b}{2b} + \frac{2m}{n} \left(\frac{\sin 2b}{2b} - \frac{\sin^2 b}{2b^2} \right) + O\left(\frac{m}{n^3} + m^2\right). \quad (13)$$

Интегралы в (10) и (12) не удается вычислить аналитически при произвольном b , но их легко отыскать при $b = 0$. Из соотношений (7), (9) и (10) находим энергоотдачу источника, расположенного на предельно малой глубине:

$$J_t|_{z_0=+0} = J_0 T_3(n, m), \quad T_3(n, m) = \frac{2m\sqrt{n^2-1}}{1-m^2} \times \left[\frac{n-m}{\sqrt{n^2-1}} - \frac{\pi m}{2\sqrt{1-m^2}} + \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \left(2 \arctg \frac{n+m-\sqrt{n^2-1}}{\sqrt{1-m^2}} - \arctg \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \right) \right], \quad (14)$$

а также верхнюю и нижнюю грани энергоотдачи при произвольной глубине монополющего источника:

$$0 < J_t/J_0 \leq 1 - (2k_1 z_0)^{-1} \sin(2k_1 z_0) + T_3(n, m). \quad (15)$$

Точные соотношения (14) и (15) справедливы при любых $m < 1$ и $n \geq 1$.

Согласно (5) энергоотдача точечного монополющего источника зависит от расстояния до границы и ее отражающих свойств. В пределе $m \rightarrow 0$ мы получаем свободную границу, для которой $J_t = 1 - (2k_1 z_0)^{-1} \sin(2k_1 z_0)$. J_t отклоняется от единицы вследствие интерференции полей истинного источника и мнимого источника, находящегося в точке $(0, 0, -z_0)$. Когда монополющий источник приближается к свободной границе и амплитуда создаваемых им колебаний объемной скорости поддерживается постоянной, энергоотдача источника стремится к нулю вследствие деструктивной интерференции полей истинного и мнимого источников. В отличие от этого идеального случая, интерференция никогда не становится вполне деструктивной в случае границы раздела воды и воздуха. Согласно соотношениям (7), (9) и (10), энергоотдача приповерхностного источника равна

$$\frac{J_t}{J_0} = 2mn - \pi m(n^2 - 1)k_1 z_0 + \frac{2}{3} [1 + 2mn(2n^2 - 3)] k_1^2 z_0^2 + O(m^2 + k_1^3 z_0^3 (m + k_1 z_0)) \quad (16)$$

и имеет положительный минимум при

$$k_1 z_0^{(\min)} \approx \frac{3\pi}{4} (n^2 - 1) [1 + 2mn(2n^2 - 3)]^{-1} m. \quad (17)$$

Минимальное значение J_t составляет 0.0100 от мощности, излучаемой тем же источником, когда он расположен вдали от границы раздела.

Из двух вкладов в излучаемую в воздух акустическую мощность J_a в уравнении (7) первый, пропорциональный A_1 и обусловленный однородными волнами, совпадает с результатом, который вытекает из лучевой теории. В волновой теории появляется дополнительный, пропорциональный A_2 вклад, который обусловлен неоднородными волнами в воде. Его значение по сравнению с A_1 зависит от глубины источника и показателя преломления и, при малых m , не чувствительно к отношению плотностей сред. Вклад однородных волн не зависит от глубины источника, в то время как вклад неоднородных волн, естественно, убывает с ростом $k_1 z_0$. Приведенные выше аналитические результаты показывают, что A_2 растет с n при малых $k_1 z_0$ и убывает с ростом n при больших $k_1 z_0$. При довольно больших значениях показателя преломления n , характерных для границы воды и воздуха, вклад неоднородных волн превышает

вклад однородных волн в $\sqrt{n^2 - 1} (n + \sqrt{n^2 - 1})$ раз, или почти на 16 дБ при $n = 4.5$, когда глубина источника мала (рис. 2а). Другими словами, волновая теория дает $J_a/J_0 \approx 2mn$ для приповерхностного источника вместо результата $J_a/J_0 \approx m/n$ лучевой теории, который оказывается сильно заниженным.

При увеличении глубины источника доля излучаемой энергии, проходящая в воздух, быстро и монотонно убывает за счет уменьшения вклада неоднородных волн и, на глубинах больше $z_0^{(\min)}$ (17), вследствие роста энергоотдачи источника. При $k_1 z_0 > 1$, J_a близко к величине, предсказываемой лучевой теорией. Глубинная зависимость отношения J_a/J_t при $k_1 z_0 > 1$ почти полностью обусловлена изменением J_t . При $k_1 z_0 < 0.21$, что при частоте $f = 1$ Гц примерно соответствует $z_0 < 50$ м, не менее 10% излучаемой энергии передается в воздух (см. рис. 3).

