

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД.
ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.232;550.834

**ВОЗБУЖДЕНИЕ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН
ГАРМОНИЧЕСКИМ СИЛОВЫМ ИСТОЧНИКОМ,
ДЕЙСТВУЮЩИМ НА ГРАНИЦЕ ЖИДКОГО СЛОЯ
И УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА**

© 2009 г. Ю. В. Петухов, А. В. Разин*, В. А. Разин*

Институт прикладной физики РАН

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

E-mail: petukhov@hydro.appl.sci-nnov.ru

** Федеральное государственное научное учреждение*

Научно-исследовательский радиофизический институт

603950, Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12-А

E-mail: razav@inbox.ru

Поступила в редакцию 24.10.07 г.

Решена задача о возбуждении сейсмоакустических волн в системе однородное изотропное упругое полупространство, покрытое жидким слоем, при действии на поверхность упругой среды перпендикулярного к ней точечного гармонического силового источника. Получены интегральные выражения для средних за период волны мощностей излучения продольной и поперечной волн в твердом теле. Детально проанализировано возбуждение мод. Получены выражения, описывающие части мощностей мод, излучаемые в жидкий слой и в упругую среду. Выполнен численный анализ мощностей излучения сферических продольной и поперечной упругих волн, а также мощностей излучения сейсмоакустических мод в твердом полупространстве и в жидком слое. Установлено, что в условиях, характерных для скальных донных пород, в случае, когда глубина бассейна в несколько раз и более превышает длину звуковой волны, около двух третей всей мощности излучается в жидкость.

PACS: 43.20Gp, 43.20.Rz, 62.30.+d, 91.30.Cd, 91.30.Fn, 91.30.Bi, 43.30.Vp, 43.30.M

Изучение взаимосвязей между волновыми процессами, происходящими в различных слоях Земли, является в настоящее время одним из важнейших направлений в геофизике. Значительный интерес представляют волны низких частот в задачах гидроакустики, что связано с особенностями их распространения: начиная с определенного соотношения между длиной упругой волны и глубиной бассейна волны распространяются не только в водной толще океана, но и в его поддонных слоях. При этом часть излучаемой волновой энергии уносится поверхностными волнами на границе раздела этих сред. Увеличение числа исследуемых типов волн, характеризующихся разными скоростями распространения, существенно расширяет возможности дистанционного акустического мониторинга как характеристик источников излучения, так и параметров водного и поддонных слоев. На практике это необходимо для решения многих задач, таких как сейсмическая разведка и предсказание землетрясений и цунами. В первую очередь, значительный интерес представляет исследование возбуждения сейсмическими источниками акустических волн в океане с целью выявления на основе анализа волно-

вых полей признаков назревающего подводного землетрясения.

Важные для практики вопросы теории взаимодействия акустических и сейсмических волн возникают уже в рамках простых моделей, например, когда океан представляется однородным жидким слоем, покрывающим однородное изотропное упругое полупространство. Рассмотрение таких моделей позволяет детально изучить возбуждение и распространение различных типов объемных и поверхностных волн и получить относительно простые аналитические выражения для волновых полей и энергетических характеристик сейсмоакустического излучения. Кроме того, результаты анализа моделей сред с небольшим числом однородных слоев необходимы для контроля правильности работы алгоритмов решения более сложных задач расчета волновых полей в многослойных средах.

Задача о распространении волн в жидком слое, лежащем на упругом полупространстве, для случаев гармонических монополюсного (типа пульсирующей сферы) и дипольного (две близко расположенные пульсирующие в противофазе сферы) звуковых источников решалась соответственно в

работах [1] и [2]. В указанных работах рассмотрена ситуация, когда толщина слоя очень мала по сравнению с длинами излучаемых волн. Для данного предельного случая вычислены мощности излучения продольной и поперечной волн в твердой среде, а также поверхностной волны Рэлея, в которую при малой толщине слоя переходит фундаментальная мода.

Более подробно задача о поле звукового гармонического источника, находящегося в однородном акустически тонком жидком слое, покрывающем однородное упругое полупространство (простейшая модель мелкого моря), рассмотрена в работах [3,4], где исследованы частотные и пространственные зависимости амплитуд поверхностной волны (нулевой (фундаментальной) моды), а также боковых волн, связанных с продольными и сдвиговыми волнами в твердом теле. В этих работах не исследовалась мощность излучения мод и сферических продольных и поперечных волн в дне.

В настоящей работе рассмотрена задача о возбуждении сейсмоакустических волн в системе однородное изотропное упругое полупространство, покрытое однородным жидким слоем, при действии на поверхность упругой среды перпендикулярного к ней точечного гармонического силового источника. Получены интегральные выражения для средних за период волны мощностей излучения продольной и поперечной сферических волн в твердом теле. Детально проанализировано возбуждение мод. Получены выражения, описывающие части мощностей излучения мод, передающиеся по жидкому слою и по упругой среде.

Итак, пусть плоскость $z = 0$ цилиндрической системы координат (r, φ, z) совпадает с границей однородного изотропного твердого тела, занимающего полупространство $z > 0$ и характеризуемого плотностью ρ и скоростями продольной и поперечной волн соответственно c_ℓ и c_t . Упругое полупространство покрыто однородным жидким слоем $-H < z < 0$, имеющим плотность ρ_0 и скорость звука c_0 . Будем считать обе среды идеальными, т.е. полагать, что их вязкость равна нулю. Кроме того, будем пренебрегать действием силы тяжести. На поверхность твердого тела по нормали к ней действует точечная гармоническая нагрузка, т.е. при $z = 0$ выполняются граничные условия для вектора смещений \mathbf{u} и тензора напряжений (индекс "0" относится к жидкости):

$$u_{z0} = u_z, \quad \sigma_{zr} = 0, \quad \sigma_{zz0} - \sigma_{zz} = p = f_0 \frac{\delta(r)}{2\pi r} e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

выражающие соответственно равенство нормальных к границе смещений в обеих средах, отсутствие касательных напряжений на поверхности твердого тела и равенство разности вертикальных

