

УДК 534.222

О ЗАТУХАНИИ ЗВУКА В ЖИДКОСТИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ВЗВЕШЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ МИКРО- И НАНОМЕТРОВЫХ РАЗМЕРОВ

© 2009 г. П. В. Лебедев-Степанов, О. В. Руденко*

Центр фотохимии РАН

119421 Москва, ул. Новаторов 7а

*Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

119991 Москва, Ленинские горы

E-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru

Поступила в редакцию 27.04.09 г.

Рассчитан коэффициент затухания звука в жидкости как за счет ее собственной вязкости, так и благодаря наличию в ней взвешенных частиц. На основе анализа дисперсионных соотношений восстановлено нелинейное интегро-дифференциальное уравнение для описания дополнительного затухания при больших интенсивностях звука.

PACS: 43.35.Rs

ВВЕДЕНИЕ

Изучение свойств коллоидных растворов (содержащих дисперсии микро- и наночастиц) в последние годы идет очень интенсивно не только в связи с их распространенностью в природе, в составе живых организмов, но и с в связи со все более широким применением в хозяйственной деятельности, в том числе в высоких технологиях. Примерами служат методы самосборки наноструктурированных пленок, используемых в оптических и сенсорных устройствах, в мембранных технологиях, в качестве гибких защитных слоев для органических светодиодов и др. Фундаментальные теоретические результаты для коллоидных растворов получены еще в работах Стокса, Смолуховского, Эйнштейна, Ландау и других классиков науки. Несмотря на огромное число опубликованных работ, исключая возможность их сколько-нибудь полного цитирования, проведение оценок в реальных технических задачах требует конкретной информации, которая труднодоступна или отсутствует вовсе. Наша работа направлена на изучение свойств акустического поля с точки зрения его воздействия на ансамбль частиц в коллоидах с целью управления процессами их самосборки и получения наноструктур заданной морфологии. Перед тем, как исследовать радиационное воздействие на частицы и кинетику самосборки в акустическом поле, нужно обсудить особенности процессов диссипации энергии в дисперсной фазе. Очевидно, что зависимости от частоты комплексного волнового числа и эффективной глубины проникновения волны в раствор с очень мелкими частицами будут отличаться от

таковых для чистых жидкостей. Кроме того, сильное воздействие на раствор с целью управления его испарением или атомизацией требует учета нелинейных эффектов.

ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим ансамбль сферических частиц малых волновых размеров, которые находятся в жидкости во взвешенном состоянии. Собственные характерные времена, связанные с внутренней динамикой частиц (например, с их резонансами) мы не учитываем, считая, что они много меньше периода акустических колебаний.

Обозначим плотность двухфазной среды через ρ , плотность жидкости ρ_1 , плотность материала частиц ρ_2 . Введем объемное содержание частиц Φ и массовое их содержание X согласно формулам:

$$\Phi = \frac{4}{3}\pi R^3 n, \quad X = \frac{\rho_2 \Phi}{\rho}. \quad (1)$$

Здесь n — число частиц в единице объема, R — радиус одной частицы. Плотность двухфазной среды связана с парциальными плотностями [1] следующим образом:

$$\rho = \rho_1(1 - \Phi) + \rho_2\Phi, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1 - X}{\rho_1} + \frac{X}{\rho_2}. \quad (2)$$

Поскольку при распространении волны необходимо учитывать сжимаемость среды, объемное содержание частиц Φ , вообще говоря, изменяется. Поэтому более универсальной величиной является массовое содержание X , которое мо-

жет изменяться только при фазовых превращениях частиц, например, в результате их растворения.

Под действием переменного давления могут меняться плотности жидкости, частиц и всей смеси в целом. Дифференцированием второго соотношения (2) по давлению при постоянной энтропии получается формула

$$\frac{1}{(c_0\rho_0)^2} = \frac{1-X}{(c_{10}\rho_{10})^2} + \frac{X}{(c_{20}\rho_{20})^2}. \quad (3)$$

Здесь дополнительный индекс "ноль" означает, что значения скоростей звука и плотностей берутся в невозмущенном состоянии, когда волновое поле отсутствует. Из двух выражений (3) и (2) (последнее также берется в невозмущенном состоянии) находится скорость звука в смеси [1]:

$$c_0 = \frac{\frac{1-X}{\rho_{10}} + \frac{X}{\rho_{20}}}{\sqrt{\frac{1-X}{(c_{10}\rho_{10})^2} + \frac{X}{(c_{20}\rho_{20})^2}}}. \quad (4)$$