Для точечных источников других типов анализ проводится аналогично, и мы не будем обсуждать детали вычислений. Отметим, что в волновой теории прохождения звука через границу раздела главное качественное отличие дипольных и мультипольных источников более высокого порядка от монополя состоит в том, что неоднородные волны имеют больший вес в разложении поля мультиполя по плоским волнам. Для подводных источников звука это приводит к еще более сильному увеличению акустической мощности J_a , из-

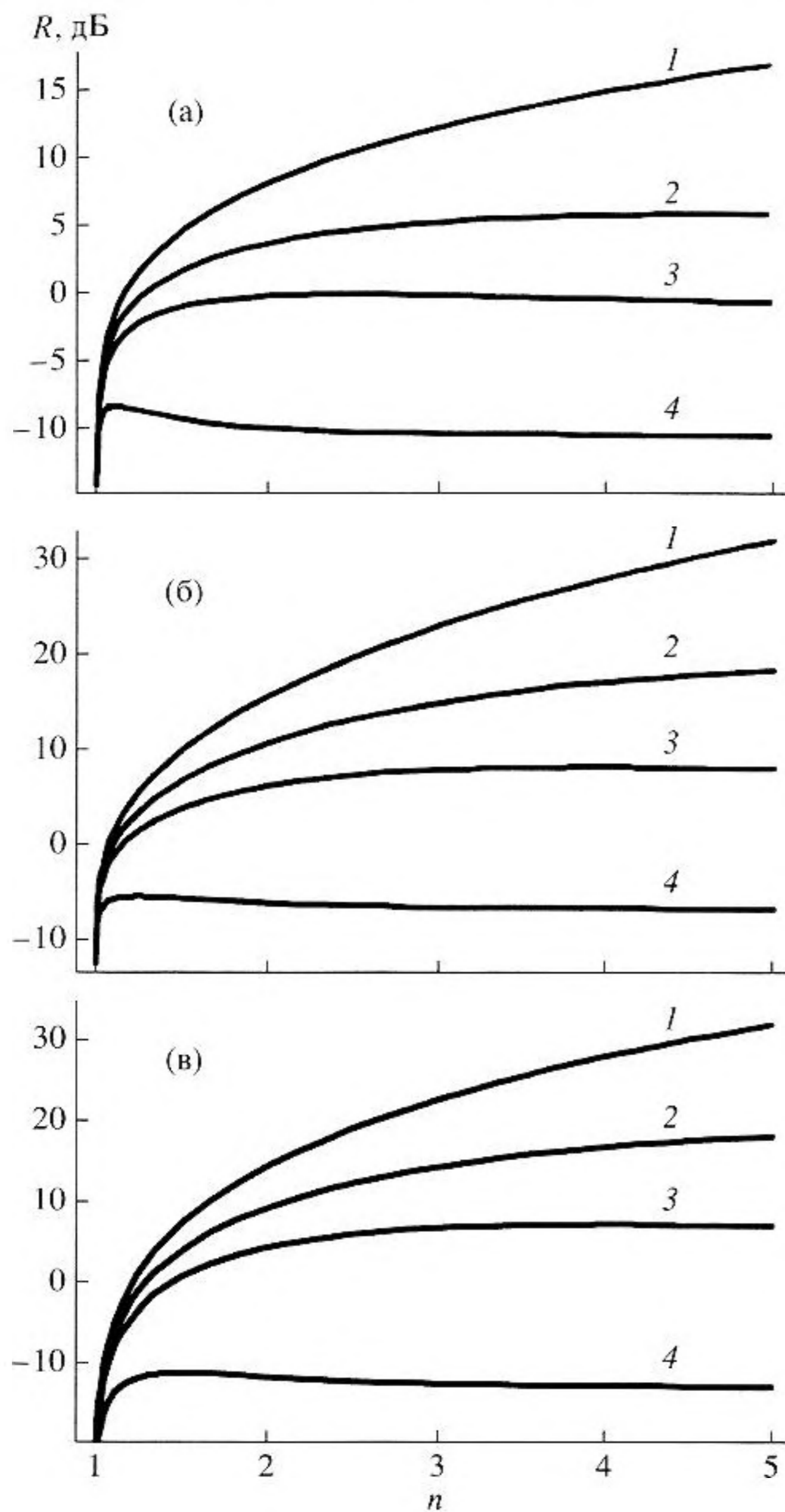


Рис. 2. Роль неоднородных волн в излучении звука точечным источником через границу раздела в среду с меньшей скоростью звука. Отношение R вкладов неоднородных и однородных волн в поток акустической энергии через границу показано в логарифмическом масштабе как функция показателя преломления для монополюсного (а), горизонтального дипольного (б) и вертикального дипольного (в) источников и различных безразмерных глубин источника: $k_1 z_0 = 0$ (1), $\pi/8$ (2), $\pi/4$ (3) и $3\pi/4$ (4). Отношение плотностей сред $m = 0.0013$.

лучаемой в воздух приповерхностным источником, по сравнению с мощностью, излучаемой в воздух тем же источником, когда он находится на глубине в несколько длин волн. В частности, для горизонтального диполя J_a возрастает в $2n^3/[2n^3 - (2n^2 + 1)(n^2 - 1)^{1/2}]$ раз, или на 30.3 дБ при $n = 4.5$,

