АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2007, том 53, № 5, с. 731–733

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

ПОГЛОЩЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ И СДВИГОВЫХ ВОЛН В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ УСТАНОВЛЕННЫМИ НА ЕГО ГРАНИЦЕ МЕХАНИЧЕСКИМИ РЕЗОНАТОРАМИ

© 2007 г. А. Д. Лапин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4
E-mail: mironov@akin.ru

Поступила в редакцию 21.06.06 г.

Рассчитаны нормальный и тангенциальный импедансы границы твердого тела, обеспечивающие полное поглощение падающей на нее плоской гармонической продольной (сдвиговой) волны. Показано, что необходимые значения этих импедансов можно создать сеткой близко расположенных друг от друга механических резонаторов, присоединенных к границе и реагирующих на ее нормальное и тангенциальное смещения.

PACS: 43.20.Hq

Механические резонаторы (типа "упругость-масса") широко используются на практике для создания изоляции волн в стержнях и пластинах [1–4]. При помощи сетки таких резонаторов можно эффективно отражать или поглощать продольные и сдвиговые волны в твердом теле [5–7]. В работе [7] приведены результаты компьютерного моделирования импедансного поглотителя плоских продольных упругих волн, падающих на свободную границу твердого тела. В качестве поглощающих элементов использованы механические резонаторы с двумя степенями свободы и, соответственно, с двумя резонансными частотами, соответствующими нормальным и тангенциальным колебаниям резонатора. Получены формулы для расчета эффективности поглотителя в зависимости от частоты и угла падения продольной волны. На основе этих формул решается задача синтеза оптимальных поглотителей, обладающих максимальной средней величиной коэффициента поглощения в заданных диапазонах частот и углов. Исследуется возможность повышения этой средней величины за счет увеличения коэффициента потерь резонаторов и применения двух типов резонаторов, имеющих разные резонансные частоты. Результаты расчетов приведены в виде графиков.

Ниже исследован частный, но важный физический вопрос: можно ли при помощи механических резонаторов полностью поглотить плоскую гармоническую (продольную или сдвиговую) волну, падающую на границу твердого тела? Известно, что в жидкой среде плоская звуковая волна полностью поглощается на импедансной границе при значении нормального импеданса, равном волновому сопротивлению жидкости, деленному на косинус угла падения этой волны. В воздухе такой импеданс обычно создается сеткой резонаторов Гельмгольца, установленных на границе [8]. Можно ожидать, что в твердом теле плоскую продольную (сдвиговую) волну можно полностью поглотить на импедансной границе при определенных значениях нормального и тангенциального импедансов. Необходимые значения этих импедансов можно создать сеткой механических резонаторов, присоединенных к границе и реагирующих на ее нормальное и тангенциальное смещения. Простейшим механическим резонатором является пружина с грузом, присоединенная к границе твердого тела. Резонатор, расположенный перпендикулярно границе ("нормальный резонатор") реагирует на нормальное смещение границы, резонатор, расположенный параллельно границе ("тангенциальный резонатор") реагирует на ее тангенциальное смещение. Эффективный нормальный импеданс границы с сеткой одинаковых близко расположенных друг от друга "нормальных" механических резонаторов равен $Z_1 = i[k_1(1 - i\varepsilon_1)/\omega - \omega m_1]$, где m_1, k_1 и ε_1 – поверхностные плотности массы, упругости и коэффициента потерь этих резонаторов. Эффективный нормальный импеданс границы с сеткой одинаковых близко расположенных друг от друга "тангенциальных" механических резонаторов получим по аналогичной формуле $Z_2 = i[k_2(1 - i\varepsilon_2)/\omega - \omega m_2]$, где m_2, k_2 и ε_2 – поверхностные плотности массы, упругости и коэффициента потерь этих резонаторов. Резонансные частоты "нормального" и "тангенциального" резонаторов соответственно равны $\omega_1^0 = \sqrt{k_1/m_1}$ и $\omega_2^0 = \sqrt{k_2/m_2}$.