Аналогичным образом находится эффективный нелинейный параметр смеси:

$$\varepsilon = \frac{\left[\varepsilon_1 \frac{1-X}{c_{10}^4 \rho_{10}^3} + \varepsilon_2 \frac{X}{c_{20}^4 \rho_{20}^3} \right] \left(\frac{1-X}{\rho_{10}} + \frac{X}{\rho_{20}} \right)}{\left(\frac{1-X}{c_{10}^2 \rho_{10}^2} + \frac{X}{c_{20}^2 \rho_{20}^2} \right)^2}.$$

Как известно, скорость звука в двухфазной среде (4) может сильно отличаться от парциальных скоростей. Например, при наличии в воде пузырьков воздуха ($\rho_{20} \ll \rho_{10}, c_{20} < c_{10}$) скорость (4) может упасть до десятков м/с, т.е. стать гораздо меньшей, чем скорость звука как в воде, так и в воздухе. Такая же ситуация возможна и в растворе твердых частиц, удерживающих микропузырьки газа благодаря наличию пор. Эффективная нелинейность среды при этом, напротив, может стать очень большой.

МОДЕЛЬ

Пусть малая частица погружена в идеальную жидкость. Акустическая волна, распространяясь в жидкости, формирует течение вокруг частицы, в результате чего появляется действующая на нее осциллирующая сила. В соответствии с парадоксом Даламбера-Эйлера сила сопротивления при потенциальном обтекании должна равняться нулю. Однако для ускоренного течения, вызванного волной, этот парадокс не имеет места, и тело будет совершать вынужденное движение.

Уравнение движения тела, имеющего скорость u_i , массу m_2 и плотность $\rho_2 = m_2/V$, записывается так (см., например, [2]):

$$m_2 \frac{du_i}{dt} = m_1 \frac{dv_i}{dt} - M_{ik} \frac{d}{dt}(u_k - v_k) + F_i. \quad (5)$$

Здесь v_i — скорость жидкости, $m_1 = \rho_1 V$ — масса жидкости, вытесненной телом, F_i — внешняя сила, M_{ik} — тензор присоединенных масс. Это соотношение справедливо, если v_i слабо меняется в пределах размера частицы (при возбуждении акустических колебаний длина волны должна быть много больше размера частицы: $\lambda \gg R$). Для простейшего случая сферического тела [2]

$$M_{ik} = \frac{2}{3} \pi R^3 \rho_1 \delta_{ik} = \frac{1}{2} m_1 \delta_{ik}. \quad (6)$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением частиц сферической формы и решением скалярной задачи. Если плоская волна распространяется вдоль оси x и $F_i = 0$, тело будет совершать движение в том же направлении. Скорость такого колебания связана с колебательной скоростью жидкости простым соотношением

$$u(t) = \frac{3\rho_1}{2\rho_2 + \rho_1} v(t).$$

Когда плотности погруженного тела и жидкости одинаковы, т.е. $\rho_2 = \rho_1$, скорости также оказываются одинаковыми: $u(t) = v(t)$. Если тело плотнее жидкости, $\rho_2 > \rho_1$, оно движется медленнее ($|u| < |v|$); напротив, менее плотное тело движется быстрее, чем жидкость ($|u| > |v|$).

В вязкой среде на шарик действует сила сопротивления F_R [2], и уравнение (5) с учетом (6) примет вид

$$\left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right) \frac{du}{dt} = 3 \frac{dv}{dt} - F_R$$

$$F_R = \frac{9\eta}{\rho_{10} R^2} (u - v) + \frac{9}{R} \sqrt{\frac{\eta}{\pi \rho_{10}}} \int_{-\infty}^t \frac{d}{d\tau} (u - v) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}. \quad (7)$$

Если в единице объема среды находится n шариков, они сформируют противоположно направленную силу в уравнении движения смеси, и система линеаризованных уравнений гидродинамики примет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{b}{\rho_0} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{nm_1}{2\rho_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (u - v) + F_R \right\},$$

$$c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial t} = 0. \quad (8)$$

Здесь, согласно определению (1), $nm_1/\rho_0 = (\rho_{10}/\rho_{20})X$, b — эффективный коэффициент