компонент в жидкости и в твердом теле при $z = 0$ давлению p , создаваемому источником. В (1) f_0 — амплитуда приложенной силы, ω — частота, δ — дельта-функция Дирака. На свободной поверхности жидкости выполняется условие равенства нулю акустического давления:

$$p_0 = 0 \quad \text{при} \quad z = -H. \quad (2)$$

Смещения в твердом теле описываются уравнением Ламэ, а возмущения в жидкости — системой уравнений гидродинамики, которые для решения рассматриваемой задачи могут быть линеаризованы. В жидкости введем потенциал смещений ψ_0 , а в твердом теле — скалярный ψ и векторный $\mathbf{A} = A\mathbf{e}_\varphi$ (\mathbf{e}_φ — орт оси φ) потенциалы. Для потенциалов получаются волновые уравнения, решение которых с граничными условиями (1), (2) имеет следующий интегральный вид:

$$\psi_0(r, z) = \int_0^\infty R_p(k) e^{i\kappa_0(z+H)} J_0(kr) k dk + \int_0^\infty R_m(k) e^{-i\kappa_0 z} J_0(kr) k dk, \quad (3)$$

$$\psi(r, z) = \int_0^\infty T_\ell(k) e^{i\kappa_\ell z} J_0(kr) k dk, \quad (4)$$

$$A(r, z) = \int_0^\infty T_t(k) e^{i\kappa_t z} J_1(kr) k dk. \quad (5)$$

В (3)–(5) k — горизонтальное волновое число, J_0 и J_1 — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков,

$$R_p(k) = \frac{f_0 \kappa_\ell k^2}{2\pi \rho c_t^2 \kappa_0 D(k)} \frac{e^{i\kappa_0 H}}{1 + e^{2i\kappa_0 H}},$$

$$R_m(k) = -\frac{f_0 \kappa_\ell k^2}{2\pi \rho c_t^2 \kappa_0 D(k)} \frac{1}{1 + e^{2i\kappa_0 H}},$$

$$T_\ell(k) = \frac{f_0(k_t^2 - 2k^2)}{2\pi \rho c_t^2 D(k)}, \quad T_t(k) = \frac{if_0 \kappa_\ell k}{\pi \rho c_t^2 D(k)},$$

$$D(k) = R_0(k) + \frac{1 - e^{2i\kappa_0 H}}{1 + e^{2i\kappa_0 H}} \frac{\rho_0}{\rho} k_t^4 \frac{\kappa_\ell}{\kappa_0},$$

$$R_0(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 + 4k^2 \kappa_\ell \kappa_t,$$

$$\kappa_{0,\ell,t} = (k_{0,\ell,t}^2 - k^2)^{1/2},$$

$k_{0,\ell,t} = \omega/c_{0,\ell,t}$ — волновые числа акустической волны в жидкости и продольной и поперечной волн в твердом теле.

Для дальнейшего исследования необходимо задать соотношения между акустическими пара-

метрами сред. Ниже будем рассматривать случай, когда скорость звука в жидком слое меньше скорости волны Рэлея c_R , распространяющейся по свободной границе упругого полупространства, характеризующегося скоростями продольной c_ℓ и поперечной c_t волн. При этом с ростом толщины слоя скорость фундаментальной моды c_F убывает и лежит в пределах $c_R > c_F > c_S$, где c_S — скорость волны Стонели на границе раздела твердое тело — жидкость.

Отметим, что в дисперсионном уравнении $D(k) = 0$ удобно избавиться от комплексных величин и записать его в виде

$$D_1(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 q_\ell q_t + \frac{\rho_0}{\rho} k_t^4 \frac{q_\ell}{k_0} \operatorname{tg} \kappa_0 H = 0 \quad (6)$$

при $k_t < k < k_0$ и в виде

$$D_2(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 q_\ell q_t + \frac{\rho_0}{\rho} k_t^4 \frac{q_\ell}{q_0} \operatorname{th} q_0 H = 0 \quad (7)$$

при $k > k_0$. В (6), (7) введены обозначения

$$q_{0,\ell,t} = \sqrt{k^2 - k_{0,\ell,t}^2}.$$

В дальнейшем нас будут интересовать мощности излучения волн различных типов. В рассматриваемой системе жидкий слой — упругое полупространство это сферические продольные и поперечные волны в упругой среде и моды.

Для гармонического осесимметричного источника среднее за период волны значение полной излучаемой мощности дается выражением

$$W = -\pi \operatorname{Re} \left[i\omega \int_0^\infty p^* u_z(r, 0) r dr \right], \quad (8)$$

где звездочка означает комплексное сопряжение. Подставим в (8) давление p^* и вертикальные смещения границы раздела $u_z(r, 0)$ в виде интегралов Фурье—Бесселя. Это позволит провести интегрирование по r и записать излучаемую мощность в виде интеграла по волновому числу k :

$$W = \frac{\omega^3 f_0^2}{4\pi \rho c_t^4} \operatorname{Re} \int_0^{k_t} \frac{\kappa_\ell k dk}{D(k)}. \quad (9)$$

Вклад в реальную часть интеграла (9) дают те участки пути интегрирования, где функция $\kappa_\ell/D(k)$ действительна. Кроме того, следует учесть вклад лежащих на действительной оси полюсов $k = k_{mj}$ (j — номер моды) подынтегрального выражения. Эти полюса расположены в области $k > k_R$, где $k_R = \omega/c_R$ — волновое число рэлеевской волны. Отметим, что при $k > k_t$ подынтегральная функция чисто мнимая.

Выражение для полной мощности излучения представим в виде $W = W_V + W_{\text{mod}}$ где

$$W_V = \frac{\omega^3 f_0^2}{4\pi \rho c_t^4} \operatorname{Re} \int_0^{k_t} \frac{\kappa_\ell k dk}{D(k)} \quad (10)$$

— мощность излучения объемных, т.е. сферических продольной и поперечной волн в твердом теле, и

$$W_{\text{mod}} = \sum_{j=0}^N W_{mj} \quad (11)$$

— сумма мощностей мод.

В (11) $N + 1$ — число мод при заданном значении безразмерной величины $k_0 H$. Номер $j = 0$ соответствует фундаментальной моде.

Для мод с волновыми числами k_{mj} , лежащими в интервале $k_t < k_{mj} < k_0$, имеем:

$$W_{mj} = \frac{\omega^3 f_0^2 k_{mj} \sqrt{k_{mj}^2 - k_\ell^2}}{4\rho c_t^4 D'_1(k_{mj})}, \quad (12)$$

где

$$D'_1(k_{mj}) = \left. \frac{dD_1}{dk} \right|_{k=k_{mj}}$$

Мощность фундаментальной моды при достаточно большой толщине слоя, $k_0 H \gg 1$, когда $c_F < c_0$, или $k_{m0} > k_0$, дается выражением:

$$W_{m0} = \frac{\omega^3 f_0^2 k_{m0} \sqrt{k_{m0}^2 - k_\ell^2}}{4\rho c_t^4 D'_2(k_{m0})}. \quad (13)$$

Каждое из выражений (12), (13) можно представить в виде суммы

$$W_{mj} = W_{mj}^{(ж)} + W_{mj}^{(ТВ)}, \quad (14)$$

где $W_{mj}^{(ж)}$ и $W_{mj}^{(ТВ)}$ — мощности излучения, переносимые соответственно по жидкому слою и по твердому полупространству (парциальные мощности мод). Их выделение из формул (12), (13) не представляется возможным. Для вычисления величин $W_{mj}^{(ж)}$ и $W_{mj}^{(ТВ)}$ необходимо найти плотности потоков мощности излучения мод в каждой из сред и проинтегрировать их по поверхности цилиндра, большого по сравнению с длинами волн радиуса, вдоль оси которого действует силовой источник.