Исследуем поглощение плоских гармонических волн в твердом теле при их падении на импедансную границу. Рассмотрим твердое однородное полупространство $z < 0$ с границей $z = 0$, характеризующейся нормальным и тангенциальным импедансами. Полагая, что волновое движение в твердом теле происходит в плоскости xz, запишем граничные условия в виде

$$\{\sigma_{zz}/(i\omega u_z)\}_{z=0} = Z_1, \quad \{\sigma_{xz}/(i\omega u_x)\}_{z=0} = Z_2,$$

где u_x и u_z – компоненты смещения по осям x и z, σ_{zz} и σ_{xz} – компоненты тензора напряжений, Z_1 и Z_2 – соответственно нормальный и тангенциальный импедансы границы. Продольную волну будем записывать при помощи скалярного потенциала φ, а поперечную волну – при помощи единственной не равной нулю компоненты ψ векторного потенциала в направлении y. Компоненты смещения и напряжений получим по формулам [9]:

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial x},$$

$$\sigma_{zz} = -\mu\left[k_t^2\varphi + 2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z}\right)\right],$$

$$\sigma_{xz} = -\mu\left[k_t^2\psi - 2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z} - \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)\right],$$

где k_t – волновое число сдвиговой волны, μ – коэффициент Пуассона.

Пусть на границу падает гармоническая продольная волна $\varphi_0(x, z) = \exp[i(\xi x + \varsigma_l z)]$, где $\xi = k_l\sin\theta_l$, $\varsigma_l = k_l\cos\theta_l$, k_l и θ_l – соответственно волновое число и угол падения продольной волны. Временной множитель $\exp(-i\omega t)$ опускаем. Полное поле в твердом теле состоит из падающей и отраженной продольных волн и отраженной сдвиговой волны

$$\varphi(x, z) = \exp[i(\xi x + \varsigma_l z)] + V_l\exp[i(\xi x - \varsigma_l z)],$$
$$\psi(x, z) = V_t\exp[i(\xi x - \varsigma_t z)],$$

где $\xi = k_t\sin\theta_t$, $\varsigma_t = k_t\cos\theta_t$, $\sin\theta_t = (c_t/c_l)\sin\theta_l$, θ_t – угол отражения сдвиговой волны, V_l и V_t – соответственно коэффициенты отражения продольной и сдвиговой волн, c_l и c_t – скорости продольной и сдвиговой волн. Из граничных условий при $z = 0$ получим соотношения

$$\frac{\mu\{(k_t^2 - 2\xi^2)(1 + V_l) - 2\xi\varsigma_t V_t\}}{\omega\{\varsigma_l(1 - V_l) + \xi V_t\}} = Z_1,$$

$$\frac{\mu\{(k_t^2 - 2\varsigma_t^2)V_t + 2\xi\varsigma_l(1 - V_l)\}}{\omega[\xi(1 + V_t) + \varsigma_t V_t]} = Z_2.$$

Мы не выписываем общие выражения для коэффициентов отражения продольной и сдвиговой волн и сразу приведем значения нормального и тангенциального импедансов, при которых выполняются соотношения $V_l = 0$, $V_t = 0$. При наклонном падении продольной волны на границу полное поглощение происходит при нормальном и тангенциальном импедансах, равных соответственно $Z_1' = \rho c_l\dfrac{\cos(2\theta_t)}{\cos\theta_l}$ и $Z_2' = 2\rho c_t(c_t/c_l)\cos\theta_l$. Они реализуются при следующих значениях параметров резонаторов: $\omega_1^0 = \omega_2^0 = \omega$, $\varepsilon_1 k_1 = Z_1'$, $\varepsilon_2 k_2 = Z_2'$.

При нормальном падении продольной волны на границу выполняются соотношения: $V_l = 0$ при $Z_1 = \rho c_l$, $V_t = 0$ при любом тангенциальном импедансе.

Пусть на границу падает гармоническая сдвиговая волна $\psi_0(x, z) = \exp[i(\xi x + \xi_t z)]$, где $\varsigma_t = k_t\cos\theta_t$, θ_t – угол падения этой волны. Полное поле в твердом теле состоит из падающей и отраженной сдвиговых волн и отраженной продольной волны

$$\varphi(x, z) = V_l\exp[i(\xi x - \varsigma_l z)],$$
$$\psi(x, z) = \exp[i(\xi x + \varsigma_t z)] + V_t\exp[i(\xi x - \varsigma_t z)].$$

Из граничных условий при $z = 0$ получим соотношения

$$\frac{\mu\{(k_t^2 - 2\xi^2)V_l + 2\xi\varsigma_t(1 - V_t)\}}{\omega[-\varsigma_l V_l + \xi(1 + V_t)]} = Z_1,$$

$$\frac{\mu\{(k_t^2 - 2\varsigma_t^2)(1 + V_t) - 2\xi\varsigma_l V_l\}}{\omega[\xi V_l + \varsigma_t(-1 + V_t)]} = Z_2.$$

