АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2008, том 54, № 4, с. 546–551

ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.26

ОБ УПРУГОСТИ МАГНИТОЖИДКОСТНОЙ МЕМБРАНЫ

© 2008 г. В. В. Коварда, О. В. Лобова, Ю. Ю. Михайлова, В. М. Полунин, С. С. Хотынюк

Курский государственный технический университет

305040 Курск, ул. 50 лет Октября 94

E-mail: polunin-vm1@yandex.ru

Поступила в редакцию 3.05.07 г.

Приведены результаты экспериментального определения критического перепада давления для магнитожидкостной мембраны, полученные на основе термодинамического и гидростатического методов. Установлено, что значение критического перепада давления, рассчитанное по данным термодинамического метода, превосходит значение этого параметра, измеренное гидростатическим методом, на ~30%. Получение завышенного значения критического перепада давления на основе косвенного термодинамического метода измерений объясняется приближенностью расчетной модели, положенной в его основу, которая не учитывает релаксационный характер упругости пондеромоторного типа. Рассчитаны статистический и термодинамический коэффициенты пондеромоторной упругости исследованного образца магнитожидкостной мембраны; по полученным данным произведена оценка смещения перемычки к моменту ее разрыва.

PACS: 43.40At, 43,40Dx

Магнитожидкостная мембрана (МЖМ) представляет собой каплю магнитной жидкости (МЖ), перекрывающую сечение стеклянной трубки (диаметром ~1.3–1.5 см) благодаря стабилизирующему действию неоднородного магнитного поля коаксиально расположенного кольцевого магнита [1–4]. Неоднородность магнитного поля в радиальном направлении придает свободной поверхности МЖ-перемычки форму двояковогнутой линзы, а неустойчивость поверхности МЖ в поперечном магнитном поле приводит к появлению на ней нескольких пиков (по нашим наблюдениям – от 1 до 5) высотой 1–2 мм (рис. 1).

При наличии в трубке донышка магнитожидкостная перемычка изолирует находящуюся под ней воздушную полость. Вслед за принудительным разрывом перемычки (например, за счет создания перепада давления) происходит ее смещение в направлении градиента поля и восстановление сплошности, сопровождающееся излучением электромагнитного и акустического импульсов. Следовательно, в отличие от "обычных" жидкостных пленок, МЖМ обладает способностью к самовосстановлению.

Для механики жидкости и газа, магнитной гидродинамики, физической акустики немаловажными являются прочностные свойства МЖМ, которые характеризуются такими параметрами как критический перепад давления при первом разрыве перемычки, приращение давления в газовой полости при ее последующих разрывах.

Вместе с тем исследование прочностных свойств МЖМ отвечает и интересам практического характера. В частности, такого рода про-

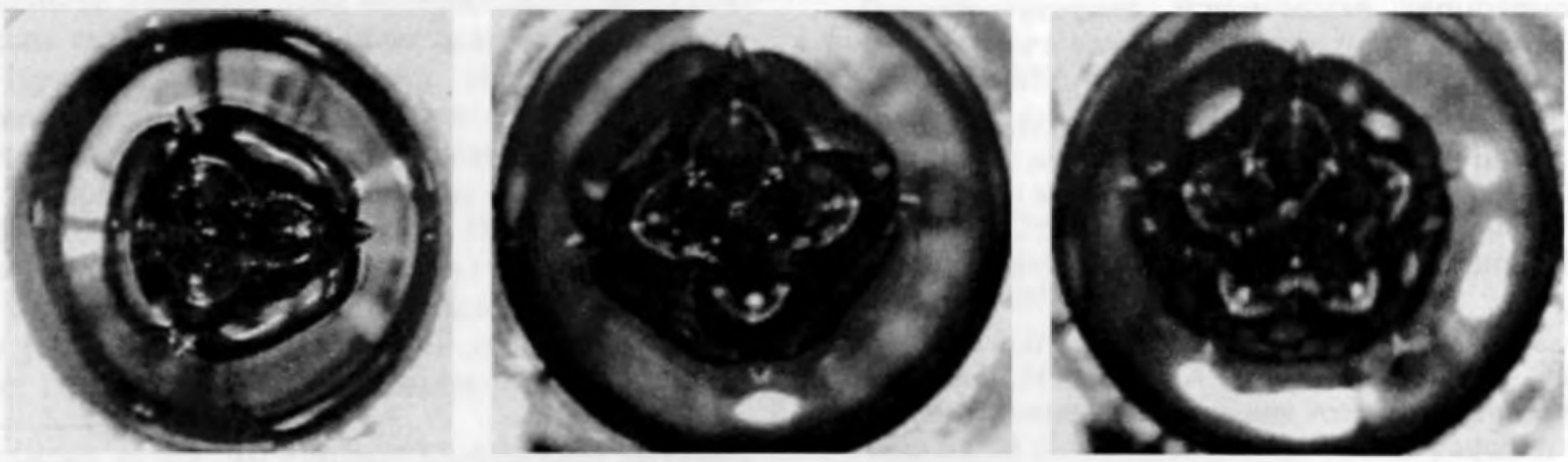

Рис. 1. Поверхность МЖ-перемычки.