Вернемся к выражению (10) для суммарной мощности излучения продольных и поперечных волн в упругом полупространстве. Поскольку для упругих волн всегда $c_\ell > c_t$, участок интегрирования от $k = k_\ell$ до $k = k_t$ не может описывать мощность излучения продольной волны, и, следовательно, соответствует мощности излучения попе-

речной волны. Участок интегрирования от $k = 0$ до $k = k_\ell$ дает сумму некоторой части мощности излучения поперечной волны и полной мощности излучения продольной волны. Разделение мощностей излучения продольной и поперечной волн также представляется затруднительным. Для их вычисления следует найти потоки мощности излучения в каждой из волн и затем проинтегрировать их по поверхности полусферы большого радиуса с центром в точке расположения источника.

В интегралах (4), (5) заменим функции Бесселя на функции Ханкеля, причем для последних воспользуемся асимптотиками при больших значениях аргумента. Переходя к сферической системе координат $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$, $\theta = \arccos(z/r)$ и вычисляя эти интегралы методом перевала получаем, что в волновой зоне смещения в продольной волне имеют только радиальную R -компоненту, а вектор смещений в поперечной волне — лишь θ -компоненту:

$$u_R = \frac{f_0 k_\ell^2 \cos \theta (k_t^2 - 2k_\ell^2 \sin^2 \theta) e^{ik_\ell R}}{2\pi r c_t^2 D(k_\ell \sin \theta) R},$$

$$u_\theta = -\frac{f_0 k_t^3 \sin \theta \cos \theta \sqrt{k_\ell^2 - k_t^2 \sin^2 \theta} e^{ik_t R}}{\pi r c_t^2 D(k_t \sin \theta) R}.$$

Записывая выражения для потоков мощности излучения и интегрируя их по поверхности полусферы большого радиуса получим формулы для мощностей излучения, соответствующих данному типу волны:

$$W_\ell = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi r c_\ell^3} \tilde{W}_\ell, \quad W_t = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi r c_t^3} \tilde{W}_t. \quad (15)$$

Входящие в (15) безразмерные величины \tilde{W}_ℓ , \tilde{W}_t даются выражениями:

$$\tilde{W}_\ell = \int_0^{\pi/2} (1 - 2n^2 \sin^2 \theta)^2 \times \left\{ R_\ell^2(\theta) + \frac{\rho_0^2}{\rho^2} \frac{n^2 \cos^2 \theta}{c_t^2/c_0^2 - n^2 \sin^2 \theta} \operatorname{tg}^2 \left[\frac{c_0}{c_t} (k_0 H) \sqrt{\frac{c_t^2}{c_0^2} - n^2 \sin^2 \theta} \right] \right\} \times \cos^2 \theta \sin \theta d\theta, \quad (16)$$

$$R_\ell(\theta) = (1 - 2n^2 \sin^2 \theta)^2 + 4n^3 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}, \quad n = c_t/c_\ell, \quad (17)$$

$$\tilde{W}_t = \tilde{W}_t^{(1)} + \tilde{W}_t^{(2)},$$

$$\tilde{W}_t^{(1)} = \frac{4}{n^3} \int_0^{\arcsin n} \frac{(n^2 - \sin^2 \theta) \cos^2 \theta \sin^3 \theta d\theta}{|D_t^{(1)}(\theta)|^2}, \quad (18)$$

$$\tilde{W}_t^{(2)} = \frac{4}{n^3} \int_{\arcsin n}^{\pi/2} \frac{(\sin^2 \theta - n^2) \cos^2 \theta \sin^3 \theta d\theta}{|D_t^{(2)}(\theta)|^2},$$

$$|D_t^{(1)}(\theta)|^2 = R_t^2(\theta) + \frac{\rho_0^2}{\rho^2} \frac{n^2 - \sin^2 \theta}{c_t^2/c_0^2 - \sin^2 \theta} \times \operatorname{tg}^2 \left[\frac{c_0}{c_t} (k_0 H) \sqrt{\frac{c_t^2}{c_0^2} - \sin^2 \theta} \right],$$

$$R_t(\theta) = (1 - 2\sin^2 \theta)^2 + 4\sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}, \quad (19)$$

$$|D_t^{(2)}(\theta)|^2 = \left\{ (1 - 2\sin^2 \theta)^2 + \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\sqrt{c_t^2/c_0^2 - \sin^2 \theta}} \times \operatorname{tg} \left[\frac{c_0}{c_t} (k_0 H) \sqrt{\frac{c_t^2}{c_0^2} - \sin^2 \theta} \right] \right\}^2 + 16 \sin^4 \theta \cos^2 \theta (\sin^2 \theta - n^2).$$

В отсутствие жидкого слоя над упругим полупространством ($\rho_0 = 0$, или $H = 0$) выражения (16)–(19) переходят в известные [5, 6] формулы, описывающие мощности излучения продольных и поперечных сферических волн, возбуждаемых при действии точечного гармонического силового источника на границу твердое тело — вакуум.