Из этих соотношений получим значения нормального и тангенциального импедансов, при которых коэффициенты отражения сдвиговой и продольной волн равны нулю. При наклонном падении сдвиговой волны на границу ($0 < \theta_t < \pi/4$) полное поглощение происходит при нормальном и тангенциальном импедансах, равных соответственно $Z_1'' = 2\rho c_1\cos\theta_t$ и $Z_2'' = \dfrac{\rho c_t}{\cos\theta_t}(1 - 2\sin^2\theta_t]$. Они реализуются при следующих значениях параметров резонаторов: $\omega_1^0 = \omega_2^0 = \omega$, $\varepsilon_1 k_1 = Z_1''$, $\varepsilon_2 k_2 = Z_2''$.

При угле падения сдвиговой волны, большем $\pi/4$, введение трения в резонаторы не устраняет отраженную продольную волну. Однако при $\theta > \theta_t^0$, где $\theta_t^0 = \arcsin(c_t/c_l) < \pi/4$, отраженная продольная волна неоднородная и она не уносит энергию от границы. Следовательно, при $\theta_t > \pi/4$ полное поглощение энергии можно обеспечить, устраняя только отраженную однородную сдвиговую волну. Положим $Z_2 = 0$ и найдем значение

нормального импеданса, при котором $V_t = 0$. Оно является комплексной величиной, равной $\tilde{Z}_1 = \frac{\rho c_t}{k_t^3}\{4\xi^2\varsigma_t + i(k_t^2 - 2\xi^2)^2/|\varsigma_l|\}$. При $Z_1 = \tilde{Z}_1$, $Z_2 = 0$ получим соотношения $V_t = 0$, $V_l = (k_t^2 - 2\varsigma_t^2)/(2\xi\varsigma_l)$. Полное поле в твердом теле состоит из падающей однородной сдвиговой волны и отраженной неоднородной продольной волны, энергия падающей сдвиговой волны полностью поглощается монопольными резонаторами.

При нормальном падении сдвиговой волны на границу выполняются соотношения: $V_t = 0$ при $Z_2 = \rho c_t$, $V_l = 0$ при любом нормальном импедансе.

При одновременном падении продольной и сдвиговой волн полное поглощение покрытием рассматриваемой структуры возможно лишь при нормальном падении этих волн на границу, характеризуемую импедансами $Z_1 = \rho c_l$, $Z_2 = \rho c_t$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Клюкин И.И.* Об ослаблении волн изгиба в стержнях и пластинах при помощи резонансных колебательных систем // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2. С. 213–219.
2. *Клюкин И.И., Сергеев Ю.Д.* О рассеянии изгибных волн антивибраторами, установленными на пластине // Акуст. журн. 1964. Т. 10. № 1. С. 60–65.
3. *Тютекин В.В., Шкварников А.П.* Синтез и исследование поглотителей изгибных волн в стержнях и пластинах // Акуст. журн. 1972. Т.18. № 3. С. 441–447.
4. *Исакович М.А., Кашина В.И., Тютекин В.В.* Экспериментальное исследование виброизоляции изгибных волн, создаваемой импедансными системами // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 3. С. 384–389.
5. *Вовк А.Е., Тютекин В.В.* Особенности преобразования упругих волн в твердом теле при отражении от нагрузки импедансного типа // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 1. С. 46–56.
6. *Тютекин В.В.* Отражение сдвиговых волн от импедансной границы // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 1. С. 110–116.
7. *Тютекин В.В.* Моделирование и синтез поглотителей упругих волн на границе твердого тела: падение продольной волны // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 534–540.
8. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во Московского университета, 1960, 336 с.
9. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука. 1973, 496 с.

Absorption of Longitudinal and Shear Waves in a Solid by Mechanical Resonators Attached to Its Boundary

A. D. Lapin

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia

e-mail: mironov@akin.ru

Received June 21, 2006

Abstract—The normal and tangential boundary impedances of a solid are calculated to provide a complete absorption of a plane harmonic longitudinal (shear) wave incident on it. The necessary impedance values can be obtained using a network of closely spaced mechanical resonators attached to the boundary and responding to its normal and tangential displacements.