

УДК 534.222

## ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ НА НАГРЕВ СТЕНКИ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ПУЗЫРЬКА И НА ПЕРЕХОД ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПУЛЬСАЦИЙ В ХАОТИЧЕСКИЕ

© 2008 г. Г. А. Дружинин

Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет  
198504 С.-Петербург, Петродворец, ул. Ульяновская 1

E-mail: GD1969@narod.ru

Поступила в редакцию 2.10.07 г.

В работе предложена простая схема оценки нагрева жидкости на стенке пульсирующего пузырька и влияния различных эффектов на амплитуду и фазу пульсаций. Переход периодических пульсаций пузырька в хаотические при учёте теплопередачи происходит при той же амплитуде вынуждающей силы, что и без теплопередачи.

PACS 43.25.Yw

Существует много гипотез происхождения со-нолюминесценции [1]. При схлопывании пузырька газ в нем может нагреваться и передавать тепло воде, окружающей пузырек. Вода может испаряться внутрь пузырька, а пар воды при достаточно высокой температуре распадается на кислород и водород. Согласно одной из гипотез [2] под действием высокой температуры водород будет светиться.

Большинство расчетов пульсаций пузырьков было сделано с использованием модели адиабатического изменения состояния газа в пузырьке [3]. Одним из уравнений, описывающих пульсации адиабатического газового пузырька в жидкости, является нелинейное дифференциальное уравнение Херринга-Флинна [4, 5]:

$$R + \frac{3R^2}{2R} + \frac{1}{\rho_0 R} \left( \left( P_0 - P_0 + \frac{2\sigma}{R} \right) - \left( P_0 - P_p + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + P_m \sin \omega t \right) + \frac{4\nu R}{R^2} + \frac{R}{R\rho_0 c_0} \left( 3\gamma \left( P_0 - P_p + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{R} \right) = 0.$$

Оно описывает пульсации пузырька в слабо-сжимаемой жидкости и учитывает вязкость жидкости, поверхностное натяжение и давление пара. Численные опыты показали, что влияние этих эффектов как на амплитуду (рис. 1), так и на фазу пульсаций пузырька с первоначальным радиусом 10 микрон мало (рис. 2). Даже при полном отсутствии диссипации нелинейность ограничивает рост амплитуды. Основные эффекты при пульсации пузырьков определяет уравнение Рэлея [6], а

все остальные дополнения к нему лишь немного изменяют решение. Наш пузырек пульсировал под действием волны с амплитудой 0.5 атм и частотой, равной резонансной частоте линейных пульсаций пузырька.

**Влияние теплопроводности.** В момент схлопывания газового пузырька расчетная температура в нем может увеличиваться на несколько тысяч градусов. Это обстоятельство и послужило основанием для гипотезы о том, что вода на границе с газом может нагреться и испариться внутрь пузырька.

Модели, учитывающие теплообмен газа в пузырьке и жидкости, окружающей его, чрезмерно сложны. Мы поставили задачу сравнительно про-