Перейдем к вычислению парциальной мощности излучения мод в упругом полупространстве. Вертикальные и горизонтальные компоненты смещений, соответствующие моде с номером j , имеют вид:

$$u_{zj} = \frac{f_0}{\rho c_t^2} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\sqrt{k_{mj}}}{D'(k_{mj})} \sqrt{k_{mj}^2 - k_\ell^2} \left[(2k_{mj}^2 - k_t^2) \times e^{-z\sqrt{k_{mj}^2 - k_t^2}} - 2k_{mj}^2 e^{-z\sqrt{k_{mj}^2 - k_t^2}} \right] e^{ik_{mj} r},$$

$$u_{rj} = \frac{f_0}{\rho c_t^2} \frac{ie^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{k_{mj} \sqrt{k_{mj}}}{D'(k_{mj})} \left[(k_t^2 - 2k_{mj}^2) e^{-z\sqrt{k_{mj}^2 - k_t^2}} + 2\sqrt{k_{mj}^2 - k_\ell^2} \sqrt{k_{mj}^2 - k_t^2} e^{-z\sqrt{k_{mj}^2 - k_t^2}} \right] e^{ik_{mj} r}.$$

Вычисляя вектор плотности потока мощности в поверхностных модах в упругом полупространстве и выполняя интегрирование по поверхности полубесконечного цилиндра, ось которого совпадает с осью z , получаем выражение для мощности излучения моды с номером j :

$$W_{mj}^{(TB)} = \frac{f_0^2 \omega^6 k_{mj}^2}{2\rho c_t^7 |D_{1,2}'(k_{mj})|} F(\xi_j), \quad (20)$$

где

$$F(\xi) = \frac{2\xi^2(4\xi^2 - 3)(\xi^2 - n^2)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} + \frac{(2\xi^2 - 1)[1 + 4(\xi^2 - n^2)]}{2\sqrt{\xi^2 - n^2}} - \frac{2(2\xi^2 - 1)\sqrt{\xi^2 - n^2}[(1 + 4\xi^2 - 2n^2)\sqrt{\xi^2 - 1} + (4\xi^2 - 1)\sqrt{\xi^2 - n^2}]}{\sqrt{\xi^2 - n^2} + \sqrt{\xi^2 - 1}}$$

В (20) введено обозначение $\xi_j = k_{mj}/k_t > 1$ и следует использовать $D_1(k_{mj})$, если $k_t < k_{mj} < k_0$, и $D_2(k_{m0})$, если $k_{m0} > k_0$.

В отсутствие жидкого слоя формула (20) описывает мощность излучения волны Рэлея, распространяющейся по свободной поверхности упругого полупространства (при этом $\xi_j = k_R/k_t$) [5, 6].

Для вычисления мощности излучения мод в жидком слое запишем для звукового давления выражение в виде интеграла с бесконечными пределами, в котором используем асимптотику функции Ханкеля при больших значениях аргумента. Поле моды с номером j пропорционально вычету в соответствующем полюсе подынтегрального выражения. Для мод, скорости которых превышают скорость звука в жидкости, имеем:

$$p_j = \frac{\rho_0 \omega^4 f_0 \sqrt{k_{mj}}}{\rho c_t^4 \sqrt{2\pi r}} \frac{\sqrt{k_{mj}^2 - k_t^2} \sin\left[(z + H)\sqrt{k_0^2 - k_{mj}^2}\right]}{\sqrt{k_0^2 - k_{mj}^2} \cos\left(H\sqrt{k_0^2 - k_{mj}^2}\right)} \times \frac{1}{D_1'(k_{mj})} e^{-i3\pi/4} e^{ik_{mj}r} \quad (21)$$

При достаточно большой толщине слоя скорость фундаментальной моды становится меньше скорости звука в воде. Поле медленной фундаментальной моды описывается формулой:

$$p_0 = \frac{\rho_0 \omega^4 f_0 \sqrt{k_{m0}}}{\rho c_t^4 \sqrt{2\pi r}} \times \frac{\sqrt{k_{m0}^2 - k_t^2} \operatorname{sh}\left[(z + H)\sqrt{k_{m0}^2 - k_0^2}\right]}{\sqrt{k_{m0}^2 - k_0^2} \operatorname{ch}\left(H\sqrt{k_{m0}^2 - k_0^2}\right)} \times \frac{1}{D_2'(k_{m0})} e^{-i3\pi/4} e^{ik_{m0}r} \quad (22)$$

Соответствующие акустическим давлениям (21), (22) мощности излучения мод имеют вид:

$$W_{mj}^{(ж)} = \frac{\rho_0 f_0^2 \omega^7}{8\rho^2 c_t^8} \frac{k_{mj}^2 (k_{mj}^2 - k_t^2)}{(k_0^2 - k_{mj}^2)^{3/2} [D_1'(k_{mj})]^2} \times \frac{2H\sqrt{k_0^2 - k_{mj}^2} - \sin\left(2H\sqrt{k_0^2 - k_{mj}^2}\right)}{\cos^2\left(H\sqrt{k_0^2 - k_{mj}^2}\right)} \quad (23)$$

$$W_{m0}^{(ж)} = \frac{\rho_0 f_0^2 \omega^7}{8\rho^2 c_t^8} \frac{k_{m0}^2 (k_{m0}^2 - k_t^2)}{(k_{m0}^2 - k_0^2)^{3/2} [D_2'(k_{m0})]^2} \times \frac{\operatorname{sh}\left(2H\sqrt{k_{m0}^2 - k_0^2}\right) - 2H\sqrt{k_{m0}^2 - k_0^2}}{\operatorname{ch}^2\left(H\sqrt{k_{m0}^2 - k_0^2}\right)} \quad (24)$$

Выражения (20) и (23), (24) для мощностей излучения мод в твердом теле и в жидкости оказываются довольно громоздкими, и убедиться в справедливости формулы (14) аналитически сложно. Однако это нетрудно сделать численно.

Перейдем к количественным оценкам. При проведении численных расчетов удобно представить выражения для мощностей излучения волн различных типов в виде [5]

$$W_\alpha = \frac{f_0^2 \omega^2}{4\pi r c_t^3} \tilde{W}_\alpha,$$

где \tilde{W}_α – численные коэффициенты (будем называть их приведенными мощностями), а индекс α обозначает тип волны.

Пусть плотность упругого полупространства составляет $\rho = 2000$ кг/м³, а скорости поперечных и продольных волн в нем равны соответственно $c_t = 2000$ м/с и $c_\ell = \sqrt{3}c_t \approx 3464.1$ м/с. Плотность жидкого слоя и скорость звука в нем составляют $\rho_0 = 1000$ кг/м³ и $c_0 = 1470$ м/с. Результаты расчетов приведенных мощностей мод с номерами 0, 2, 4, 6, 8 и 10 в зависимости от отношения $\tilde{H} = H/\lambda_0$ толщины жидкого слоя H к длине звуковой волны λ_0 в нем представлены на рис. 1. Мощности излучения мод с номерами 1, 3, 5 и т.д. равны нулю, т.е. моды с нечетными номерами не возбужда-

