

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.8

ПРИМЕНЕНИЕ НЕРЕГУЛЯРИЗАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В ПАССИВНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОТОМОГРАФИИ НА ВЕЙВЛЕТ-БАЗИСЕ

© 2008 г. К. М. Бограчев

Институт радиотехники и электроники РАН

101000 Москва, Старосадский пер. 8

Тел.: (095) 924-5166 Факс: (095) 924-5285

E-mail: ynmk@yandex.ru

Поступила в редакцию 30.10.07 г.

Выполнено сравнение качества восстановления распределения температуры, получаемых при гипертермии, при использовании регуляризации и нерегуляризованного метода решения систем линейных уравнений (СЛУ), возникающих при формулировке некорректной обратной задачи пассивной акустической термотомографии. В качестве базисных функций использованы вейвлеты, что позволило получить компактное представление восстанавливаемого температурного пика. Показано, что при нагревании участков ткани, расположенных далеко от поверхности, нерегуляризованный метод (МНК) дает существенно меньшую систематическую погрешность восстановления температуры в точке фокуса. При этом случайная компонента погрешности восстановления возрастает. Нерегуляризованный метод восстановления может быть использован в комбинации с регуляризацией при контроле процесса гипертермии в онкологии для получения более полной информации о глубинной температуре.

PACS: 43.80. Qf, 43.80 Sh, 43.80.Vj, 87.63.Df, 87.63.Hg

Перспективным методом уничтожения опухолей является локальный нагрев ткани (гипертермия), в частности с использованием фокусированного ультразвука. При проведении гипертермии важно контролировать температуру в нагреваемой ткани. Для такого контроля можно использовать метод пассивной акустической термотомографии [1–5, 8]. В этом методе восстанавливаемая температура представляется в виде суммы базисных функций с соответствующими коэффициентами.

Учет физических особенностей процесса гипертермии позволяет использовать вейвлет-разложение [6] для уменьшения шума в измеряемом сигнале. В работе [7] было показано, что из-за локального характера нагрева ткани эффективным и компактным является вейвлет-представление температурного распределения. Вейвлет-представление позволяет существенно сократить число неизвестных при решении некорректной обратной задачи, которую затем решали методом регуляризации. Было показано, что сокращение числа неизвестных с отбрасыванием компонент, не вносящих существенного вклада в решение, позволяет повысить точность восстановления температурного распределения. При этом, как было показано в [7], решение обратной задачи методом регуляризации приводит к систематической погрешности при восстановлении температуры. Покажем, что решение обратной задачи нерегуляри-

зованным методом (МНК) дает существенно меньшую систематическую погрешность, хотя случайная погрешность при этом увеличивается.

Рассмотрим условия задачи, аналогичные исследованным в работе [7]. При моделировании принимается, что акустическая температура (которая пропорциональна интенсивности принимаемого термоакустического излучения), измеряется пьезопреобразователями на поверхности тела (рис. 1). При решении прямой задачи в качестве исходных задавали распределения температуры, установившейся в объекте при наличии гауссового теплового источника вида

$$q_i(x, y) = q_0 \exp[-((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)/d^2], \quad (1)$$

где характерная ширина источника $d = 0.4$ см, x_0, y_0 – координаты источника, q_0 – нормировочный множитель. При этом учитывали, что соответствующее распределение температуры в теле человека должно удовлетворять уравнению теплопроводности с учетом конвективного теплопереноса, обеспечиваемого кровотоком [4]. В простейшем случае среды, однородной по своим теплофизическим характеристикам, стационарное уравнение теплопроводности имеет вид:

$$T(x, y) - x_D^2 \Delta T(x, y) = q(x, y), \quad (2)$$

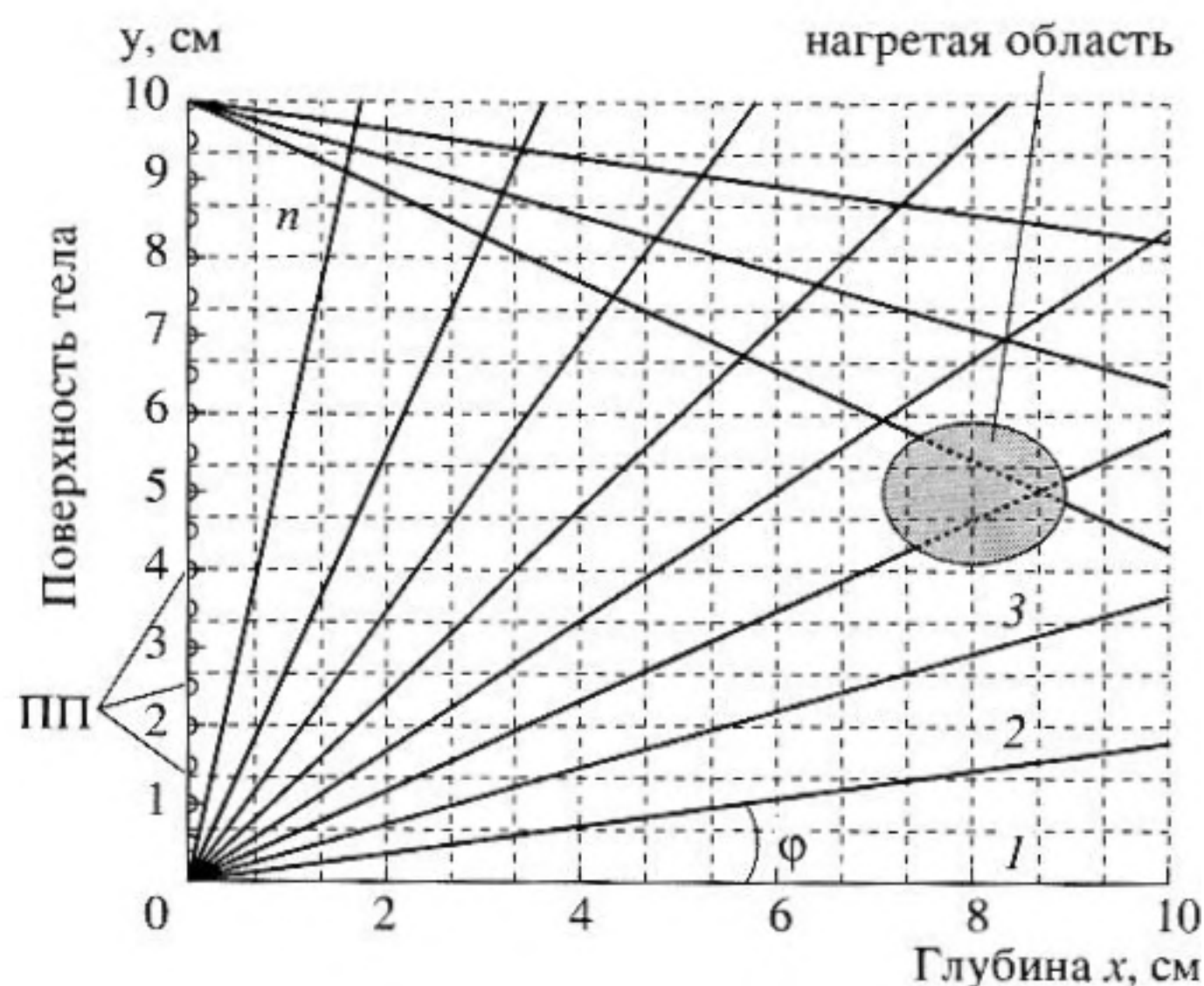


Рис. 1. Схема сканирования исследуемой области L размером $10 \times 10 \text{ см}^2$ в плоскости (x, y) . Координата x направлена вглубь тела (координата $x = 0$ – поверхность тела), координата y ориентирована вдоль поверхности тела, область L разбита вдоль оси x на N_x точек, вдоль оси y – на N_y точек (разбиение показано тонкими пунктирными линиями сетки). Отсчеты температуры среды проводили в $N_H = N_x \times N_y$ точках. Половинками кружков показаны пьезопреобразователи (ПП). 1, 2, 3, ..., n – номера углов сканирования ПП, отсчитываемых от оси x . При $0 \leq \alpha < 5 \text{ см}$ угол поворота $\alpha = 0^\circ - 80^\circ$ (где α отсчитывается против часовой стрелки), при $5 < y \leq 10 \text{ см}$ – $\alpha = -80^\circ - 0^\circ$, при $y = 5 \text{ см}$ диапазон $\alpha = 80^\circ - 80^\circ$. $N_x = N_y = 15$.

шегося распределения температуры при значениях $x_D = 0.3 \text{ см}$ (рис. 2а) и $x_D = 1.6 \text{ см}$ (рис. 2б). По оси ординат отложен инкремент температуры; его максимальное значение в точке фокуса равно $T_f = 5 \text{ К}$, что типично для процесса гипертермии (диапазон температуры $37 - 42^\circ \text{C}$).

Принимается, что коэффициент поглощения ультразвука $\gamma = 0.2 \text{ см}^{-1}$; что γ не зависит от координаты и от частоты в полосе приема ПП; что аппаратная функция ПП приближенно может быть заменена лучом l (что допустимо при использовании фокусированного ПП). При каждом измерении (или скане) значение акустической температуры (АТ) представляет интеграл, в который вносят вклад все точки исследуемой области, лежащие на данном луче:

$$T_A = \gamma \int_0^\infty T(l) \exp(-\gamma l) dl, \quad (3)$$

где l – координата вдоль акустической оси ПП, (точка $l = 0$ совпадает с положением ПП); $T(l)$ – распределение температуры вдоль акустической оси ПП; множитель $\exp(-\gamma l)$ определяет поглощение акустической волны при ее распространении от источника (находящегося в точке l на акустической оси ПП) до ПП. На рассчитанные по формуле (3) значения акустической температуры накладывали случайную ошибку, распределенную по Гауссу со среднеквадратическим значением 0.1 К , что примерно соответствует уровню ошибки измерения, для фокусированного ПП: $0.1 \text{ К} \sim cT / \sqrt{4ft}$, где $T = 310 \text{ К}$ – термодинамическая температура тела, $f = 1 \text{ МГц}$ – полоса частот ПП, $\tau = 100 \text{ с}$ – время усреднения, $c \sim 3$ – коэффициент, определяемый техническими характеристиками акустотермометра.