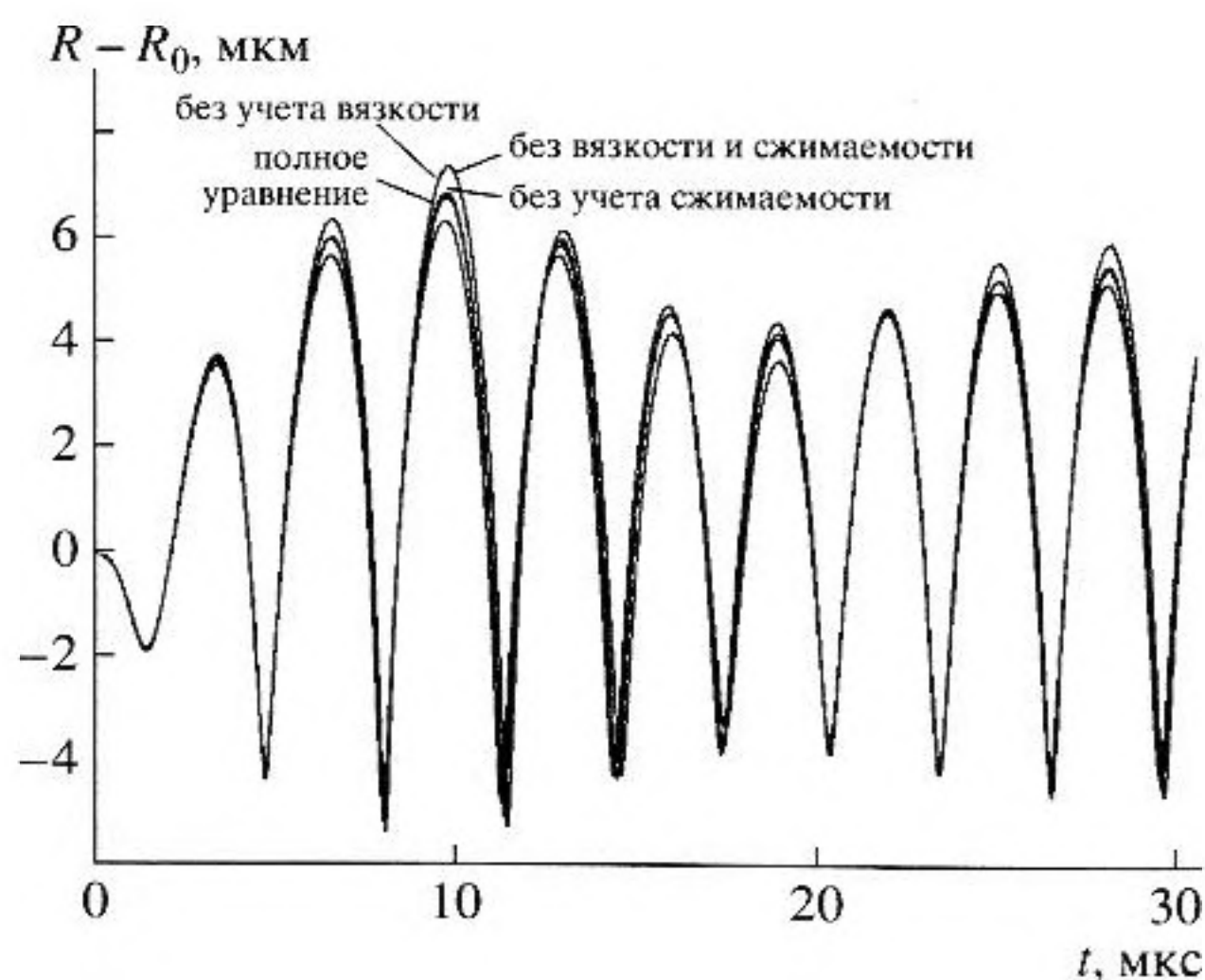


Рис. 1. Пульсации газового пузырька при давлении в волне 0.5 атм.

стым способом оценить возможность нагрева жидкости в процессе пульсаций газовых пузырьков. Для этого была реализована численная схема, состоящая из двух последовательных этапов.

Пузырек газа разбивали на сферические слои равной толщины. Обычно делили на сто слоев. Часть воды вокруг пузырька разбивалась тоже на сто слоев, обычно той же толщины. На пузырек действовала синусоидальная вынуждающая сила — акустическая волна. На каждом шаге по времени новый радиус пузырька вычислялся с использованием уравнения Херринга-Флинна, то есть газ в пузырьке вел себя адиабатически. Использовалась схема Рунге-Кутта с автоматическим выбором шага. Массы газа в слоях оставались постоянными, а радиусы всех слоев изменялись. По адиабате вычислялись новые температуры слоев и новое давление. Это давление вычислялось по формуле Клапейрона  $PV = (m/M)RT$  и считалось одинаковым в каждой точке пузырька.

На втором этапе каждый слой газа и жидкости обменивался теплом с соседними слоями (как и в [5]) по закону Фурье  $q = -\lambda \text{grad}T$  на промежутке времени, как раз равном шагу по времени для вычисления изменений радиуса. В отличие от [7, 8] в процессе теплообмена участвовал не узкий приграничный слой, а все слои газа внутри пузырька и большой объем жидкости вокруг. Коэффициент теплопроводности в наших вычислениях был пропорционален корню квадратному из температуры [9]. Из-за наличия большого количества слоев этот промежуток времени был разделен на несколько тысяч более мелких шагов. На каждом таком мелком шаге температуры слоев менялись из-за обмена теплом, а так как давление в пузырьке было везде одинаковым, менялись и объемы слоев газа. Объемы холодных слоев уменьшались по Клапейрону, а объемы горячих увеличивались. При этом учитывалась работа по изменению объема слоя газа  $p dV$ . Этап заканчивался тем, что в уравнение Херринга-Флинна на следующем шаге подставляли то давление в пузырьке, которое установилось в результате теплообмена, а не то, что ранее вычисляли по адиабате Пуассона.