вязкости, выражающийся через сдвиговую и объемную вязкости и теплопроводность жидкости [3]. Исключая из системы (8) приращение давления p' , приходим к неоднородному волновому уравнению для колебательной скорости:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{b}{\rho_0} \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial t} = \frac{X \rho_{10}}{2 \rho_{20}} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (u - v) + F_R \right\}. \quad (9)$$

Когда колебательные скорости частицы и среды совпадают ($u = v$), правая часть уравнения (9) обращается в ноль и частицы на волну не влияют. Такая ситуация, как видно из (7), имеет место при равенстве плотностей $\rho_{10} = \rho_{20}$.

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Ищем решение системы (7), (9) в виде

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} \exp(-i\omega t + ikx).$$

Для комплексных амплитуд — констант U, V получаем алгебраическую систему

$$\begin{aligned} \left[c_0^2 k^2 \left(1 - i \frac{b\omega}{c_0^2 \rho_0} \right) - \omega^2 (1 - 2\beta) \right] V - \omega^2 X U &= 0, \\ \left[3 + i2\Pi^2 + 3(1+i)\Pi \right] V - & \\ - \left[1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} + i2\Pi^2 + 3(1+i)\Pi \right] U &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь отношение толщины акустического пограничного слоя δ к радиусу шарика R обозначено как

$$\Pi = \frac{\delta}{R} = \sqrt{\frac{9\eta}{2\rho_{10}\omega R^2}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{9\eta}{2\rho_{10}R^2}. \quad (11)$$

Приравняв определитель системы (10) нулю, найдем дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} k^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left\{ 1 + X \left(1 - \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \right) + \right. \\ \left. + 2X \frac{1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}}{1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} + i2\Pi^2 + 3(1+i)\Pi} \right\} \frac{1}{1 - i \frac{b\omega}{c_0^2 \rho_0}}. \end{aligned} \quad (12)$$

При малых концентрациях частиц X и малой эффективной вязкости жидкости из формулы (12)

следует простое выражение для коэффициента затухания волны $k''(\omega)$ ($k = k' + ik''$):

$$k'' = \frac{b\omega^2}{2c_0^3 \rho_0} + \frac{\omega}{c_0} X \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \frac{\Pi(2\Pi + 3)}{\left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} + 3\Pi \right)^2 + \Pi^2(2\Pi + 3)^2}. \quad (13)$$

В формуле (13) отброшены малые члены, содержащие степени и произведения малых параметров X и $b\omega/(c_0^2 \rho_0)$; это означает, что поглощение на длине волны мало. Модуль появился в формуле (13) вследствие того, что независимо от знака разности $(\rho_{20} - \rho_{10})$ вклад любого из механизмов трения в коэффициент k'' не должен быть отрицательным. Как следует из формулы (7), при смене знака $(\rho_{20} - \rho_{10})$ изменяется знак относительной скорости $u - v$, в то время как потери на вязкое трение всегда положительны.

Вклад в коэффициент k'' за счет трения жидкости о частицы обращается в ноль, когда частицы отсутствуют ($X = 0$) или когда их плотность совпадает с плотностью жидкости ($\rho_{20} = \rho_{10}$).

Если в выражении (7) для силы, действующей на частицу, учесть только первый член (силу Стокса), затухание (13) примет вид:

$$k_S'' = \frac{\omega_0}{2c_0} X \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \frac{\Omega^2}{1 + \frac{1}{4} \left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right)^2 \Omega^2}.$$

Если учесть только интегральный член в выражении (7) (силу Бассе), затухание будет таким:

$$k_B'' = \frac{\omega_0}{3c_0} X \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \frac{\Omega^{3/2}}{1 + \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right) \Omega^{1/2} \right]^2}.$$

При малых значениях частоты, $\omega \ll \omega_0$, затухание пропорционально квадрату частоты:

$$k'' \approx \left[\frac{b}{c_0 \rho_0} + \frac{c_0}{\omega_0} X \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \right] \frac{\omega^2}{2c_0^2} \sim \omega^2. \quad (14)$$