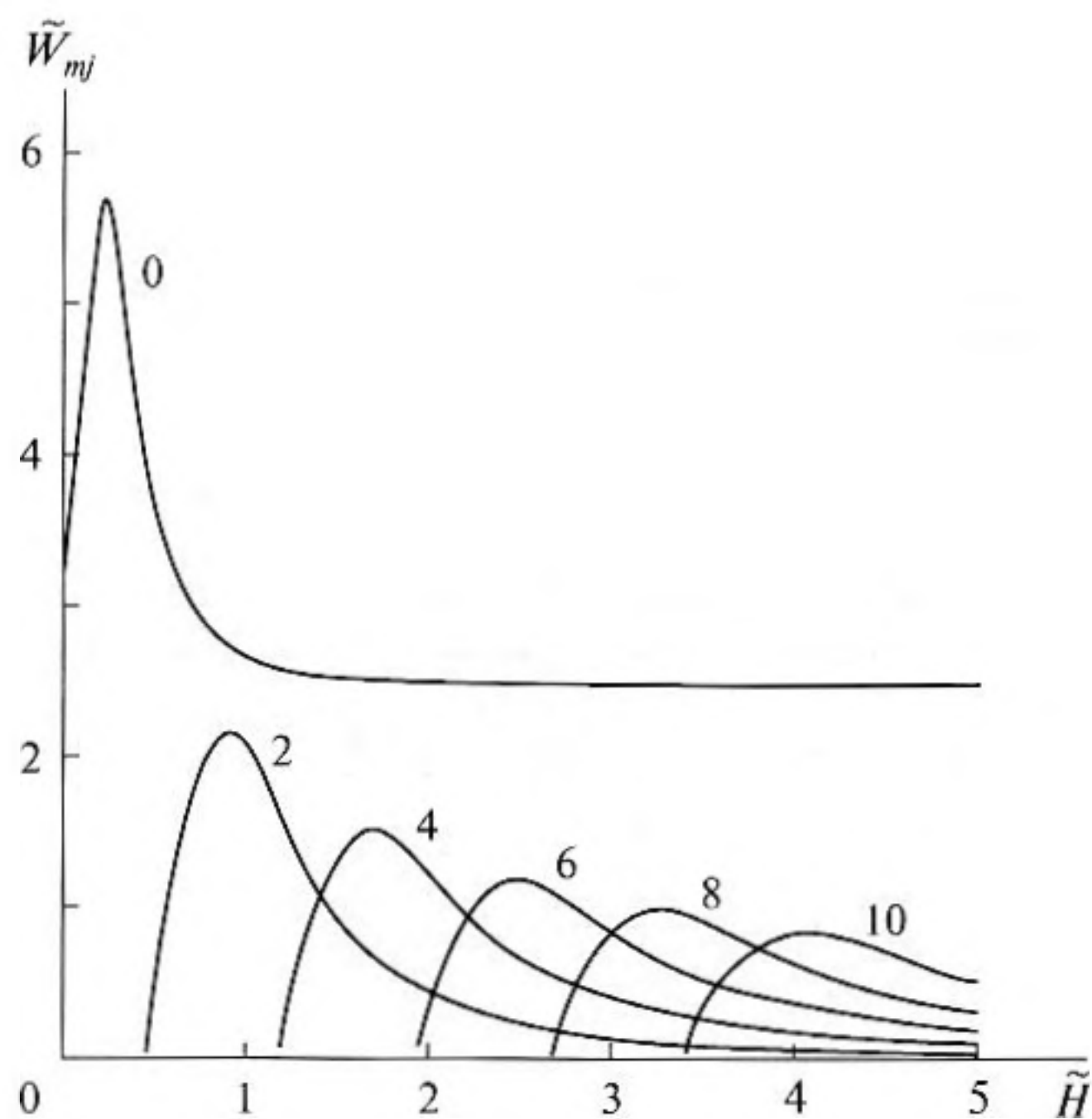


Рис. 1. Зависимости полной приведенной мощности мод от приведенной толщины жидкого слоя. Цифры у кривых — номера мод.