блемы возникают при испытании магнитожидкостных герметизаторов, заслуживает также внимания идея использования магнитожидкостной мембраны в качестве клапана, предназначенного для дозированной подачи газа в реактор [5].

В настоящей статье представлены результаты экспериментального изучения прочностных параметров МЖМ на основе двух различных методов – термодинамического и гидростатического. Оказалось, что результаты измерений критического перепада давления при первом разрыве P_{k1}, полученные разными методами, существенно отличаются друг от друга.

В предыдущих работах [3, 4] определение параметра P_{k1} производилось на основе термодинамического метода, который относится к косвенным методам, поскольку для получения результата необходимо выполнить измерения величин, входящих в расчетную формулу. Напротив, гидростатический метод является прямым и абсолютным, так как значение P_{k1} получается путем измерения высоты столба воды, обеспечивающего требуемый перепад давления, и может быть выражено в мм водного столба.

Используемый нами термодинамический метод и блок – схема экспериментальной установки подробно описаны в [3, 4]. Однако в данном исследовании был реализован процесс изотермического сжатия газовой полости (а не расширения, как в указанных работах).

На рис. 2 показан термодинамический процесс в координатах $P(z)$ в предположении "медленного" спуска магнитной головки вдоль трубки постоянного сечения (ось z совпадает с осью трубки).

В начальном положении высота воздушного столба h_0, а соответствующее давление – P_0:

$$P_0 = P_a + \rho g b,$$

где P_a – внешнее (атмосферное) давление, ρ – плотность МЖ, b – толщина диска, перекрывающего поперечное сечение трубки и имеющего объем, равный объему капли МЖ.

В качестве примера приведем численные значения: b = 1.3 см, $P_a = 10^5$ Па, ρ = 1587 кг/м^3 и $\rho g b$ = 202 Па.

В такой ситуации перемычка находится в области максимального магнитного поля, при этом смещение магнитной головки как вверх, так и вниз до первого разрыва перемычки будет практически одинаковым и равным Г, причем

$$\Gamma = h_g + H_d,$$

где h_g – приращение высоты воздушного столба, H_d – смещение перемычки относительно магнитной головки.

На участках 1–2, 3–4, 5–6 происходит изотермическое сжатие изолированной газовой полости

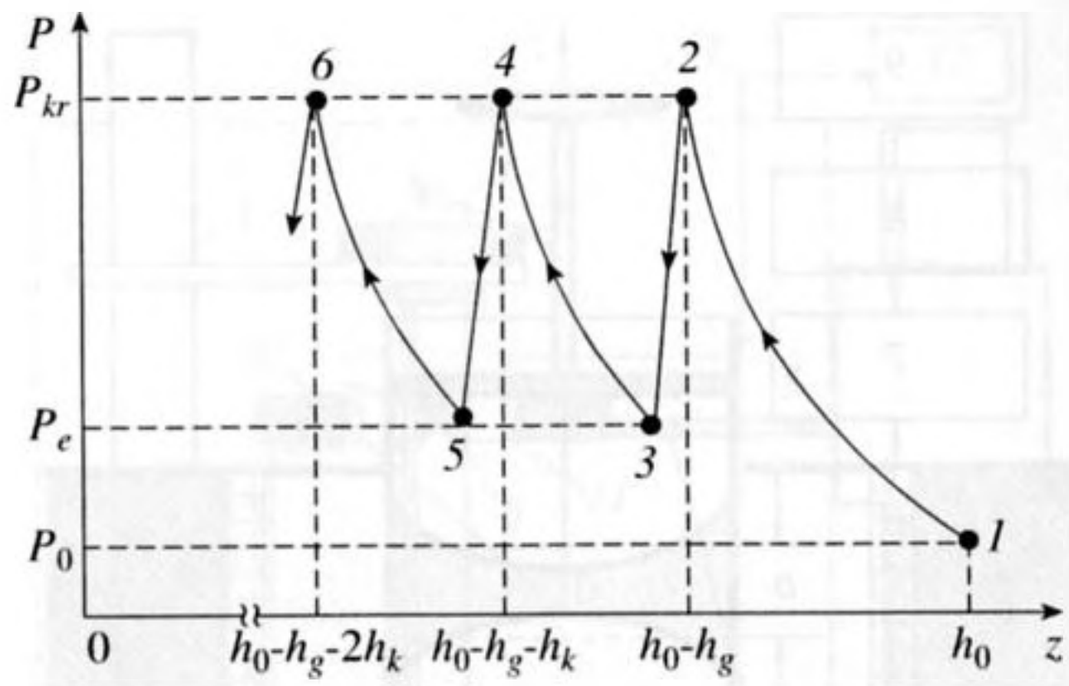

Рис. 2. Термодинамический процесс в газовой полости.

(по гиперболе) до давления P_{kr}, которое превышает атмосферное.

При термодинамическом методе измерений критический перепад давления, обуславливающий разрыв перемычки при ее перемещении из исходного положения равновесия до первого разрыва:

$$P_{k1td} \equiv P_{kr} - P_0 \tag{1}$$

где P_{kr} – давление в газовой полости, при котором происходит разрыв перемычки. На основании закона изотермического сжатия газовой полости можно записать $P_0 h_0 = P_{kr}(h_0 - h_g)$, откуда $P_{kr} = P_0 \dfrac{h_0}{h_0 - h_g}$.