Для всех сканов получаем систему линейных уравнений, в которой неизвестными являются коэффициенты вейвлет-разложения восстанавливаемого температурного пика [7]:

где Δ – оператор Лапласа, $q(x, y)$ – пространственная плотность теплового источника; $x_D = \sqrt{D/\lambda}$ – характерная длина, определяемая коэффициентом температуропроводности D и величиной объемного кровотока λ – количеством литров крови, протекающей через 1 кг ткани за 1 с ; в разных тканях значение $x_D \approx 0.3 - 1.6 \text{ см}$ [4]. В данной работе будет исследовано восстановление установив-

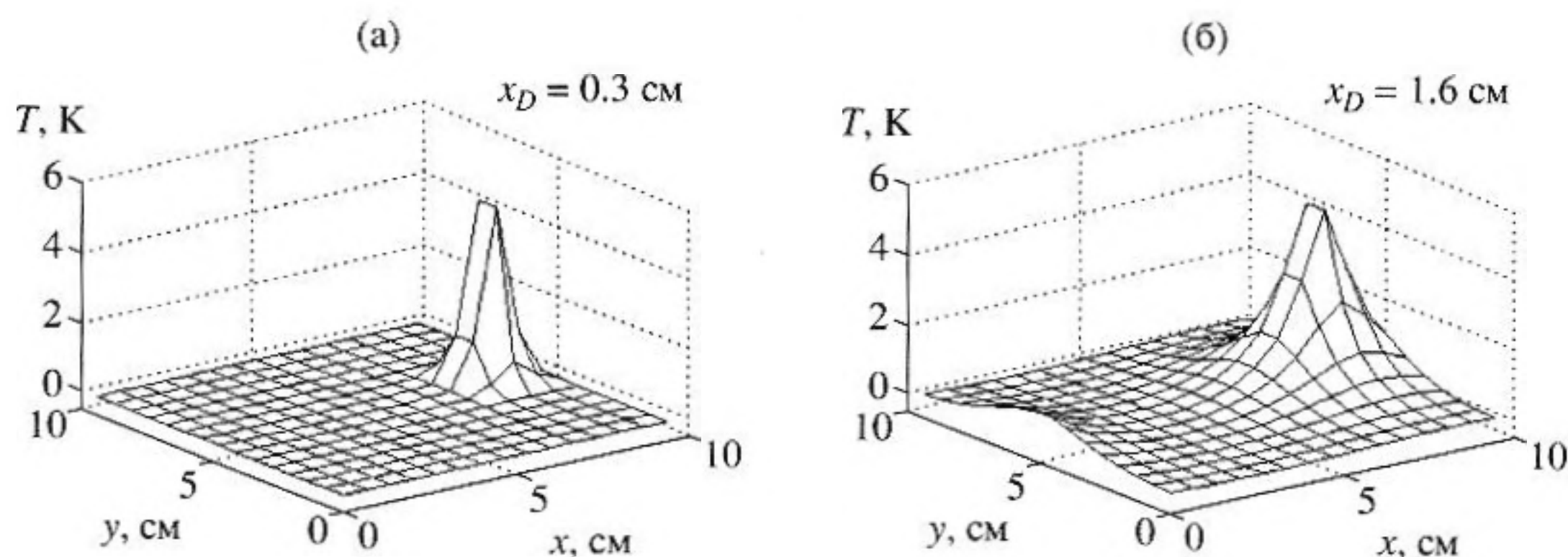


Рис. 2. Примеры температурного распределения, установившегося в ткани (а) с сильным кровотоком ($x_D = 0.3 \text{ см}$) и (б) слабым кровотоком ($x_D = 1.6 \text{ см}$).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 T_{A1}^e = \gamma \sum_{c \in C} w_c \int_0^{\infty} \varphi_{c1}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl + \\
 + \gamma \sum_{d \in D} n_d \int_0^{\infty} \psi_{d1}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl \\
 \dots \\
 T_{Ai}^e = \gamma \sum_{c \in C} w_c \int_0^{\infty} \varphi_{ci}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl + \\
 + \gamma \sum_{d \in D} n_d \int_0^{\infty} \psi_{di}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl \\
 \dots,
 \end{array} \right. \quad (4)$$