Возможность применения такой упрощенной схемы мы оправдывали гипотезой о том, что из-за чрезвычайно низкой теплопроводности газ сжимается почти адиабатически и теплопередача внесет лишь небольшие изменения в процесс пульсации пузырьков. Оказалось, что при давлении в акустической волне больше первоначального давления газа, равного у нас атмосферному давлению, это так и есть. А сонолюминесценция как раз и наблюдается при давлениях в акустической волне больше одной атмосферы. При давлении в акустической волне меньше атмосферного разница довольно большая.

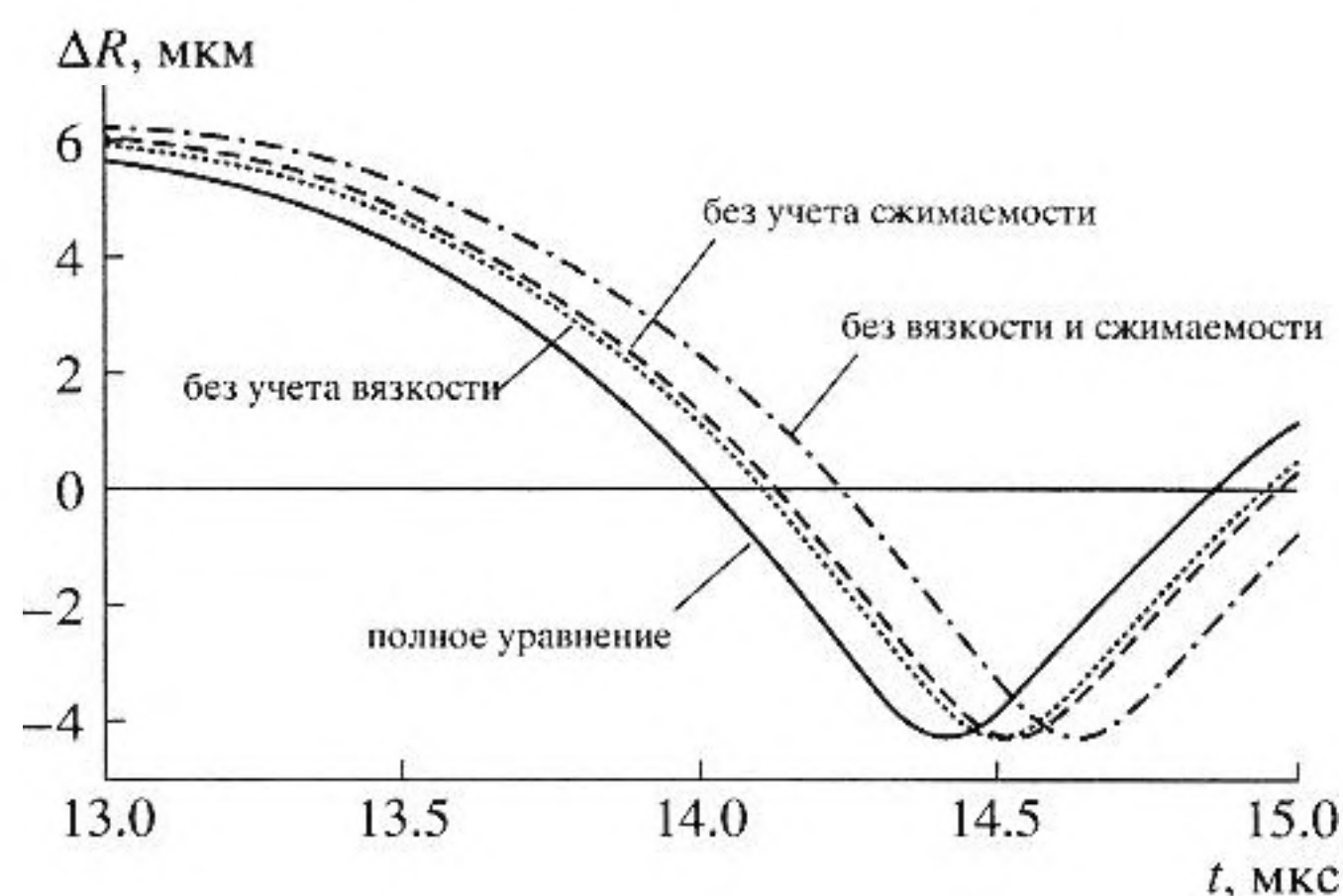


Рис. 2. Сдвиг фазы при максимальном сжатии.