В силу третьего закона Ньютона и в предположении постоянства коэффициентов газовой упругости k_g и пондеромоторной упругости k_p получим

$$P_{kr} = P_0 \frac{h_0}{h_0 - \alpha\Gamma}, \tag{2}$$

где

$$\alpha \equiv \frac{k_p}{k_p + k_g}. \tag{3}$$

Подставляя (2) в (1), находим $P_{k1td} = \dfrac{\alpha P_0 \Gamma}{h_0 - \alpha\Gamma}$.

В случае расширения газовой полости знак "–" в знаменателе заменяется на "+". Поэтому, учитывая оба направления перемещения магнитной головки, запишем:

$$P_{k1td} = \frac{\alpha P_0 \Gamma}{h_0 \pm \alpha\Gamma}.$$

Поскольку условиями эксперимента предусмотрено $h_0 \gg \alpha\Gamma$, то

$$P_{k1td} \approx \alpha P_0 \Gamma / h_0. \tag{4}$$

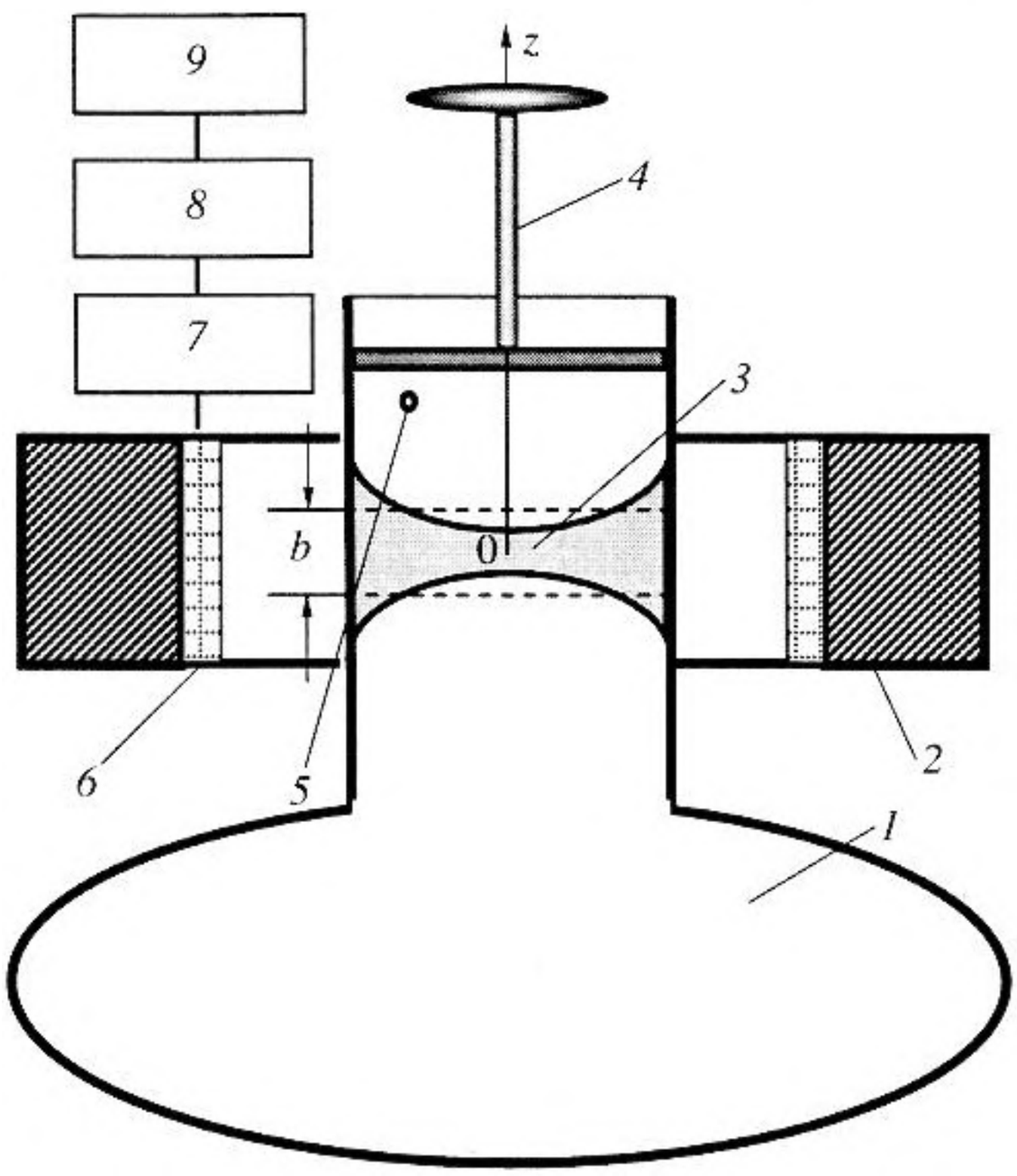

Рис. 3. Схема установки для определения упругих параметров.