где T_A^e – значения акустяркостной температуры при с учетом измерительной ошибки, $\varphi_c^{sc}(l)$ – значение скейлинг-функции $\varphi_c(x, y)$ в точке, лежащей на акустической оси ПП на расстоянии l от ПП (ψ_d^{sc} – аналогично для вейвлет-функции); w_c, n_d – соответствующие этим функциям коэффициенты разложения, которые нужно определить для восстановления распределения $T(x, y)$; i – номер скана, C и D – множества всех коэффициентов при скейлинг- и вейвлет-функциях соответственно (в дальнейшем все коэффициенты будут называться вейвлет-коэффициентами). В работе [7] было рассмотрено решение системы (4) с применением глобальной регуляризации по Тихонову (при которой минимизируется средний квадрат температуры). При этом в качестве неизвестных рассматривались не все коэффициенты w_c, n_d , а только те, которые вносят наиболее существенный вклад в систему (4), то есть СЛУ (4) заменяли на систему

$$\left\{ \begin{array}{l}
 T_{A1}^e = \gamma \sum_{c \in C_0} w_c \int_0^{\infty} \varphi_{c1}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl + \\
 + \gamma \sum_{d \in D_0} n_d \int_0^{\infty} \psi_{d1}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl \\
 \dots \\
 T_{Ai}^e = \gamma \sum_{c \in C_0} w_c \int_0^{\infty} \varphi_{ci}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl + \\
 + \gamma \sum_{d \in D_0} n_d \int_0^{\infty} \psi_{di}^{sc}(l) \exp(-\gamma l) dl \\
 \dots,
 \end{array} \right. \quad (5)$$

где C_0, D_0 – подмножества C и D , содержащие номера только тех вейвлет-коэффициентов, которые вносят наиболее существенный вклад в систему (4). После этой замены число неизвестных n_{comp} сокращается до суммарного числа элементов в C_0 и D_0 . Положение существенных компонент и их вклад в решение определяли, используя “оценочное” температурное распределение, полученное при восстановлении методом локальной регуляризации по Тихонову (при которой дополнительно минимизируется средний квадрат плотности тепловых источников и учитываются теплофизические свойства ткани) с использованием разложения Фурье [7]. Это позволило существенно уменьшить число неизвестных n_{comp} (например 40 вместо 256), сделать систему (5) переопределенной и улучшить качество восстановления температуры. Однако применение регуляризации приводило к систематической погрешности восстановления, проявляющейся в “сплющивании” восстановленного температурного пика, как показано на рис. 3а и рис. 3б для значений $x_D = 0.3$ см и $x_D = 1.6$ см соответственно ($n_{\text{comp}} = 40$). Этот эффект тем сильнее, чем глубже находится нагретый участок. В данной работе рассматривается случай, когда источник тепла расположен достаточно глубоко (на глубине 8 см), поэтому восстановление методом глобальной регуляризации искажает распределение, а именно, существенно уменьшает температурный пик. В то же время при практическом контроле процесса гипертермии оценка максимального значения температуры играет существенную роль. Кроме того, при некоторых реализациях шума восстановление методом вейвлет-анализа (выполнение регуляризации) было невозможно. Поэтому представляется интересным исследовать решение переопределенной СЛУ (5) нерегуляризаторным способом (МНК).

Число уравнений в СЛУ (4) равно 253 (число сканов). Полное число коэффициентов вейвлет-разложения равно 256 (при моделировании использовали вейвлет Добеши-2). В качестве параметра используем n_{comp} – число коэффициентов, считающихся неизвестными (значения остальных коэффициентов приняты нулевыми), то есть число неизвестных в СЛУ (5). После такого сокращения числа неизвестных (которое приводит к уменьшению некорректности задачи) можно решить СЛУ (5) нерегуляризаторным методом.

На рис. 3в и рис. 3г показаны примеры восстановления нерегуляризаторным методом для значений $x_D = 0.3$ см и $x_D = 1.6$ см, что соответствует узкому и широкому пику ($n_{\text{comp}} = 40$). Восстановленные распределения на рис. 3 иллюстрируют, что при нерегуляризаторном методе не возника-