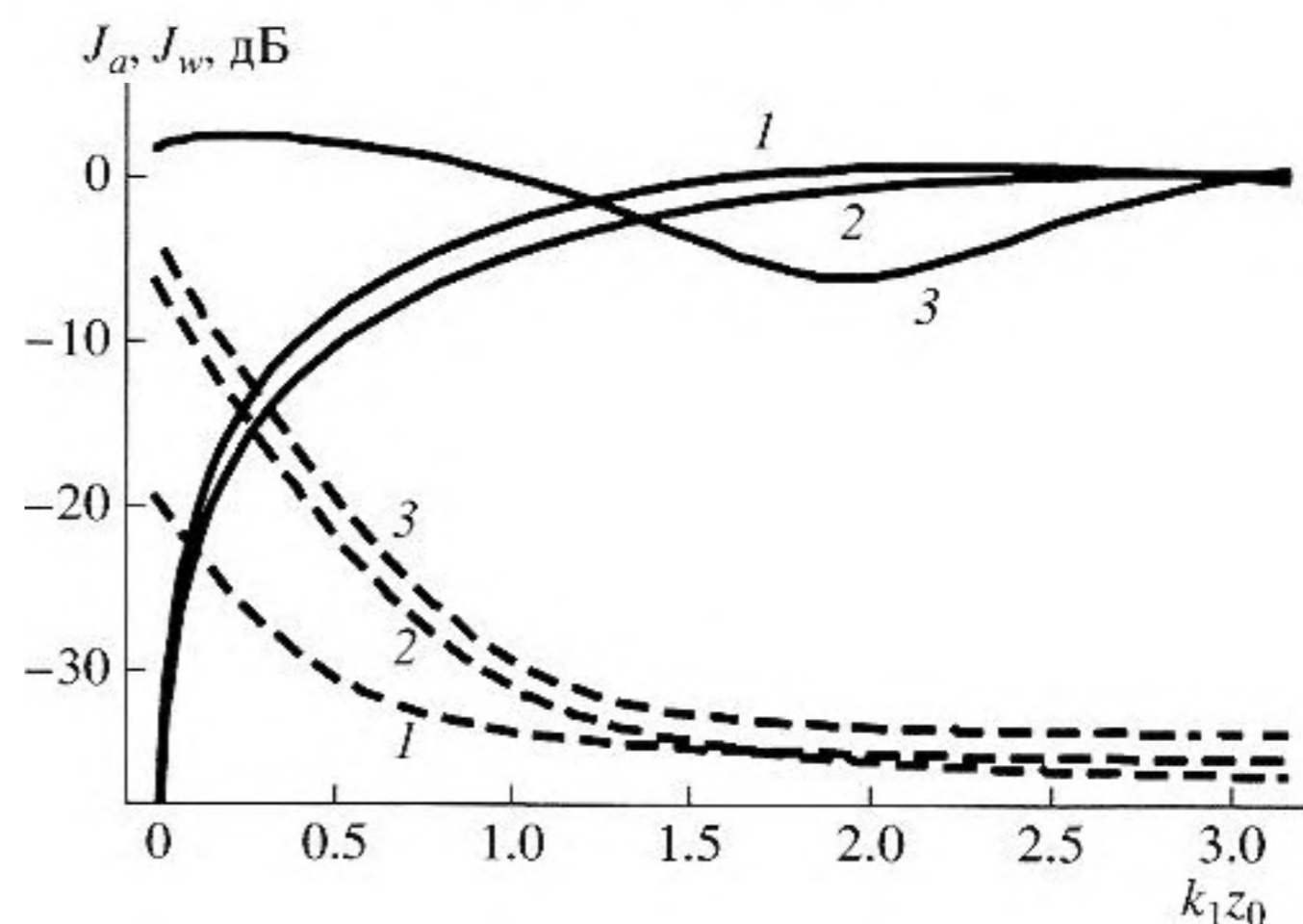


Рис. 3. Акустическое излучение в воздух и воду от точечного источника, расположенного под водой. Поток мощности в воздух J_a (пунктирные линии) и уходящие на бесконечность в воде J_w (сплошные линии) показаны как функции безразмерной глубины источника для акустического монополя (1) и горизонтального (2) и вертикального (3) диполей. Поток J_a и J_w нормированы на полный поток мощности, излучаемый соответствующим источником в безграничной среде. Показатель преломления $n = 4.5$, отношение плотностей сред $m = 0.0013$.

когда $k_1 z_0$ уменьшается от бесконечности до нуля (см. рис. 2б). Аналогичное усиление для вертикального диполя составляет $1 + [1 - n(n^2 - 1)^{-3/2}(n^2 - 3/2)]^{-1}$, или 30.0 дБ при $n = 4.5$ (см. рис. 2в).

Согласно соотношениям (1) и (2), для источников с симметричным относительно горизонтали плосковолновым спектром излучения ($S_1 = S_2$) поле в воде $p_1 + p_2 = O(m)$ в пределе $k_1 z_0 \rightarrow +0$ вследствие деструктивной интерференции падающей и отраженной волн. Тогда для потока мощности (6), уносимого на бесконечность в воде, получаем $J_w = O(m^2)$. Поток мощности (4), излучаемый в воздух, $J_a = O(m)$ и увеличивается с уменьшением безразмерной глубины источника $k_1 z_0$. Поэтому акустическая прозрачность границы, $J_a/(J_a + J_w)$, при малых $k_1 z_0$ увеличивается с уменьшением $k_1 z_0$ и достигает значения, отличающегося от единицы на малую величину порядка m . Для источников с антисимметричным спектром ($S_1 = -S_2$) падающая и отраженная волны интерферируют конструктивно в воде при $k_1 z_0 \ll 1$, и акустическая прозрачность границы остается малой по сравнению с единицей. Тем не менее, и для таких источников прозрачность сильно возрастает при их приближении к границе на расстояния, много меньшие длины волны. Например, прозрачность возрастает от 0.000421 до 0.220, или на 27.2 дБ, при подъеме точечного вертикального дипольного источника с глубины, равной длине волны, до нулевой глубины (рис. 3).

АКУСТИЧЕСКАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЫ

Длина низкочастотных звуковых волн в воздухе и, тем более, в воде значительно превосходит высоту волн на поверхности моря. Можно ожидать поэтому, что неровности поверхности будут слабо влиять на прохождение инфразвука через границу раздела. С другой стороны, поток энергии через плоскую границу раздела пропорционален малому отношению плотностей m , и даже малые (по сравнению с J_0) поправки из-за неровностей могут заметно изменить прозрачность.

Будем теперь рассматривать поверхность воды как не зависящую от времени статистически однородную случайную поверхность. Пусть случайное возвышение поверхности $\eta(\mathbf{r})$ имеет нулевое среднее значение, дисперсию σ^2 и энергетический спектр $F(\mathbf{q})$. В терминах пространственного спектра $\tilde{\eta}(\mathbf{q})$ реализаций случайной поверхности эти свойства записываются в виде

$$\langle \tilde{\eta}(\mathbf{q}) \rangle = 0, \quad \langle \tilde{\eta}(\mathbf{q}) \tilde{\eta}^*(\mathbf{q}') \rangle = \sigma^2 F(\mathbf{q}) \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}'), \quad (18)$$

где δ обозначает дельта-функцию, а угловые скобки – осреднение по статистическому ансамблю. Считая среднеквадратичный наклон поверхности τ малым по сравнению с единицей и высоту неровностей малой по сравнению с длиной волны и глубиной источника:

$$\tau \ll 1, \quad \sigma \ll \min(k_2^{-1}, z_0), \quad (19)$$

воспользуемся методом малых возмущений (ММВ) [8, 9]. Для наших целей достаточно отыскать главный член разложения потока акустической энергии через шероховатую границу по степеням малых параметров m и $k_1\sigma$.