Формула (14) обнаруживает интересную зависимость от вязкости. Рассмотрим для простоты случай, когда затухание за счет теплопроводности и второй вязкости в однородной жидкости существенно меньше, чем затухание из-за сдвиговой вязкости и положим в (14) $b = 4\eta/3$. При этом формула (14) примет вид

$$k'' \approx \frac{\omega^2}{9c_0^2} \left(\frac{6\eta}{c_0 \rho_0} + c_0 \rho_{10} R^2 X \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \frac{1}{\eta} \right). \quad (15)$$

Очевидно, зависимость (15) коэффициента поглощения от вязкости имеет минимум, достигаемый при значении

$$\eta = \eta_{\min} = \left(\frac{1}{6} c_0^2 \rho_0 R^2 X |\rho_{10} - \rho_{20}| \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Если вязкость слишком велика, частицы в жидкости малоподвижны и потери на границах частиц уменьшаются; зато при этом велики потери на трение слоев жидкости. Если, напротив, вязкость очень мала, то уменьшаются потери в жидкости, зато растут потери на частицах из-за увеличения их подвижности. Именно наличие противоположных тенденций объясняет появление указанного «окна прозрачности» в окрестности значения вязкости $\eta = \eta_{\min}$ (16).

В противоположном предельном случае, $\omega \gg \omega_0$, имеем более медленную (корневую) частотную зависимость для поглощения на частицах:

$$k'' \approx \frac{\omega_0}{c_0} X \frac{3 \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right|}{\left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right)^2} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \sim \omega^{1/2}. \quad (17)$$

Для жидкости с вязкостью в единицы сантипуаз и частиц размером R порядка 100 нм характерные частоты $f_0 = \omega_0/2\pi$ лежат в районе 100 МГц. Соответствующая этой частоте длина волны в воде имеет порядок 10^{-3} см, т.е. намного превышает размер частиц.

ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Зная закон дисперсии, можно восстановить эволюционное уравнение, в том числе и для интенсивной волны с учетом нелинейных эффектов [3]. Например, в предельном случае высоких частот (17) с учетом вязких потерь в жидкости уравнение будет иметь вид

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} - g \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^\infty v(\tau - \xi) \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}. \quad (18)$$

Коэффициент g и переменная τ в уравнении (18) обозначены так:

$$g = \frac{3}{c_0} \sqrt{\frac{2\omega_0}{\pi}} X \frac{\left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right|}{\left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right)^2}, \quad \tau = t - \frac{\gamma}{c_0} x,$$

$$\gamma = 1 - \frac{X}{2} \left(1 + \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} - 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right).$$

Уравнение (18) можно использовать в задачах о поведении коллоидных частиц в интенсивном

поле ультразвука, когда профиль волны сильно искажен действием накапливающихся нелинейных эффектов. Для расчета как линейного, так и нелинейного затухания периодической волны со сложным гармоническим составом умножим (18) на v и усредним полученное выражение по периоду. При этом получится уравнение, описывающее убыль энергии волны по мере ее распространения:

$$\frac{\overline{\partial v^2}}{\partial x} = - \frac{b}{c_0^3 \rho_0} \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial \tau} \right)^2} + 2g \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial \xi} \overline{v(\tau) v(\tau - \xi)} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}. \quad (19)$$

Черта сверху здесь отмечает операцию усреднения по периоду. Подставляя в (19) сигнал в виде разложения в ряд Фурье по гармоникам:

$$v(\tau) = \sum_{n=1}^\infty [A_n(x) \sin(n\omega\tau) + B_n(x) \cos(n\omega\tau)], \quad (20)$$

найдем усредненное выражение под интегралом (19). Затем, вычисляя интеграл, получим

$$\frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{b\omega^2}{c_0^3 \rho_0} \sum_{n=1}^\infty n^2 E_n - g \sqrt{2\pi\omega} \sum_{n=1}^\infty \sqrt{n} E_n, \quad (21)$$

$$E = \overline{v^2} = \sum_{n=1}^\infty E_n = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^\infty (A_n^2 + B_n^2).$$

Форма волны $v(\tau)$ или ее спектр (20), т.е. амплитуды гармоник, находятся с помощью аналитического либо численного решения волновой задачи (18). Затем по формулам (19) или (21) рассчитываются потери энергии волны E вследствие ее линейного и нелинейного поглощения. В частности, для гармоники с номером n отношение членов ряда, описывающих поглощение на частицах по отношению к поглощению в жидкости, равно

$$C_n = \frac{3c_0^2 \rho_0}{\pi b f} X \left(\frac{f_0}{nf} \right)^{3/2} \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \left(1 + 2 \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right)^{-2}.$$