Для описанной модели была написана программа на C++. Один из примеров изменения температуры в центре пузырька (масштаб температур уменьшен ровно в пятьсот раз) и в воде на границе с газом показан на рис. 3.

Из графика видно, что несмотря на то, что температура в центре пузырька увеличивается более чем на 1000 К, процесс теплопередачи приводит к тому, что газ на границе с водой нагревается на величину в сотни раз меньше, а вода нагревается всего лишь на два градуса, что не может привести не только к кипению, но и к значительному увеличению испарения. Этот эффект не накапливается и при следующих схлопываниях приращение температуры воды на границе не увеличивается. Даже при сравнительно медленном расширении пузырька процесс, в отличие от [8], не был похож на изотермический.

Правильность работы той части программы, которая вычисляет распределение температуры в пузырьке, была проверена сравнением с известным решением [11] для нестационарной задачи теплопередачи с не зависящим от температуры коэффициентом теплопроводности. На пузырек воздействовала акустическая волна в виде ступеньки и распределение температуры в пузырьке было вычислено аналитически и численно. Полученное максимальное различие численного и аналитического решения в 2% можно считать удовлетворительным.

В выбранной модели пульсации считались сферически-симметричными. Однако на финальной стадии схлопывания пузырек может потерять сферическую форму [10] и это может сильно усложнить задачу.

При увеличении амплитуды вынуждающей силы пульсации пузырьков становятся непериодическими. Переход от периодических пульсаций к хаосу происходит так: в низкочастотной части спектра пульсаций появляются субгармоники. Ес-