При падении плоской волны $p = \exp(i\mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{r} - iv_{10}z)$ где $v_{10} \equiv v_1(\mathbf{q}_0)$ на неровную границу раздела со стороны воды среднее отраженное поле представляет собой плоскую волну с коэффициентом отражения $\bar{V}(\mathbf{q}_0)$, зависящим от параметров неровностей. Средний (когерентный) коэффициент отражения был найден Вороновичем [9] во втором приближении ММВ и, с точностью до членов 4-го порядка по $k_1\sigma$, дается выражениями (см. [5, § 14.6])

$$\bar{V}(\mathbf{q}_0) = V(\mathbf{q}_0) - \frac{2v_{10}\sigma^2}{(mv_{10} + v_{20})^2} \times \quad (20)$$

$$\times \{mD_{11} - v_{20}^2(m-1)^2D_{22} + mv_{20}[D_{12} + k_1^2(n^2 - 1)]\},$$

$$D_{js}(\mathbf{q}_0) = \int d\mathbf{q} F(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0) d_{js}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) / (mv_1 + v_2), \quad (21)$$

$$j, s = 1, 2,$$

$$d_{11}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) = [k_1^2(m - n^2) - (m - 1)\mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{q}]^2, \quad (22)$$

$$v_{20} \equiv v_2(\mathbf{q}_0),$$

$$d_{12}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) = 2(v_1 + v_2)[k_1^2(m - n^2) - (m - 1)\mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{q}],$$

$$d_{22}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) = v_1 v_2.$$

Главный член асимптотического разложения некогерентной компоненты p_s рассеянного поля по степеням $k_1\sigma$ можно отыскать в первом приближении ММВ. В частности, в воде (см. [5, § 14.6])

$$p_s(\mathbf{R}) = \int d\mathbf{q} B(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) \tilde{\eta}(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + iv_1 z), \quad (23)$$

где

$$B(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) = \quad (24)$$

$$= [1 + V(\mathbf{q}_0)] \frac{i(1 - m)}{mv_1 + v_2} \left[\frac{v_2 v_{20}}{m} + k_1^2 \frac{m - n^2}{m - 1} - \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{q} \right].$$

Для определенности будем рассматривать ненаправленный, т.е. монополярный, источник звука. Тогда некогерентная компонента рассеянного поля получается из разложения падающей сферической волны по плоским волнам, т.е. уравнений (1) с $S_1 = S_2 = 1$, с последующим интегрированием рассеянного поля (23) по \mathbf{q}_0 . Когерентная компонента рассеянного поля в воде дается уравнениями (1) с $S_1 = S_2 = 1$, где коэффициент отражения V следует заменить на когерентный коэффициент отражения (20).

Поскольку $\langle p_s \rangle = 0$, вклады когерентной и некогерентной компонент рассеянного поля в среднее значение потока акустической энергии аддитивны. Из уравнений (18) и (23) находим средний поток акустической мощности в воздух, создаваемый некогерентной компонентой поля в воде:

$$J_{sc} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \int \frac{dx dy}{\omega \rho_1} \operatorname{Im} \left\langle p_s^* \frac{\partial p_s}{\partial z} \right\rangle \Big|_{z=+0} = \quad (25)$$

$$= \frac{-\sigma^2}{\omega \rho_1} \int \frac{d\mathbf{q}_0}{|v_{10}^2|} e^{-2z_0 \operatorname{Im} v_{10}} \int_{q < k} d\mathbf{q} v_1 |B(\mathbf{q}_0, \mathbf{q})|^2 F(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0).$$

При выводе (25) была учтена вещественнозначность энергетического спектра F неровностей.

Поток акустической мощности в воздух, создаваемый когерентной компонентой поля в воде, дается уравнением (4), в котором коэффициент отражения V следует заменить на когерентный коэффициент отражения (20). Поскольку $\bar{V} - V = O(k_1^2 \sigma^2)$ различие между средним полем и полем в отсутствие неровностей приводит к поправке $J_{av} = O(k_1^2 \sigma^2)$ к потоку мощности J_a (4) через плос-

кую границу. Пренебрегая членами $O(k_1^4 \sigma^4)$, из уравнений (4) и (20) находим

$$J_{av} = \frac{2}{\omega \rho_1} \left\{ - \int_{q_0 < k_1} \operatorname{Re}[\bar{V}(\mathbf{q}_0) - V(q_0)] \frac{V(q_0) d^2 \mathbf{q}_0}{v_{10}} + \int_{q_0 > k_1} \exp(-2z_0 \operatorname{Im} v_{10}) \operatorname{Im}[\bar{V}(\mathbf{q}_0) - V(q_0)] \frac{d^2 \mathbf{q}_0}{\operatorname{Im} v_{10}} \right\} \quad (26)$$

Отметим, что поправки к J_a из-за когерентной и некогерентной компонент рассеянного поля имеют один и тот же, второй, порядок по малому параметру $k_1 \sigma$.