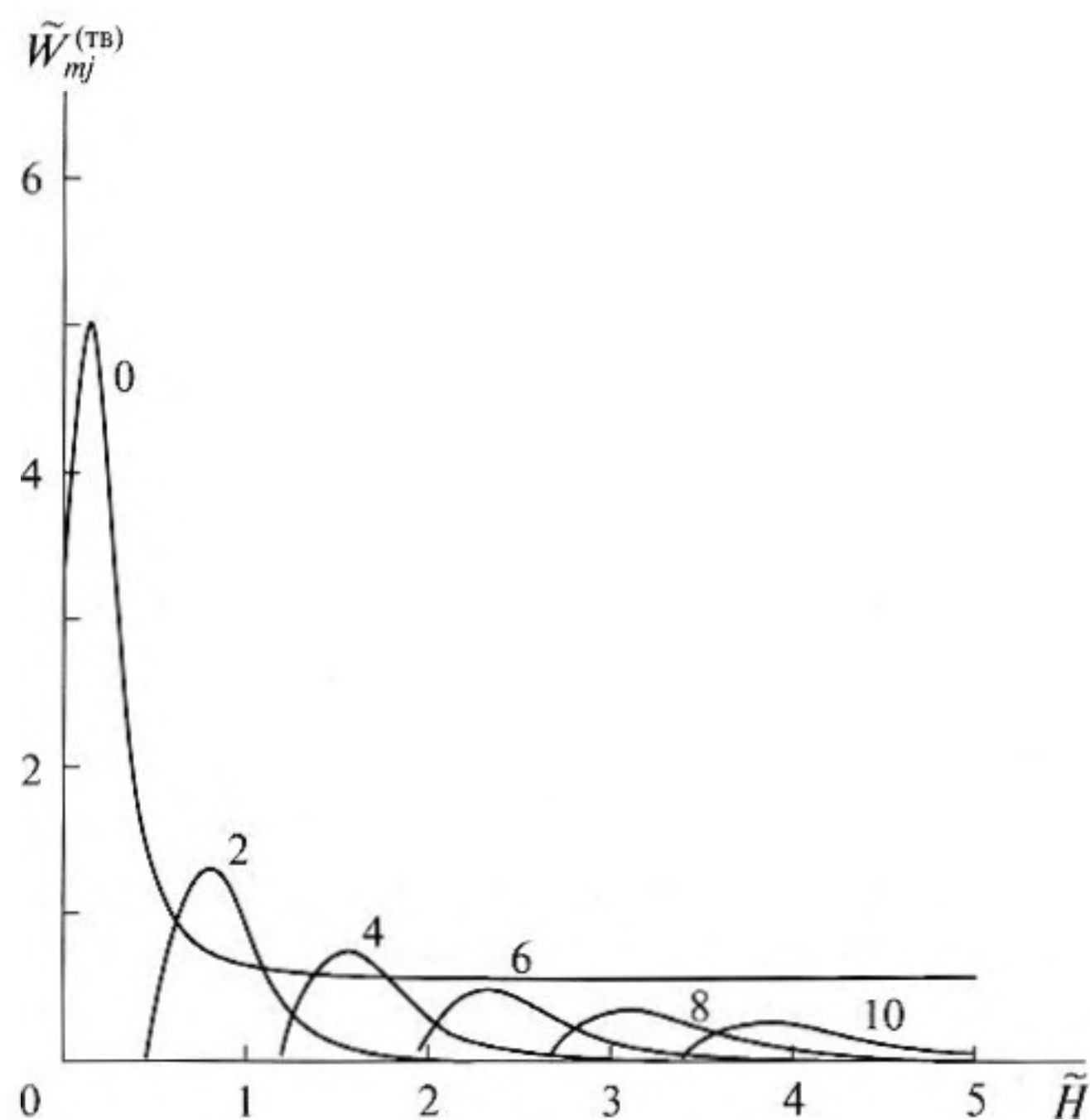


Рис. 2. Зависимости приведенных мощностей мод, излучаемых в упругое полупространство, от параметра \tilde{H} . Цифры у кривых — номера мод.

ются точечным вертикальным силовым источником, действующим на дне бассейна.

Из рассмотрения рис. 1 следует, что при данных параметрах сред мощность излучения фундаментальной моды всегда заметно выше мощностей излучения мод более высоких номеров. При $H = 0$ (жидкий слой отсутствует) $\tilde{W}_{m0} = 3.2578$, что соответствует известному [5, 6] значению мощности излучения рэлеевской волны, возбуждаемой силовым источником на границе твердое тело — вакуум. Когда толщина слоя составляет более трех длин звуковой волны, мощность излучения фундаментальной моды перестает зависеть от параметра \tilde{H} и принимает значение $\tilde{W}_{m0} = 2.7655$, соответствующее мощности излучения волны Стонели на границе раздела твердого и жидкого полупространств [7].

Зависимость мощности излучения фундаментальной моды от параметра \tilde{H} имеет резкий максимум. Толщина жидкого слоя, соответствующая этому максимуму, составляет при выбранных значениях параметров сред примерно третью часть длины звуковой волны в слое. Моды более высоких номеров при данной величине \tilde{H} не существуют, следовательно, возможно весьма эффективное возбуждение единственной моды — фундаментальной.

Мощности излучения мод более высоких номеров при их появлении на соответствующей критической частоте близки к нулю. С ростом па-

раметра \tilde{H} мощность возникшей моды данного номера быстро нарастает, достигает максимума, а затем плавно спадает. Максимальное значение мощности моды последующего номера всегда ниже, чем моды предыдущего номера, а сам этот максимум с ростом номера моды становится менее резким: при увеличении \tilde{H} мощность моды более высокого номера более плавно растет и, пройдя максимум, еще более плавно спадает.

Расчеты мощностей излучения мод для параметров сред $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $c_0 = 1480$ м/с, $\rho = 2000$ кг/м³, $c_t = 4200$ м/с, $c_l = 2400$ м/с, соответствующих акватории Южно-Китайского моря [3, 4], показали, что мощность излучения фундаментальной моды (в отличие от результатов рис. 1) превышает мощности излучения мод более высоких номеров только на низких частотах. Это связано с тем, что с ростом частоты мощность фундаментальной моды приближается к величине, равной мощности излучения волны Стонели на границе раздела жидкого и твердого полупространств. Эта величина падает с уменьшением отношений плотностей жидкой и твердой сред, а также скоростей акустической и упругих волн [7]. Таким образом, в зависимости от соотношений между сейсмоакустическими параметрами жидкой и твердой сред мощность фундаментальной моды в области высоких частот может быть как выше, так и ниже мощностей излучения других мод.