В точках 2, 4, 6 графика термодинамического процесса происходит нарушение сплошности МЖ-перемычки в результате образования отверстия в ее центральной части.

Переход газа в новое состояние с равновесным давлением P_e сопровождается скачкообразным изменением давления за счет перекачки воздуха (переход 2–3; 5–6 и т.д.), последующими колебаниями перемычки и установлением термодинамического равновесия.

Получим формулу для расчета приращения давления в газовой полости при последующих разрывах перемычки с использованием термодинамического метода.

$$P_k = P_{kr} - P_e. \tag{5}$$

В состоянии 4 перемычка смещена относительно магнитной головки на H_d, в состоянии 3 – на $H_d - h_d$, где h_d – смещение перемычки при перемещении магнитной головки на h_k, следовательно, координата состояния 3 $z = h_0 - h_g - h_d$, поэтому для участка процесса 3–4 имеем $P_{kr}(h_0 - h_g - h_k) = P_e(h_0 - h_g - h_d)$. В рамках предположения об упругой линейной деформации $\frac{h_g}{h_k} = \frac{k_g}{k_d + k_g}$, выражение (5) приводится к виду:

$$P_k \cong P_0 \alpha h_k / h_0 \tag{6}$$

Формула для расчета коэффициента газовой упругости для изотермического процесса имеет вид [3]:

$$k_g = \frac{\rho_g c^2 S^2}{V_0 \gamma}, \tag{7}$$

где ρ_g – плотность газа, S – площадь поперечного сечения трубки, c – скорость звука в газе, $\gamma = 1.4$ – коэффициент Пуассона, V_0 – объем изолированной газовой полости.

Для определения k_p измеряется частота свободных колебаний МЖМ на установке, схематически показанной на рис. 3. Колба *1* объемом 0.5 л закрепляется вертикально так, что ее горлышко, представляющее собой трубку внутренним диаметром 13.3 мм, располагается коаксиально с кольцевым магнитом *2*. Магнитный коллоид заливается в область максимального магнитного поля в точно определенном объеме при помощи мерной трубки, образуя сплошную МЖ-перемычку *3*. Поршень *4*, опускается до уровня, ограниченного положением открытого отверстия *5*. При закрытом отверстии *5* поршень резко выдергивается. В результате возникновения перепада давления происходит смещение МЖ-перемычки из положения равновесия, перемещение ее под действием пондеромоторного фактора в обратном направлении и последующие колебания. При помощи катушки индуктивности *6*, вставленной в магнит, фиксируется соответствующая колебательному процессу переменная ЭДС. Сигнал подается на вход осциллографа *7*, работающего в режиме внешней синхронизации, снимается цифровой камерой *8* и поступает в персональный компьютер *9* для последующей обработки.

Расчет k_p выполняется по формуле:

$$k_p = 4\pi^2 \nu^2 m_f - k_g \tag{8}$$

где m_f – масса магнитного коллоида, образующего сплошную перемычку, ν – частота колебаний.

Вследствие значительного объема V_0 поправка на газовую упругость k_g, рассчитанная по формуле (7), составляет менее 6%.

При использовании формулы (8) предполагается, что МЖ-перемычка перемещается как единое целое. В сдвиговом движении находится только тонкий пристеночный слой жидкости, толщина которого определяется глубиной проникновения вязкой волны. Погрешность измерений P_{k1td} данным методом составляет ~2%.

Блок – схема экспериментальной установки, применяемой при гидростатическом методе измерений, приведена на рис. 4. Для создания магнитожидкостной мембраны используется стеклянная трубка *1* длиной 350 мм, открытая с двух сторон, имеющая внутренний диаметр 13.3 мм. Трубка при помощи держателя *2*, жестко закрепленного

на опоре *3*, устанавливается вертикально внутри кольцевого магнита *4*, связанного с кинематическим узлом катетометра *5*. Магнитный коллоид *6* определенного объема, введенный в область максимального магнитного поля, перекрывает поперечное сечение трубки. В основание трубки плотно вставлена фторопластовая пробка *7* с отверстием диаметра 1 мм. Нижний конец трубки опущен в емкость с дистиллированной водой *8*. Таким образом, внутри трубки образуется изолированная газовая полость высотой h_0. При этом в начале эксперимента высота водяного столба внутри трубки h_{10} равна высоте внешнего водяного столба h_{f0}. При медленном подъеме емкости с водой при помощи подъемного устройства *9* высота внешнего водяного столба h_f, а следовательно, и внутреннего h_1, отсчитываемая от нижнего конца трубки по шкале с миллиметровыми делениями *10*, увеличивается. В изолированной газовой полости создается перепад давления. При достижении значения критического перепада давления P_{k1gs} происходит разрыв МЖМ.

Таким образом, $P_{k1gs} = \rho_w g(h_f - h_1)$, где ρ_w – плотность дистиллированной воды в емкости.

Разрыв МЖМ фиксируется при помощи катушки индуктивности *11*, коаксиально вставленной в кольцевой магнит. Снимаемый сигнал подается на вход осциллографа *12*, работающего в режиме внешней синхронизации. Экспериментальная установка помещена в термостат *13*.