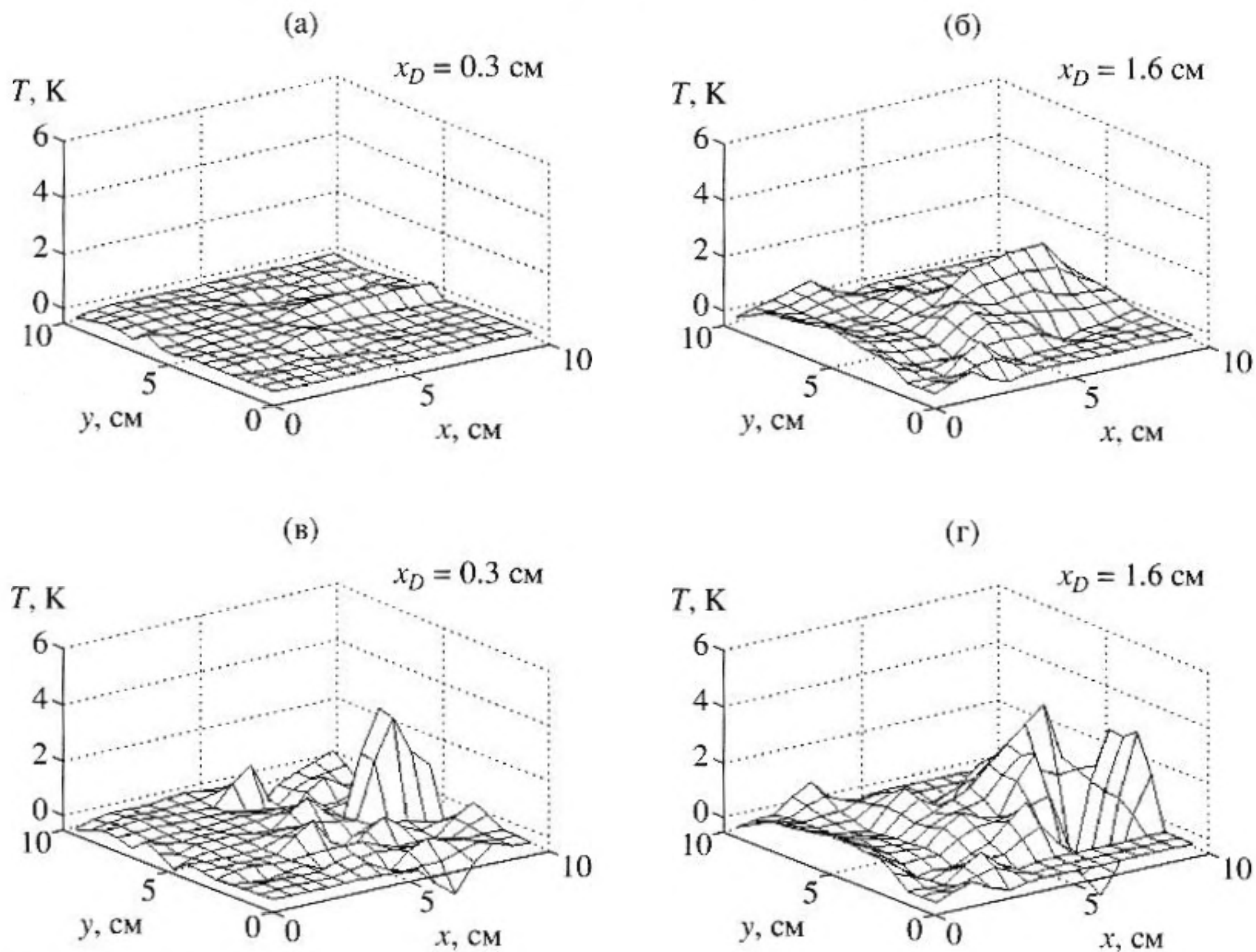


Рис. 3. Примеры восстановления температурного распределения на вейвлет-базисе с использованием регуляризации при разных значениях характерной длины x_D : (а) $x_D = 0.3$ см, регуляризация; (б) $x_D = 1.6$ см, регуляризация; (в) $x_D = 0.3$ см, нерегуляризаационный метод; (г) $x_D = 1.6$ см, нерегуляризаационный метод.

ет существенного уменьшения высоты восстанавливаемого пика. При этом нерегуляризаационный метод вносит погрешность из-за отбрасывания части коэффициентов, считающихся “несущественными”, при решении, то есть при замене СЛУ (4) на (5).

Особенно этот эффект проявляется при узком пике ($x_D = 0.3$ см). Как видно из сравнения рис. 3а и рис. 3в, при количестве удерживаемых вейвлет-коэффициентов $n_{\text{comp}} = 40$ нерегуляризаационный метод позволяет точнее восстановить температуру в фокусе без существенных искажений формы пика.

На рис. 4 для значения $x_D = 0.3$ см показана зависимость параметров качества восстановления – значения инкремента восстановленной температуры в точке фокуса T_f^{rec} (а), его дисперсии dT_f^{rec} (б) и среднеквадратичной погрешности восстановления dT^{rec} (в) от количества удерживаемых вейвлет-коэффициентов n_{comp} . Во всех примерах график 1 показывает результаты при использовании регуляризации, график 2 – при МНК. Для каждого значения n_{comp} производилось восстановление при 9 реализациях измерительного шума,

на рис. 4а, 5а, закрашенными областями показан разброс полученных величин. Видно, что:

1) применение МНК дает систематическую погрешность восстановления величины T_f^{rec} , но ее величина в общем в исследованном диапазоне $n_{\text{comp}} = 1-70$ меньше, чем с использованием регуляризации (рис. 4а), что является преимуществом нерегуляризаационного метода. Причина систематической погрешности при использовании МНК в том, что при решении и обратной задачи полная СЛУ (4) подменяются сокращенной СЛУ (5). При использовании регуляризации вносится дополнительная систематическая погрешность, вызванная собственно регуляризацией.