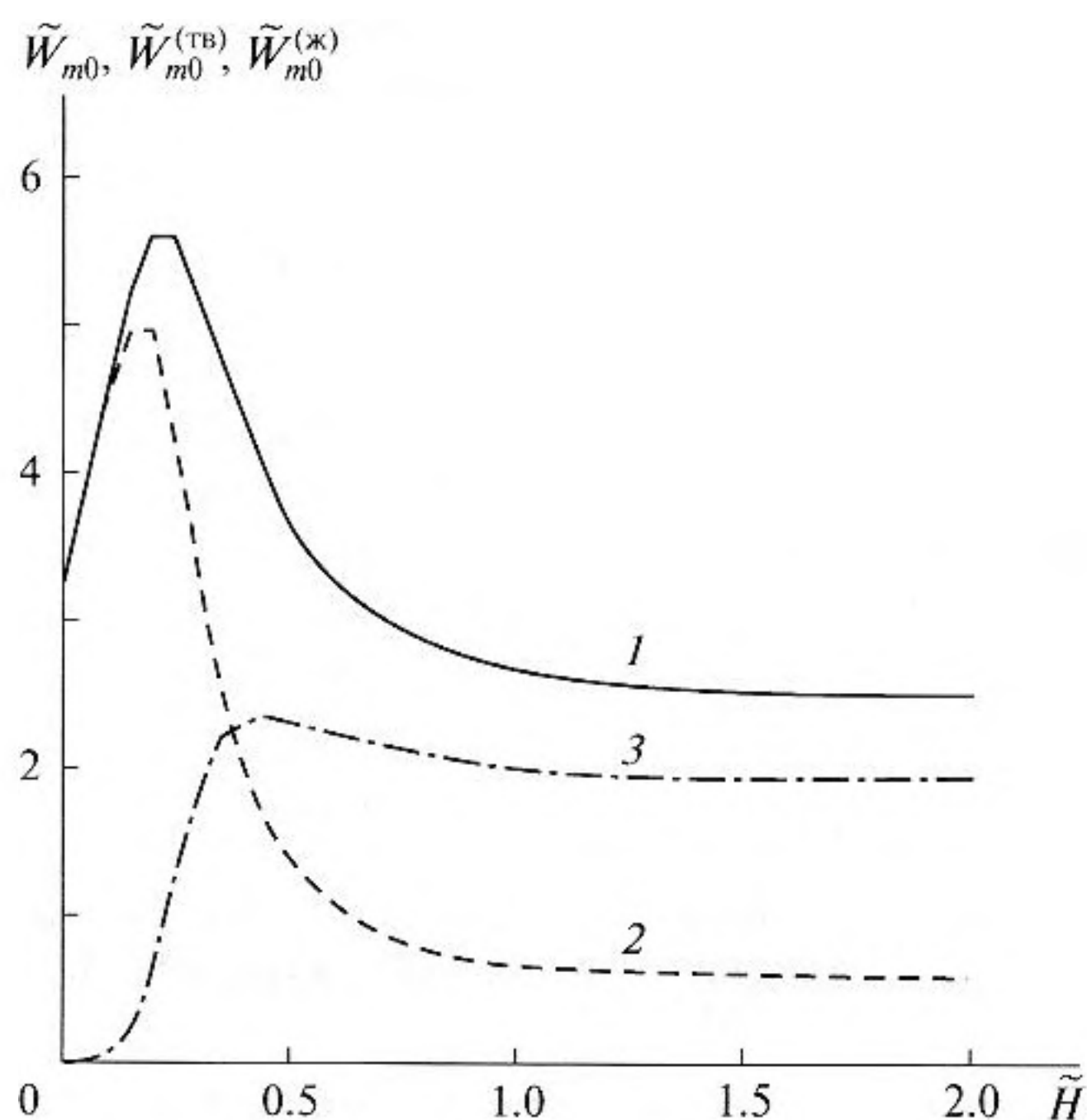


Рис. 3. Зависимости полной приведенной мощности фундаментальной моды (1) и ее частей, излучаемых в упругое полупространство (2) и в жидкий слой (3), от параметра \tilde{H} .

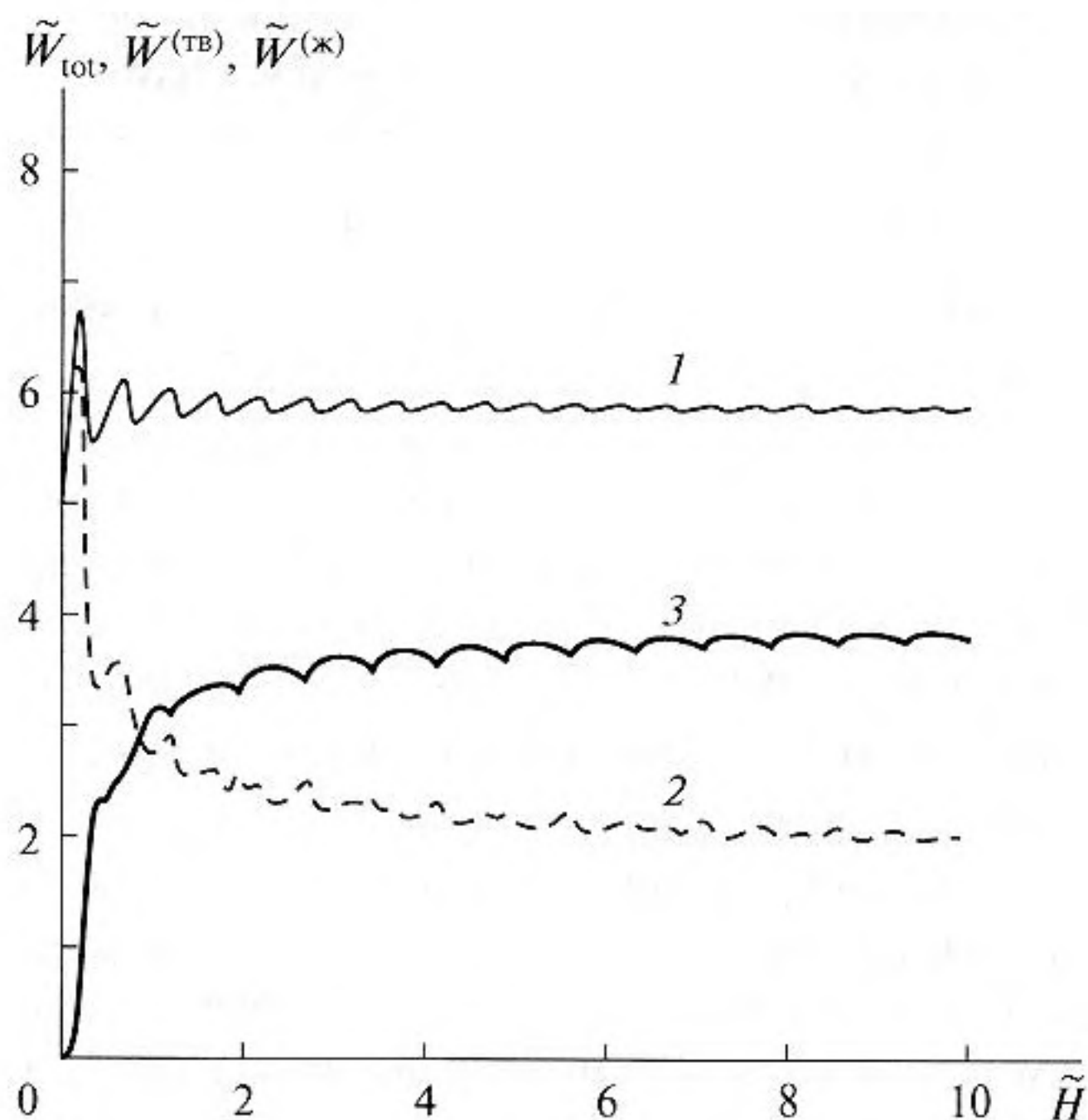


Рис. 4. Зависимости полной мощности излучения (1) и суммарных мощностей, излучаемых в упругое полупространство (2) и в жидкий слой (3) от параметра \tilde{H} .

Расчеты парциальных мощностей излучения мод в жидкости $\tilde{W}_{mj}^{(ж)}$ и в твердом теле $\tilde{W}_{mj}^{(ТВ)}$ при параметрах сред, соответствующих рис. 1, выявили следующие особенности. Парциальная мощность излучения фундаментальной моды в жидкости значительно превышает парциальные мощности других мод. Качественно зависимости $\tilde{W}_{mj}^{(ж)}(\tilde{H})$ полностью аналогичны рис. 1. Парциальная мощность фундаментальной моды в твердой среде $\tilde{W}_{m0}^{(ТВ)}$ в зависимости от толщины жидкого слоя может быть как выше, так и ниже, чем парциальные мощности излучения второй и четвертой мод (максимальное значение $\tilde{W}_{m2}^{(ТВ)}$ и $\tilde{W}_{m4}^{(ТВ)}$ превышают максимальное значение $\tilde{W}_{m0}^{(ТВ)}$ при соответствующей толщине слоя), однако величина $\tilde{W}_{m0}^{(ТВ)}$ превышает мощности мод более высоких номеров (рис. 2).