Заметим, что пробка с отверстием *7* предназначена для ограничения скорости заполнения водой воздушной полости, благодаря чему исключается возможность возникновения автоколебаний – серии из 6–8 разрывов, следующих за первым разрывом МЖМ. Относительная погрешность определения величины критического перепада давления P_{k1gs} составляет 5.5%.

Нами использовались применяемые в машиностроении МЖ, представляющие собой коллоидный раствор однодоменных частиц магнетита Fe_3O_4 в керосине с различной плотностью (таблица).

Результаты определения величины Г, полученные при использовании в МЖМ образца МЖ-2, для разных высот h_0 представлены в графическом виде на рис. 5. Возрастание Г по мере увеличения h_0 соответствует закону изотермического сжатия газа. Экспериментальные данные величины Г и

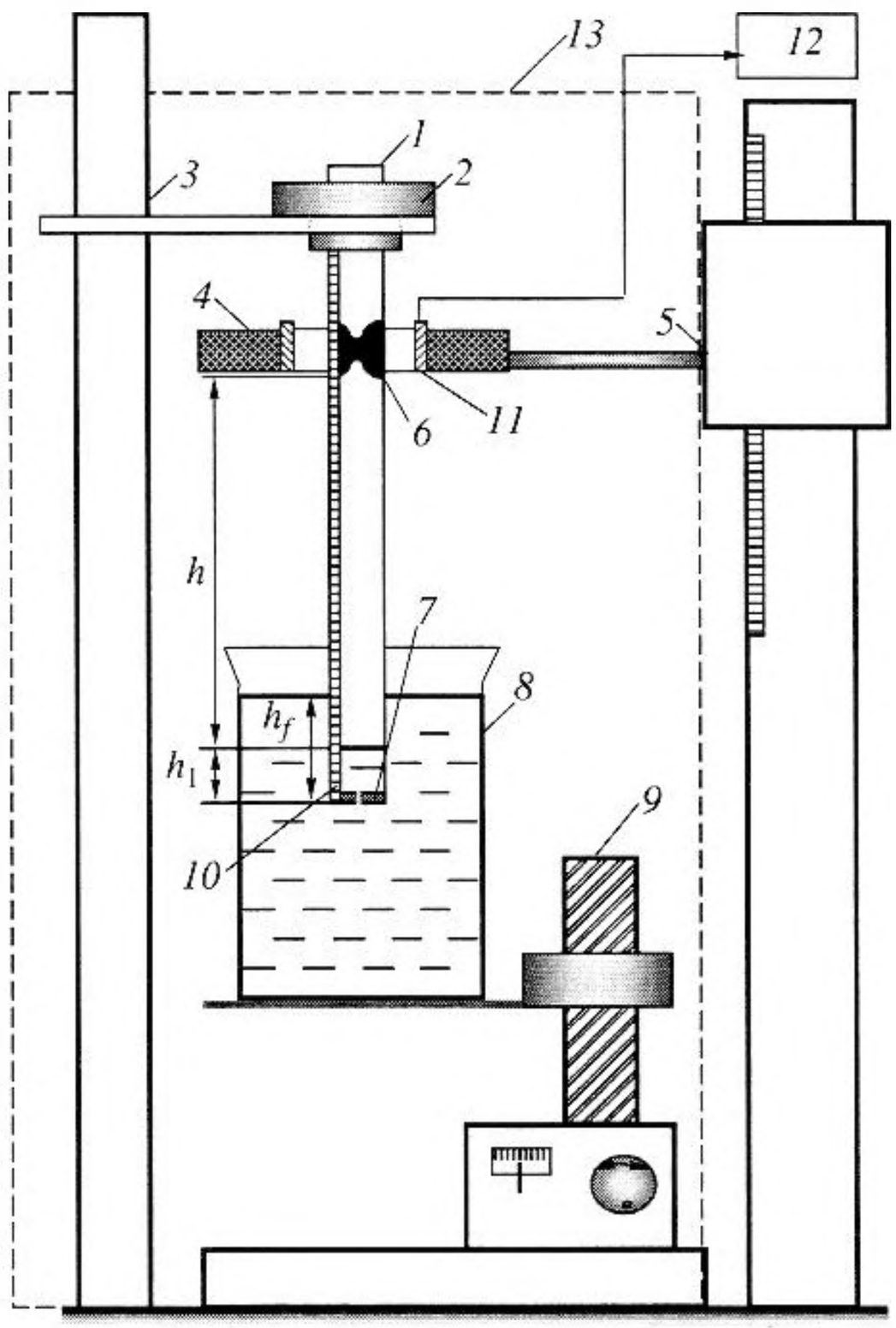

Рис. 4. Блок – схема экспериментальной установки гидростатического метода измерений.

рассчитанные на их основе по формуле (4) значения P_{k1td} для четырех образцов МЖ при $h_0 = 160$ мм представлены в таблице.

Путем усреднения опытных данных h_k (МЖ-1 – 50 точек; МЖ-2 – не менее 30 точек; МЖ-3 – более 50 точек) в интервале перемещения магнитной головки от h_0 до $h_0 + \Delta h$ ($h_0 = 160$ мм, $\Delta h \approx 1$ см) для каждого образца МЖ получено $\bar{h}_k$, численные значения которых приведены в таблице. Результаты расчета параметра P_k, проведенного с использованием значения $\bar{h}_k$ по формуле (6), также представлены в таблице.