2) при восстановлении МНК значение dT_f^{rec} минимально в диапазоне $n_{\text{comp}} \sim 25-40$, то есть в этом диапазоне восстановление наиболее стабильно относительно реализации измерительного шума (рис. 4б). Этот диапазон, таким образом, является оптимальным для восстановления данного температурного пика. Подбор оптимального диапазона n_{comp} для восстановления в реальных условиях может быть выполнен в тестовых изме-

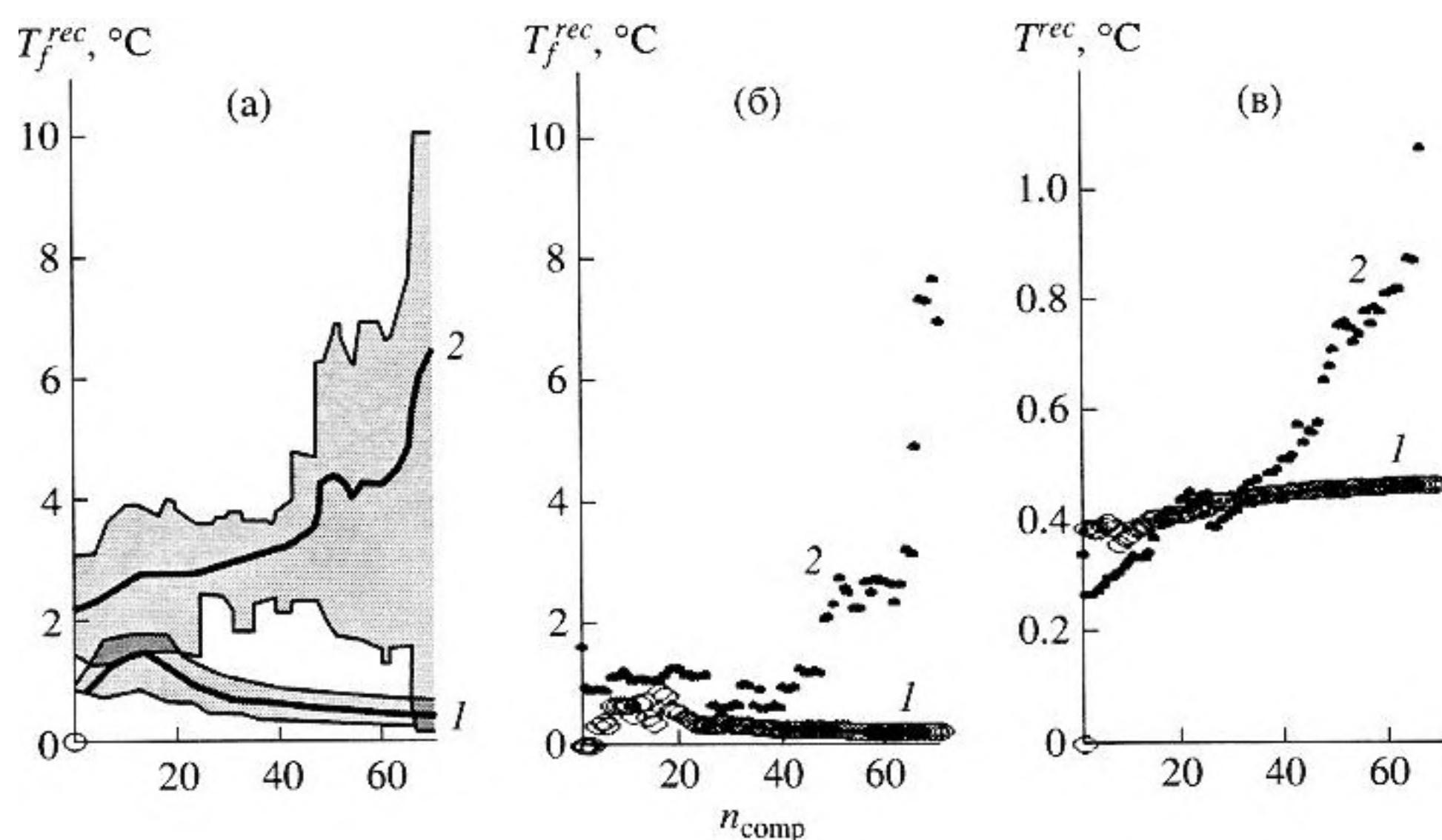


Рис. 4. Зависимость характеристик качества восстановления от числа удерживаемых вейвлет-коэффициентов n_{comp} для ткани со значением $x_D = 0.3$ см (малый размер температурной флуктуации) при решении обратной задачи методом регуляризации (график 1) и МНК (график 2): (а) инкремента восстановленной температуры в точке фокуса T_f^{rec} (реальное значение 5 К); восстановление выполнено при 9 реализациях измерительного шума, поэтому показаны средние значения T_f^{rec} и дисперсия dT_f^{rec} ; (б) дисперсии T_f^{rec} ; (в) среднеквадратичной погрешности восстановления dT^{rec} по всей исследуемой области.