Уравнения (25) и (26) описывают рассеяние на границе произвольных жидкостей. Нам требуется рассчитать J_{sc} и J_{av} только при $m \ll 1$. Согласно (24), $B(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}) = 2i v_{10}$ в пределе $m \rightarrow 0$. Из уравнения (25) тогда получаем

$$J_{sc} = - \left[1 + O \left(m + k_1^2 \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{z_0^2} \right) \right] \frac{4\sigma^2}{\omega \rho_1} \times \int d^2 \mathbf{q}_0 e^{-2z_0 \operatorname{Im} v_{10}} \int_{q < k_1} d^2 \mathbf{q} v_1 F(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0). \quad (27)$$

Вычисление предела интегралов в уравнении (26) при $m \rightarrow 0$ требует определенной аккуратности. Согласно (20), $\bar{V} - V$ пропорционально $(m v_{10} + v_{20})^{-2}$. Переходить к пределу $(m v_{10} + v_{20})^{-2} \rightarrow v_{20}^{-2}$ в подынтегральных выражениях нельзя, так как это привело бы к неинтегрируемой особенности при $q_0 = k_2$. Нетрудно показать, однако, что

$$\int f(\mathbf{q}_0) (m v_{10} + v_{20})^{-2} d^2 \mathbf{q}_0 = O(\ln m) \quad (28)$$

для произвольной гладкой ограниченной функции f , которая стремится при $q_0 \rightarrow \infty$ к нулю, как $q_0^{-\alpha}$, $\alpha > 0$ или быстрее. Используя (28), из уравнений (26) и (20)–(22) находим

$$J_{av} = \left[1 + O \left(m \ln m + k_1^2 \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{z_0^2} \right) \right] \frac{4\sigma^2}{\omega \rho_1} \times \int \operatorname{Re}[D_{22}(\mathbf{q}_0)|_{m=0}] \exp(-2z_0 \operatorname{Im} v_{10}) d^2 \mathbf{q}_0 = \left[1 + O \left(m \ln m + k_1^2 \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{z_0^2} \right) \right] \frac{4\sigma^2}{\omega \rho_1} \times \int d^2 \mathbf{q}_0 \exp(-2z_0 \operatorname{Im} v_{10}) \int_{q < k} d^2 \mathbf{q} v_1 F(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0). \quad (29)$$

Отметим, что при сделанных предположениях уравнения (27) и (29) содержат единственную интегральную характеристику неровностей, а именно,

$$\sigma^2 \operatorname{Re}[D_{22}(\mathbf{q}_0)|_{m=0}] = \sigma^2 \int_{q < k} d^2 \mathbf{q} v_1 F(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0). \quad (30)$$

Поправки J_{sc} и J_{av} стремятся к ненулевым пределам, когда $m \rightarrow 0$. Однако, согласно (27) и (29), главные члены разложений J_{sc} и J_{av} по степеням малых параметров задачи компенсируют друг друга. Таким образом, в рассматриваемом приближении обусловленная шероховатостью суммарная поправка к потоку акустической мощности в воздух равна нулю.

При вычислениях с точностью до членов 4-го порядка по $k_1 \sigma$, разложение $J_{sc} + J_{av}$ по малому параметру m начинается с $m \ln m$ или меньших членов, и, при выполнении условия (19), обусловленная шероховатостью поправка оказывается пренебрежимо малой по сравнению с потоком акустической мощности через плоскую границу раздела. Приведенный выше анализ не позволяет рассчитать члены 4-го и более высокого порядка по $k_1 \sigma$ в разложении $J_{sc} + J_{av}$. Тем не менее, ожидается, что эти члены обращаются в нуль в пределе $m \rightarrow 0$ поскольку $J_{sc} + J_{av} = 0$ во всех порядках по $k_1 \sigma$ в случае свободной границы, т.е. при $m = 0$.