Таблица

Образец	ρ, кг/м^3	k_g, Н/м	k_p, Н/м	k_{ps}, Н/м	Г, мм	$P_{k1\,td}$, Па	$P_{k1\,gs}$, Па	$\bar{h}_k$, мм	P_k, Па	P_{ks}, Па	Δz, мм	ΔV, ×10^{-6} м^3
МЖ-1	1587	92	72	52	2.44	680	560	0.11	30	25	1.5	0.21
МЖ-2	1600	92	74	42	2.84	810	570	0.17	50	33	1.9	0.26
МЖ-3	1946	92	107	61	2.29	790	580	0.06	20	15	1.3	0.18

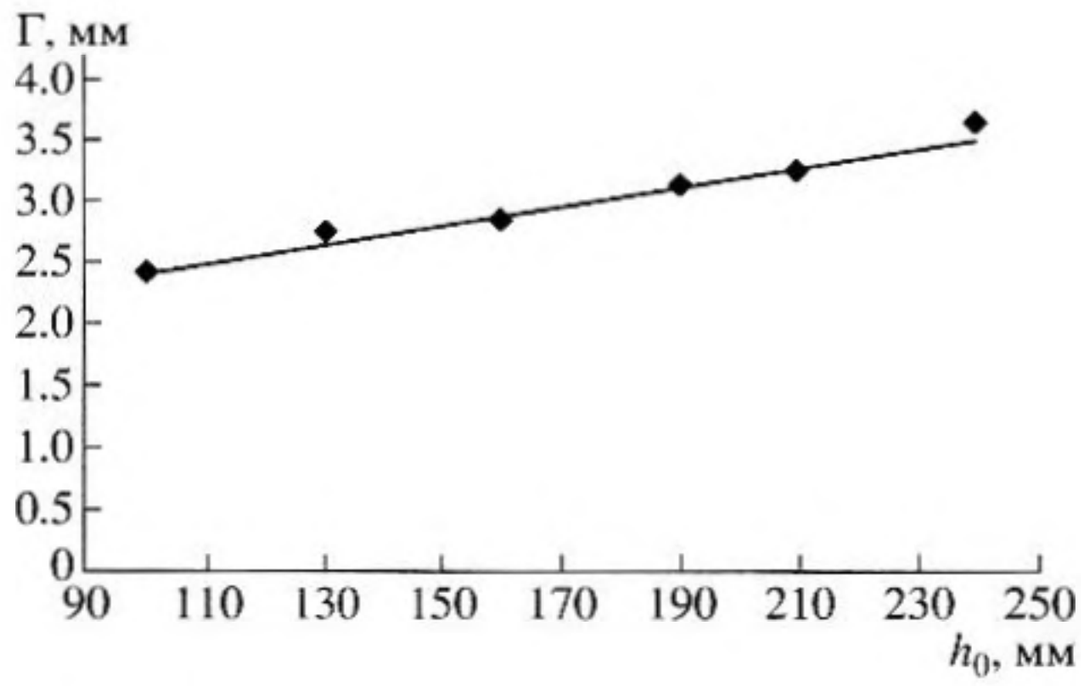

Рис. 5. Линейная аппроксимация зависимости $\Gamma(h_0)$ для МЖМ на основе МЖ-2.

Результаты экспериментального определения величин критического перепада давления P_{k1td} и P_{k1gs} для МЖМ на основе МЖ-2 при разных значениях начальной высоты изолированной газовой полости h_0 представлены в графическом виде на рис. 6. В пределах погрешности измерений наблюдается постоянство данных параметров, что свидетельствует о достоверности полученных результатов.

На рис. 7 приведена линейная аппроксимация зависимости $P_k(h_0)$ для МЖМ на основе МЖ-2. Уменьшение P_k с высотой h_0 соответствует полученному выше выражению (9).

По данным таблицы P_{k1td} для исследованных МЖМ превосходит P_{k1gs} на ~30%, что выходит за пределы суммарной погрешности измерений (~7%). Существует только одно объяснение этого факта: коэффициент α в формуле (3), в условиях квазистатического повышения давления от P_0 до P_{k1} не остается постоянным и имеет в среднем меньшее значение по сравнению с рассчитанным на основе рассмотренной модельной теории.

При расчете α используется коэффициент пондеромоторной упругости k_p. Можно предположить, что полученный из выражения (8) коэффициент k_p превышает коэффициент пондеромоторной упругости, характерный для квазистатического режима повышения давления k_{ps}, поскольку при "быстропеременном" колебательном движении силами вязкого трения блокируются механизмы течения жидкости, изменения площади и формы открытой поверхности перемычки в процессе ее перемещения в магнитном поле. Следовательно, превышение k_p над k_{ps} связано с релаксационным характером упругости пондеромоторного типа.

Исходя из пропорциональности P_{k1} и α, запишем $\dfrac{P_{k1td}}{P_{k1gs}} = \dfrac{\alpha}{\alpha_{gs}}$.