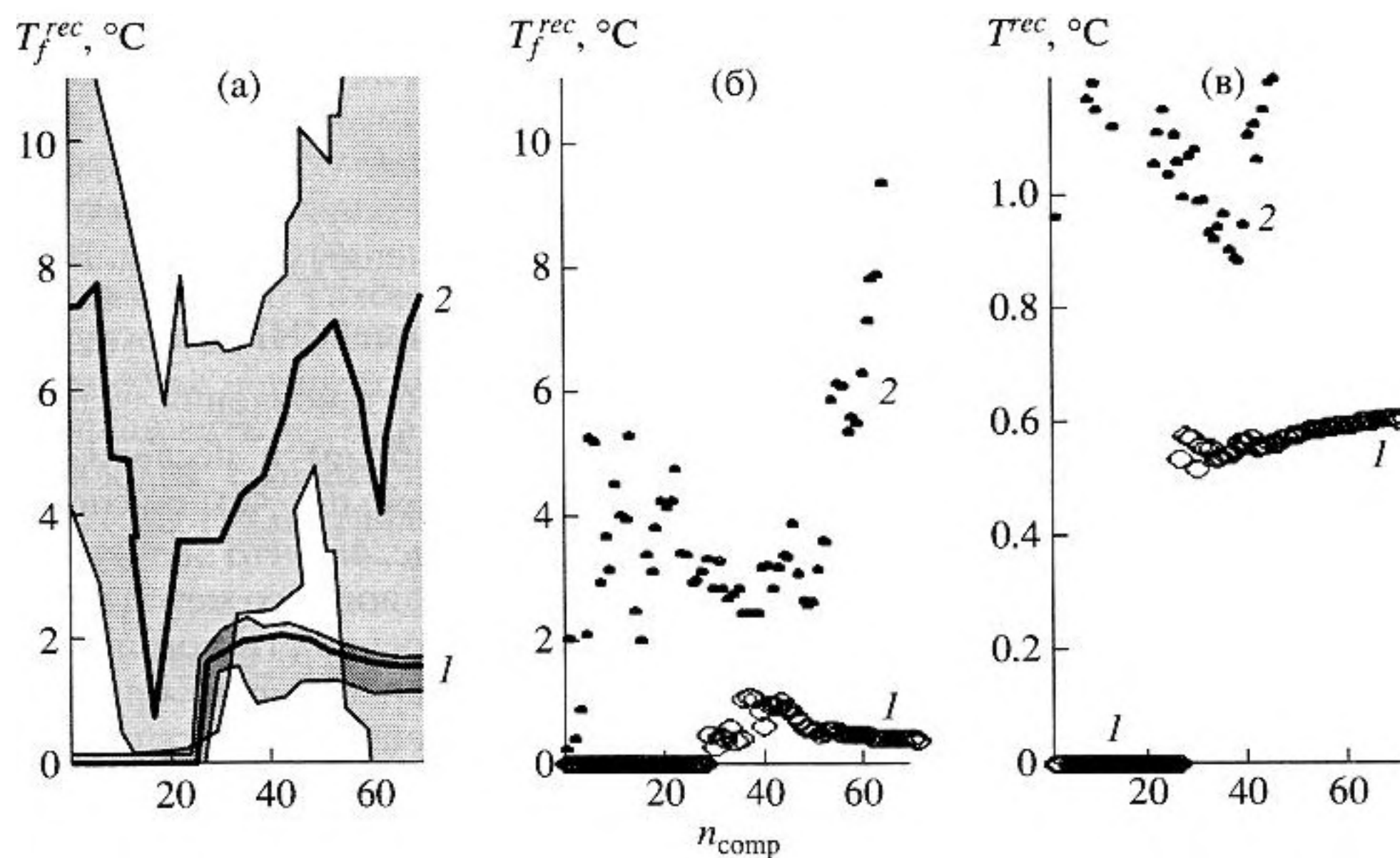


Рис. 5. Зависимости, аналогичные показанным на рис. 4 для ткани со значением $x_D = 1.6$ см (большой размер температурной флуктуации).

рениях. В общем, значение dT_f^{rec} меньше при использовании регуляризации, чем при МНК, что является недостатком последнего.

3) Среднеквадратичная погрешность восстановления dT^{rec} при использовании нерегуляриза-

ционного метода увеличивается при возрастании n_{comp} с большей скоростью, чем при регуляризации. При малых значениях $n_{\text{comp}} < 40$ МНК в общем дает среднеквадратичную погрешность восстановления меньшую, чем регуляризация (рис. 4в), что является преимуществом МНК.