Помимо изменения потока мощности в воздух, шероховатость поверхности влияет на распределение акустической энергии между водой и воздухом через изменение энергоотдачи источника. Из общего выражения для полной излучаемой акустической мощности [6, Sec. 8.7] следует, что возмущение энергоотдачи точечного монохроматического источника объемной скорости билинейно по силе источника и акустическому давлению рассеянной волны в точке расположения источника. Мы предполагаем, что сила источника, т.е. амплитуда и фаза создаваемых источником монохроматических колебаний объемной скорости, поддерживается постоянной. Другими словами, предполагается, что источник излучает одну и ту же сферическую волну p_0 , будь граница раздела плоской или шероховатой. Поэтому обусловленные шероховатостями изменения в осредненной по статистическому ансамблю энергоотдаче источника зависят только от среднего рассеянного поля. Следовательно, в случае неровной границы энергоотдачу J_t источника по-прежнему можно вычислить по формуле (5), полученной для плоской границы, если в ней заменить френелевский коэффициент отражения V на когерентный коэффициент отражения \bar{V} (20).

Обозначим $J_t = J_t^{(0)} + J_t^{(av)}$, где $J_t^{(0)}$ – энергоотдача (7) источника в случае плоской границы, а

$J_t^{(av)}$ – обусловленная шероховатостью поправка. Из равенств (5) и (20) находим (ср. с (29))

$$J_t^{(av)} = \left[1 + O \left(m \ln m + k_1^2 \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{z_0^2} \right) \right] \frac{4\sigma^2}{\omega \rho_1} \times \times \operatorname{Re} \int d^2 \mathbf{q}_0 e^{2iv_0 z_0} \int d^2 \mathbf{q} v_1 F(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0). \quad (31)$$

Поправка $J_t^{(av)}$ пропорциональна σ^2 и поэтому всегда мала по сравнению с J_0 . Следовательно, обусловленная шероховатостью поправка к энергоотдаче может быть существенна только при $k_1 z_0 \ll 1$. Предполагая последнее неравенство выполненным и следуя [5, § 14.6] в оценке интегралов в правой части (31), можно показать, что $J_t^{(av)} = k_1^2 z_0^2 J_0 O(\sigma^2/z_0^2 + \tau\sigma/z_0)$, где τ – среднеквадратичный наклон поверхности. В условиях (19) применимости ММВ выражение в круглых скобках мало по сравнению с единицей. Таким образом, $J_t^{(av)} \ll J_t^{(0)}$ даже при $k_1 z_0 \ll 1$.

Мы видим, что при выполнении условия (19), обусловленные шероховатостью поправки, оказываются пренебрежимо малыми и для энергоотдачи источника, и для прозрачности границы. Таким образом, в случае шероховатой границы раздела остаются справедливыми результаты, установленные выше для плоской границы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вопреки сложившимся представлениям, основанным на лучевых расчетах и измерениях, производившихся на относительно высоких частотах, генерируемый подводным источником низкочастотный звук может эффективно проходить в воздух через плоскую или взволнованную поверхность воды. Изложенная выше теория показывает, что граница раздела воды и воздуха аномально прозрачна для низкочастотного звука. Явление аномальной прозрачности возникает, когда источник расположен в воде на глубине, меньшей длины звуковой волны. При приближении источника к границе раздела поток энергии в воздух многократно возрастает из-за вклада тех неоднородных волн в пространственном спектре падающей волны, которые превращаются в однородные плоские волны после преломления на границе. В частности, в случае монополярного источника звука поток энергии в воздух увеличивается примерно в 40 раз, а для дипольных источников – более чем в 1000 раз. Практически вся излучаемая подводным источником акустическая энергия проходит в воздух, если источник находится на глубине, малой по сравнению с длиной волны, а спектр излучаемого поля симметричен относительно горизонтальной плоскости. Для источни-

ков с такой симметричной характеристикой направленности усиление потока энергии в воздух при уменьшении глубины источника сопровождается уменьшением излучения звука в нижнюю полусферу вследствие деструктивной интерференции в воде прямой и отраженной от поверхности волн. В частности, для монополярного источника прозрачность границы, определяемая как отношение потока мощности в воздух к полному излучаемому потоку акустической мощности, возрастает более чем в 3400 раз при подъеме источника к поверхности с глубины, большой по сравнению с длиной волны.