Учитывая (3), имеем $\dfrac{P_{k1td}}{P_{k1gs}} = \left(\dfrac{k_p}{k_p + k_g}\right) / \left(\dfrac{k_{ps}}{k_{ps} + k_g}\right)$.

Откуда для статического коэффициента пондеромоторной упругости k_{ps} получим:

$$k_{ps} = \frac{P_{k1gs} k_p k_g}{P_{k1td}(k_p + k_g) - P_{k1gs} k_p}.$$

В таблице приведены результаты расчета k_{ps} для исследуемых МЖМ. Из представленных данных следует:

$$k_p / k_{ps} > 1.$$

В условиях квазистатического эксперимента пондеромоторная упругость, по-видимому, не является линейной ("гуковской"), поэтому можно ожидать, что значение k_{ps} будет зависеть от величины смещения перемычки из положения равновесия.

С использованием статического коэффициента пондеромоторной упругости можно получить оценку смещения перемычки (в модели – перемычка-диск) или приращения объема газовой полости за счет смещения и искривления перемыч-

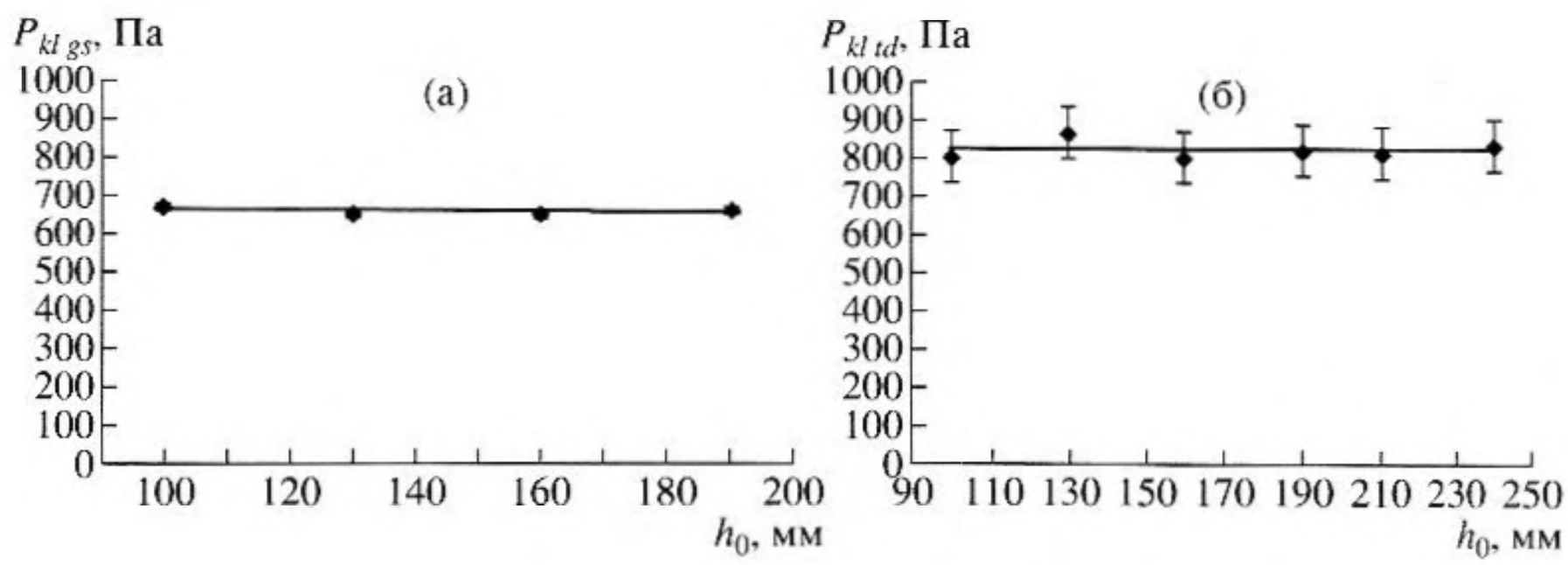

Рис. 6. Прочностные параметры для МЖМ на основе МЖ-2: а) зависимость $P_{k1gs}(h_0)$; б) зависимость $P_{k1td}(h_0)$.