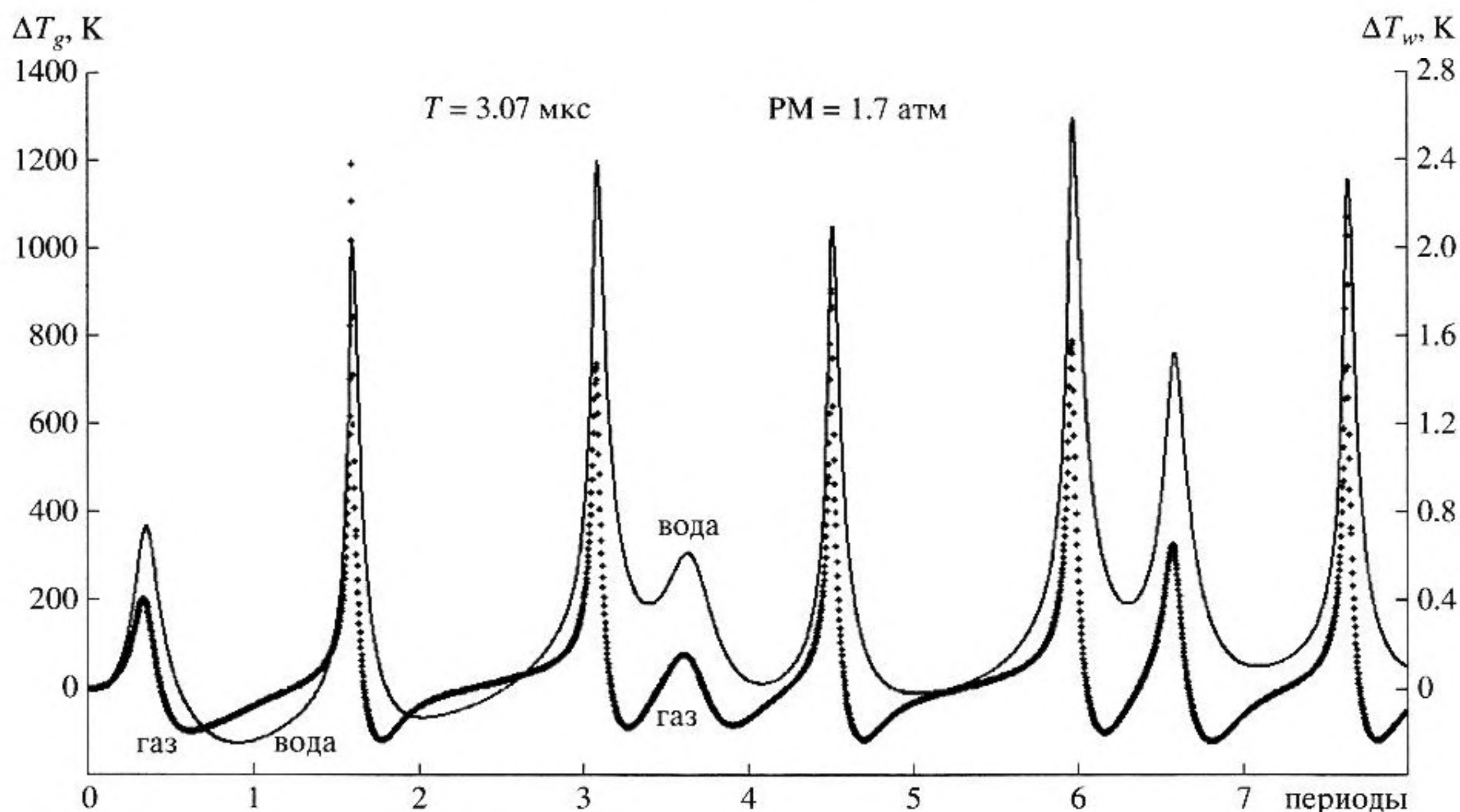


Рис. 3. Изменение температуры газа в центре пузырька (левая шкала температур) и воды на границе с газом (правая).

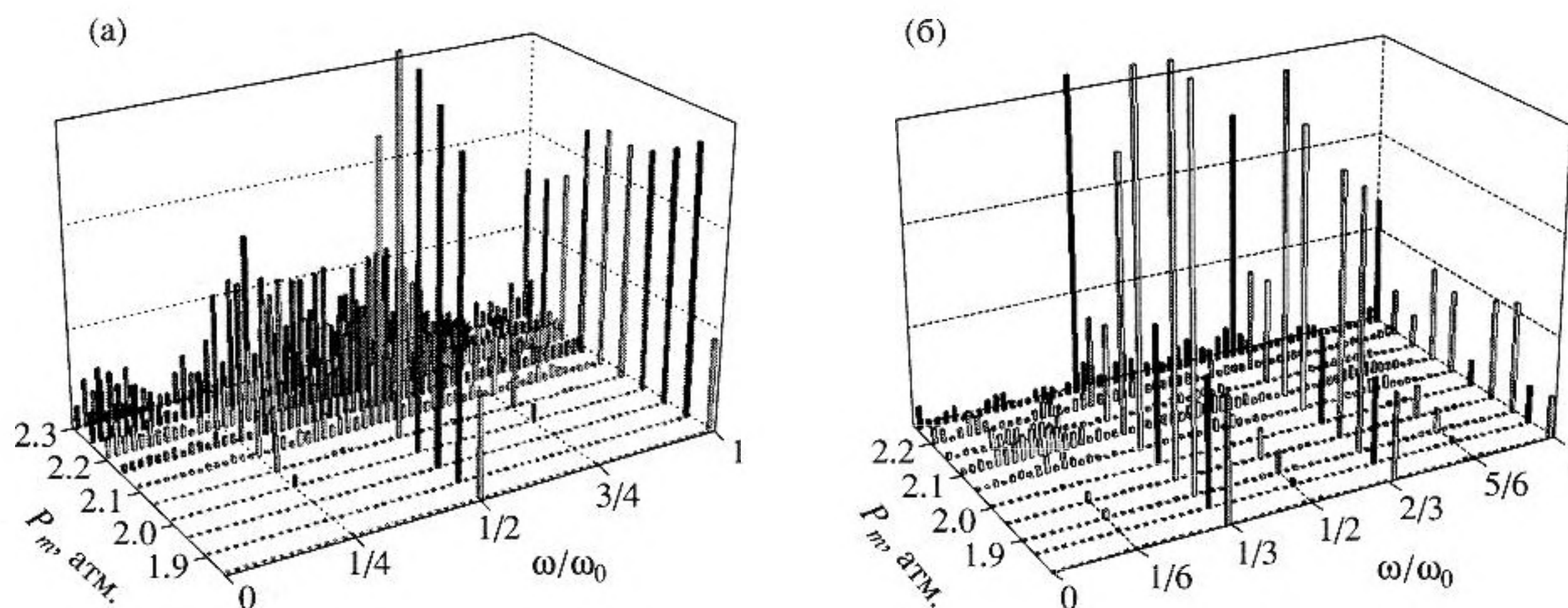


Рис. 4. Спектры пульсаций пузырьков без (а) и с учетом теплопроводности (б).