Ключевая роль неоднородных волн в формировании низкочастотного преломленного поля была впервые отмечена Л.М. Бреховских [4] в родственной задаче об асимптотике поля точечного источника в пределе больших горизонтальных расстояний от источника. Математически, явление аномальной прозрачности обусловлено тем, что отношение плотностей сред, в которую преломляется и из которой падает звук, много меньше единицы, в то время как квадрат показателя преломления много больше единицы. Эти условия, как правило, хорошо выполняются на границе раздела жидкости и газа при расположении источника в жидкости. Особенно яркое проявление аномальной прозрачности следует ожидать, когда жидкость граничит с толстым слоем пены. При близком к единице объемном содержании газа в пене скорость звука в ней мала по сравнению со скоростями звука в образующих пену жидкости и газе (см., например, [10–12]). Это приводит к чрезвычайно большим значениям показателя преломления на границе с жидкостью, в то время как отношение плотностей двух сред остается малым по сравнению с единицей.

Большая часть поверхности Земли представляет собой границу раздела воды и воздуха. Аномальная прозрачность этой границы в диапазоне низких звуковых и инфразвуковых частот может иметь важные следствия в целом ряде геофизических, биологических и прикладных проблем, таких как генерация низкочастотного шумового поля в атмосфере воздушными пузырьками, схлопывающимися под поверхностью океана, нагрев верхней атмосферы инфразвуком, генерируемым под водой, понимание роли слуха у хищных птиц в их охоте на морских животных и выяснение возможности мониторинга и оценки энергии мощных подводных взрывов путем инфразвуковых измерений в атмосфере в целях обеспечения выполнения Договора о всеобъемлющем запрещении ядерных испытаний.

Исследование, на результатах которого базируется данная статья, было выполнено при поддержке US Office of Naval Research. Автор призна-

телен М.И. Чарноцкому и И.М. Фуксу за полезное обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pierce A.D.* Acoustics. An Introduction to Its Physical Principles and Applications. New York: AIP, 1994. XXV + 678 pp.
2. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
3. *Young R.W.* Sound pressure in water from a source in air and vice versa // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1973. V. 53. № 6. P. 1708–1716.
4. *Бреховских Л.М.* Отражение и преломление сферических волн // *УФН.* 1949. Т. 38. № 1. С. 1–41.
5. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
6. *Brekhovskikh L.M., Godin O.A.* Acoustics of Layered Media. 2: Point Sources and Bounded Beams. 2nd ed. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1999.
7. *Abramovitz M., Stegun I.A.* (Eds.) Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Tables, vol. 55 of Appl. Math. Series (Dover, New York, 1965). XIV + 1046 pp.
8. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
9. *Воронович А.Г.* Рассеяние волн на неровных поверхностях сложного спектрального состава. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: Акуст. ин-т, 1987.
10. *Заматицкий В.В., Какуткина Н.А.* Экспериментальные исследования акустических свойств пен // *Акуст. журн.* 1991. Т. 37. № 3. С. 484–489.
11. *Вафина Ф.И., Гольдфарб И.И., Шрейбер И.Р.* Влияние переноса тепла на распространение звука в пене // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 2. С. 260–269.
12. *Оренбах З.М., Шушков Г.А.* Акустические характеристики водно-воздушных пен // *Акуст. журн.* 1993. Т. 39. № 1. С. 127–132.

Transmission of Sound Through the Water-to-Air Interface

O. A. Godin

Cooperative Institute for Research in Environmental Sciences, University of Colorado at Boulder and NOAA Earth System Research Laboratory, 325 Broadway, Boulder, Colorado 80305-3328, USA
e-mail: Oleg.Godin@noaa.gov

Abstract—L.M. Brekhovskikh revealed and studied the important role played by inhomogeneous waves emitted by a point source when they pass through an interface with a medium in which the velocity of sound is lower, for example, from water to air. This paper studies the energy characteristics of sound emitted into air by an underwater point source. The energy transfer due to inhomogeneous waves is shown to cause the phenomenon of abnormal transmittance of the interface for low-frequency sound. The abnormal transmittance manifests itself in that the energy flux through the interface increases with decreasing frequency of sound and, at sufficiently low frequencies, almost all of the acoustic energy produced by the underwater source is emitted into air. Conversely, at high frequencies, when the contribution of the inhomogeneous waves becomes negligible, the water-to-air interface is similar to a perfectly reflecting surface and almost all of the acoustic energy produced by the source is emitted into water. The abnormal transmittance phenomenon changes the conventional opinion on the possibility of acoustic coupling between points in water and air and on the role played by physical processes evolving in the water column in generating atmospheric acoustic noise.