Расчеты также показывают, что для фундаментальной (нулевой) моды максимальное значение мощности излучения, передаваемой по твердой среде, превышает максимальное значение мощности в жидкости (рис. 3). Аналогичная ситуация имеет место для второй моды. Для мод более высоких номеров имеет место обратное соотношение, причем с ростом номера моды все большая часть ее мощности распространяется по жидкому слою. На высоких частотах для выбранных акусти-

ческих параметров сред приблизительно две трети мощности фундаментальной моды уходит в жидкость (рис. 3). Отметим, что данное соотношение сильно зависит от свойств сред. Так, если увеличить плотность твердого тела до $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$, то при значительной толщине слоя величина $\tilde{W}_{m0}^{(ж)}$ превышает $\tilde{W}_{m0}^{(ТВ)}$ приблизительно в три раза. Это превышение становится особенно существенным с ростом скоростей упругих волн в твердой среде.

Перейдем к анализу мощности излучения объемных волн в упругом полупространстве. В отсутствие жидкого слоя имеем (в формулах (16)–(19) $H = 0$)

$$\tilde{W}_\ell^{(0)} = 0.333, \quad \tilde{W}_t^{(0)} = 1.2455,$$

что совпадает с известными результатами [5, 6]. Зависимости мощностей излучения от глубины жидкости являются немонотонными. Величины \tilde{W}_ℓ и \tilde{W}_t сначала резко уменьшаются с ростом толщины жидкого слоя и достигают своих абсолютных минимумов, когда она равна приблизительно четверти длины звуковой волны. Затем после нескольких сильных колебаний они слабо осциллируют вблизи некоторых постоянных значений. Эти значения при $\tilde{H} \gg 1$ равны приблизительно $\langle \tilde{W}_\ell \rangle = 0.27$ и $\langle \tilde{W}_t \rangle = 1.01$. Отметим, что $\langle \tilde{W}_\ell \rangle$ в 1.2 раза превышает величину $\tilde{W}_\ell^{(\infty)} = 0.2234$,

соответствующую случаю, когда силовой источник действует на границе твердого и жидкого полупространств с соответствующими параметрами. Для поперечных волн $\langle \tilde{W}_t \rangle$ в 1,35 раза превышает значение $\tilde{W}_t^{(\infty)} = 0.7487$. Величины $\tilde{W}_{t,i}^{(\infty)}$ вычислены по формулам, полученным в работе [8].

Результаты расчетов суммарных мощностей, излучаемых в твердое тело и в жидкость, представлены на рис. 4. Из рассмотрения рис. 4 следует, что при малой толщине слоя большая часть мощности излучается в упругое полупространство. При $\tilde{H} \geq 1$ в обе среды излучаются приблизительно одинаковые мощности. Начиная с $\tilde{H} \geq 2$ большая часть мощности излучается в жидкий слой. При $\tilde{H} \gg 1$ около 65% всей мощности излучения уходит в жидкость, а 35% — в твердое тело. Суммарная мощность мод в жидком слое приблизительно в пять раз превышает мощность мод в упругом полупространстве. При этом в упругой среде распределение мощности излучения между сферическими продольными и поперечными волнами и суммой мод имеет следующий вид:

$$\tilde{W}_l : \tilde{W}_t : \tilde{W}_{\text{mod}}^{(\text{ТВ})} = 13\% : 51\% : 36\%.$$

Зависимость полной излучаемой мощности

$$\tilde{W}_{\text{tot}} = \tilde{W}^{(\text{ТВ})} + \tilde{W}^{(\text{Ж})}$$

от толщины жидкого слоя также имеет осцилляционный характер, однако при $\tilde{H} \gg 1$ размах этих осцилляций мал и величина \tilde{W}_{tot} близка к значению $\tilde{W}_{\text{tot}}^{(\infty)} = 5.895$, получаемому для случая граничащих жидкого и упругого полупространств.

Аналогичные расчеты, проведенные при параметрах сред, характерных для Южно-Китайского моря, показали, что на высоких частотах ($\tilde{H} \gg 1$) около 67% мощности излучается в воду и, соответственно, 33% — в дно. Распределение мощности излучения по типам волн в дне имеет вид:

$$\tilde{W}_l : \tilde{W}_t : \tilde{W}_{\text{mod}}^{(\text{ТВ})} = 15\% : 56\% : 29\%.$$

Таким образом, основные результаты выполненных здесь исследований можно сформулировать в следующем виде.

Получены выражения для мощностей излучения мод, а также продольных и сдвиговых волн, возбуждаемых в модельной системе, состоящей

из изоскоростного слоя, лежащего на однородном упругом полупространстве, на поверхность которого воздействует точечный гармонический источник вертикальной силы.

Анализ этих выражений позволил установить, что при толщине водного слоя, заметно превышающей длину волны в жидкости, почти 70% излучаемой источником мощности приходится на гидроакустические волны, которые по этой причине могут быть использованы при получении соответствующей информации о параметрах готовящегося подводного землетрясения [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапин А.Д. Волны в твердом полупространстве, покрытом жидким слоем // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 2. С. 364–367.
2. Лапин А.Д. Возбуждение волн в упругом полупространстве дипольным источником, расположенным в покрывающем слое жидкости // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 3. С. 559–562.
3. Borodina E. L., Petukhov Yu. V. Effect of lateral waves on the broadband interference structure in the shallow sea // Acoustics Letters. 1997. V. 21. № 1. P. 1–6.
4. Бородина Е.Л., Петухов Ю.В. Влияние боковых волн на формирование интерференционной структуры широкополосного звука в мелком море // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 3. С. 313–320.
5. Miller G.F., Pursey H. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1955. V. 233. № 1192. P. 55–69.
6. Гуцин В.В., Докучаев В.П., Заславский Ю.М., Конюхова И.Д. О распределении мощности между различными типами излучаемых волн в полубезграничной упругой среде. В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками / Под ред. Николаева А.В. М.: Наука, 1981. С. 113–118.
7. Разин А.В. Об излучении волн Стонели нормальным к границе газ – твердое тело гармоническим силовым источником // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 12. С. 100–104.
8. Разин А.В. Излучение поверхностной и вытекающей волн на границе раздела твердое тело – газ // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. № 4. С. 354–360.
9. Петухов Ю.В., Хилько А.И. О возможности оценки размеров очагов цунами по пространственной когерентности сейсмических и гидроакустических волн. В кн.: Теоретические и экспериментальные исследования длинноволновых процессов. Владивосток: ДВНЦ СССР, 1985. С. 37–50.