ли не учитывать теплопроводность, то первой появляется субгармоника  $1/2$ , затем субгармоники  $1/4$  и  $3/4$  (рис. 4, а). При давлении в акустической волне  $Pm = 2.1$  атм спектр становится сплошным, а колебания хаотическими.

При учете теплопроводности отличие состоит в том, что первыми появляются субгармоники  $1/3$  и  $2/3$ , а затем только  $1/2$ ,  $1/6$  и  $5/6$ , после чего, практически при том же давлении в акустической волне накачки, наступает хаос. Каждый, кто когда-либо наблюдал кавитацию, знаком с этим переходом к хаосу: кавитация возбуждается ультразвуковой волной и, при переходе пульсаций пузырьков от

периодических к хаотическим, возникает характерный шум в слышимом низкочастотном диапазоне.

По вертикали отложены амплитуды спектральных составляющих колебаний радиуса пузырька. По горизонтали вправо отложены относительные частоты. Здесь  $\omega_0$  – частота волны накачки, равная резонансной частоте пузырька. Горизонтальные ряды соответствуют различным давлениям в акустической волне накачки.

Итак, результаты численного эксперимента показали, что даже при нагреве газа в пульсирующем пузырьке на несколько тысяч градусов,

окружающая его вода нагревается незначительно и не может испаряться внутрь пузырька из-за кипения. Теплопроводность мало меняет форму колебаний, а переход к хаотическим колебаниям происходит почти одинаково.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маргулис М.А., Маргулис И.М. О механизме свечения при акустической и лазерной кавитации // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 340–350.
2. Lavrov B.P. Mysteries and Unknowns of Single Bubble Sonoluminescence from Viewpoint of Plasma Spectroscopy. 2001. <http://xxx.lanl.gov/abs/physics/0101081>.
3. Brenner M.P., Hilgenfeldt S., Lohse D. Single-bubble sonoluminescence // Rev. Mod. Phys. 2002. V. 74. № 2. P. 425–484.
4. Flynn H.G. Physics of acoustic cavitation in liquids / Physical Acoustics, principles and methods, V. 1. part B. Ed. W.P. Mason, Academic Press, New York and London. 1964. P. 78–172.
5. Дружинин Г.А. Как пульсирует кавитационный пузырек / Физическая акустика. Распространение и дифракция волн. Сб. трудов XI сессии РАО. Т. 1. М. ГЕОС. С. 17–20. 2001.
6. Максимов А.О. Симметрия уравнения Рэлея и анализ нелинейных пульсаций газовых пузырьков в жидкости // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 6. С. 805–812.
7. Toegel R., Gompf B., Pecha R., Lohse D. Does water vapor prevent upscaling sonoluminescence? // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. № 15. P. 3165–3168.
8. Yasui K. Effects of thermal conduction on bubble dynamics near the sonoluminescence threshold // J. Acoust. Soc. Amer. 1995. V. 98. № 5. P. 2772–2782.
9. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. М.: Наука. 1982. С. 412–413.
10. Nagrath S., Jansen K., Lahey R.T., Jr., Akhatov I. Hydrodynamic simulation of air bubble implosion using a level set approach // J. of Comput. Phys. 2006. V. 215. № 1. P. 98–132.
11. Карслоу Г.С. Теория теплопроводности. М.: ОГИЗ. 1947. 288 с.

## Influence of Heat Transfer on the Heating of an Oscillating Bubble Wall and on the Transition from Periodic Oscillations to Chaotic Ones

G. A. Druzhinin

Physics Faculty, St. Petersburg State University, ul. Ul'yanovskaya 1, Petrodvorets, 198504 Russia  
e-mail: GD1969@narod.ru

**Abstract**—A simple scheme is proposed for estimating both the heating of the liquid at the wall of a bubble performing radial oscillations and the influence of different factors on the oscillation amplitude and phase. The driving force amplitude corresponding to the transition from periodic bubble oscillations to chaotic ones proves to be independent of whether the heat conduction is taken into account or not.