На рис. 5 показаны аналогичные зависимости при восстановлении широкого температурного пика ($x_D = 1.6$). В этом случае для обоих методов качество восстановления хуже, чем при узком пике. При этом выводы, сделанные из рис. 4, в основном сохраняются и для рис. 5. В частности, в оптимальном диапазоне $n_{\text{comp}} \sim 25-40$ систематическая погрешность восстановления при нерегуляризованном методе все еще меньше, чем при регуляризации (рис. 5а), однако перечисленные недостатки нерегуляризованного метода теперь проявляются сильнее. Так, значение dT_f^{rec} при нерегуляризованном методе уже существенно больше, чем при регуляризации (рис. 5б); среднеквадратичная погрешность восстановления dT^{rec} нерегуляризованного метода уже существенно больше во всем показанном диапазоне значений n_{comp} . Однако рис. 5 показывает еще одно преимущество нерегуляризованного метода. Как было показано в [7], регуляризация не всегда выполняется; так для значений $n_{\text{comp}} < 26$ регуляризация не работает (рис. 5), в то время как нерегуляризованный метод позволяет выполнить восстановление для значений $n_{\text{comp}} < 26$.

Примеры восстановления широкого пика на рис. 3б и рис. 3г показывают, что для значения $x_D = 1.6$ (широкий пик) МНК не дает занижения высоты пика, в отличие от регуляризации. Однако при использовании МНК возникают сильные искажения при восстановлении широкого пика.

Таким образом, получено, что при оптимальном выборе числа удерживаемых вейвлет-коэффициентов использование нерегуляризованного метода решения обратной задачи (МНК) имеет преимущества, если пространственный размер температурной флуктуации невелик (например, в случае гипертермии с использованием фокусированного ультразвука, в тканях с сильным кровотоком). Как показало компьютерное моделирование, преимущество МНК перед регуляризацией заключается в том, что систематическая погрешность восстановления температуры в точке фокуса для МНК меньше. Кроме того, МНК может быть применен при любом числе удерживаемых вейвлет-коэффициентов в отличие от восстановления методом регуляризации. При этом недостатком МНК нерегуляризованного метода являются большие случайные искажения формы температурной флуктуации, которые, в частности, приводят к тому, что значение восстановлен-

ной температуры в точке фокуса даже при оптимальном значении n_{comp} имеет существенный разброс относительного среднего значения ($\sim 1.25^\circ\text{C}$ для узкого и $\sim 2.5^\circ\text{C}$ для широкого пика, рис. 4б и рис. 5б соответственно). По этой же причине при восстановлении широкого пика, для которого искажения проявляются сильнее, среднеквадратичная погрешность восстановления при использовании МНК больше, чем при решении обратной задачи методом регуляризации (рис. 5в).

Полученные результаты позволяют надеяться, что нерегуляризованные методы могут использоваться в дополнение к регуляризованным для получения более полной информации о восстанавливаемом распределении температуры в тканях при контроле гипертермии.

Работа поддержана грантом РФФИ 03-01-00723.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуляев Ю.В., Бограчев К.М., Боровиков И.П., Обухов Ю.В., Пасечник В.И. Пассивная термоакустическая томография – методы и подходы // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 9. С. 1140–1146.
2. Пасечник В.И., Аносов А.А., Бограчев К.М. Основы и перспективы пассивной термоакустической томографии // Биомедицинская радиоэлектроника. 1999. № 2. С. 3–26.
3. Бограчев К.М., Пасечник В.И. Оценки точности восстановления температуры в пассивной термоакустической томографии // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 6. С. 742–752.
4. Бограчев К.М. Оценка параметров пассивного акустического термотомографа // Дисс. на соиск. уч. ст. канд. физ.-мат. наук, Москва, ИРЭ РАН, 2000.
5. Passechnik V.I., Anosov A.A., Isrefilov M.G. Potentialities of passive thermoacoustic tomography in hyperthermia // International Journal of Hyperthermia. // 1999. V. 15. № 2. P. 123–144.
6. Bosnyakov M. S. and Obukhov Yu.V. Optimum Wavelet Basis for Representation of the Functions Satisfying the Heat Conduction Equation // Pattern Recognition and Image Analysis. 2003. V. 13. № 1. P. 74–82.
7. Бограчев К.М. Сравнение эффективности Фурье- и вейвлет-декомпозиции в пассивной акустической термотомографии // Акуст. журн. 2005 Т. 50. № 3. С. 293–300.
8. Буров В.А., Касаткина Е.Е. Статистические обратные волновые задачи термоакустической томографии // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 162–169.

Application of the Nonregularization Method to Solving the Inverse Problem of Passive Acoustic Thermotomography on the Wavelet Basis

K. M. Bograchev

*Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences,
Starosadskii per. 8, Moscow, 101000 Russia*

e-mail: vkcn@zmail.ru

Abstract—A comparative analysis of reconstruction quality is performed for the reconstruction of the temperature distribution under hyperthermia by the regularization and nonregularization methods, which are used for solving the systems of linear equations following from the statement of the ill-posed inverse problem of passive acoustic thermotomography. The basis functions are chosen to be wavelets, which allows a compact representation of the temperature peak under reconstruction. It is shown that, when deep-seated parts of tissue are heated, the nonregularization method gives a much smaller systematic error of temperature reconstruction at the focusing point. At the same time, the random error of reconstruction increases. The nonregularization method of reconstruction can be used in combination with regularization for monitoring hyperthermia procedures in oncology to obtain more detailed information on the in-depth temperature.