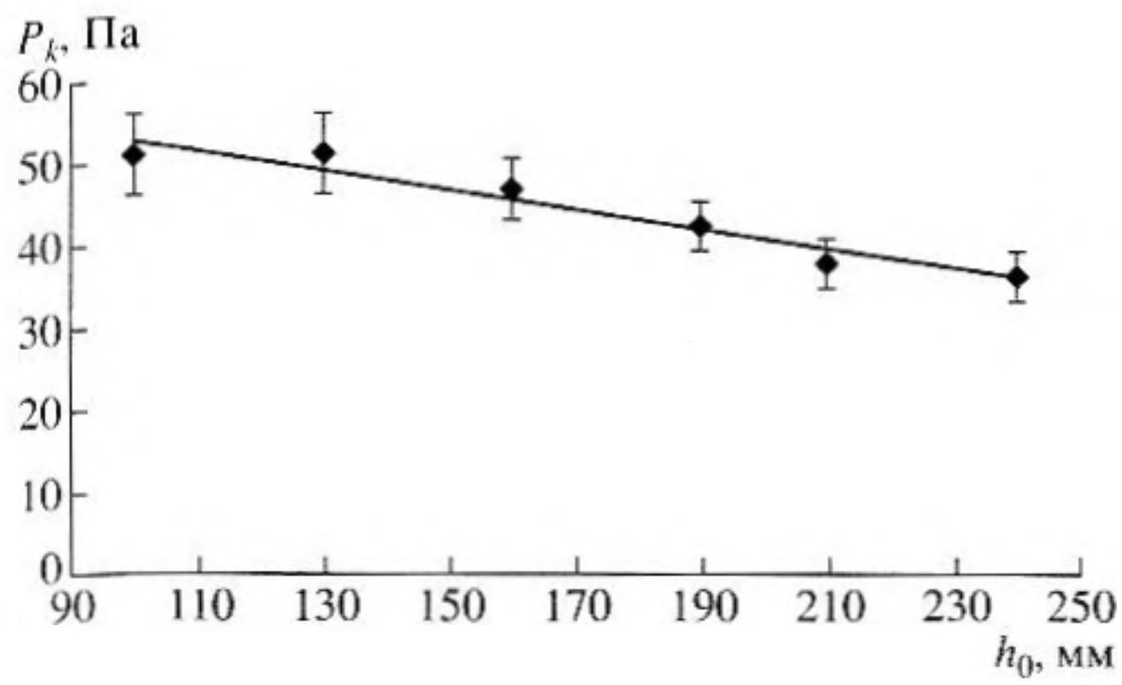

Рис. 7. Линейная аппроксимация зависимости $P_k(h_0)$ для МЖМ на основе МЖ-2.

ки к моменту разрыва по формулам: $\Delta z = \frac{SP_{k1gs}}{k_{ps}}$ и $\Delta V = \frac{S^2 P_{k1gs}}{k_{ps}}$. Результаты расчета Δz и ΔV представлены в таблице.

В таблице приведены также значения параметра P_k, рассчитанные по формуле (6), при этом вместо k_p использовалось значение k_{ps}, что повышает надежность оценки.

ВЫВОДЫ

Превышение коэффициента пондеромоторной упругости, измеренного в динамическом режиме, k_p над коэффициентом упругости k_{ps}, полученным в квазистатическом эксперименте, обусловлено релаксационным характером упругости пондеромоторного типа. Можно ожидать, что в условиях квазистатического эксперимента в силу нелинейности пондеромоторной упругости значение k_{ps} будет зависеть от величины смещения перемычки.

Значение статического коэффициента упругости k_{ps} может быть использовано для оценки смещения перемычки к моменту ее разрыва.

Коэффициенты пондеромоторной упругости МЖМ, магнитожидкостного герметизатора или клапана существенно зависят от амплитудно-скоростного режима наложения перепада давления, что может послужить причиной расхождения в оценках значений критического давления, полученных различными методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Karpova G.V., Lobova O.V., Polunin V.M., Postnikov E.B., Zubarev E.K.* Resonance properties of magnetic fluid sealants // Magnetohydrodynamics. 2002. V. 38. № 4. P. 385–390.
2. *Карпова Г.В., Лобова О.В., Пауков В.М., Полунин В.М., Постников Е.Б.* Экспериментальное исследование магнитожидкостного резонатора // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 3. С. 364–367.
3. *Kameneva Ju.Ju., Kovarda V.V., Polunin V.M., Zubarev E.K.* Kinetic properties of the magnetic fluid membrane // Magnetohydrodynamics. 2005. V. 41. № 1. P. 87–93.
4. *Каменева Ю.Ю., Карпова Г.В., Коварда В.В., Лобова О.В., Полунин В.М.* Исследование свойств магнитожидкостной мембраны // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 6. С. 778–786.
5. Патент РФ № 2273002. Дозатор газа. Н.С. Кобелев, В.М. Полунин, Г.В. Карпова [и др.]. № 2004110653/28; заявл. 07.04.2004; опубл. 27.03.2006. Бюл. № 9.

The Elasticity of a Magnetic-Fluid Membrane

V. V. Kovarda, O. V. Lobova, Yu. Yu. Mikhailova, V. M. Polunin, and S. S. Khotynyuk

Kursk State Technical University, ul. 50 Let Oktyabrya 94, Kursk, 305040 Russia

e-mail: polunin-vm1@yandex.ru

Abstract— For a magnetic-fluid membrane, the critical pressure drop is determined experimentally by using thermodynamic and hydrostatic methods. It is found that the value of the critical pressure drop calculated from the data of the thermodynamic method exceeds by ~30% the value of this parameter measured by the hydrostatic method. The overstated value of the critical pressure drop obtained by using the indirect thermodynamic method is explained by the approximate nature of the analytical model lying at its basis, which does not take into account the relaxation character of pondermotive elasticity. The static and thermodynamic coefficients of pondermotive elasticity of a magnetic-fluid membrane sample are calculated, and the results are used to estimate the membrane displacement by the moment of its breakage.