Оценки по этой формуле показывают, что для частот $f \sim f_0$ и концентрациях частиц $X \sim 10^{-3} - 10^{-1}$ затухание на частицах преобладает, по крайней мере, для гармоник с не слишком высокими номерами.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим более подробно амплитуду и фазу колебаний жидкости и частиц в акустическом поле. Предположим для удобства, что амплитуда U в уравнениях (10) чисто вещественная (что достигается выбором начальных условий). Тогда

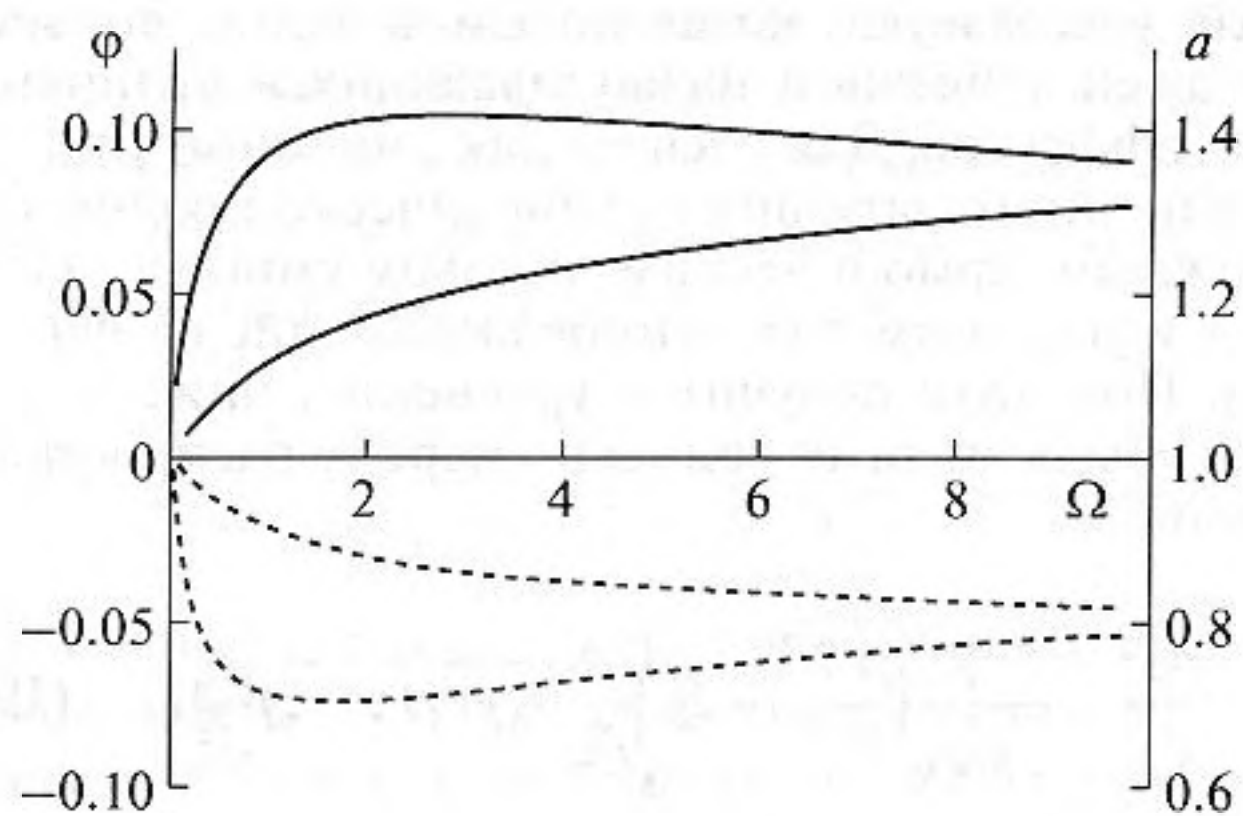


Рис. 1. Зависимости отношения амплитуд колебаний частиц и жидкости a (верхняя и нижняя кривые) и сдвига фазы колебаний частиц φ от фазы колебаний жидкости (две внутренние кривые) от безразмерной частоты $\Omega = \omega/\omega_0$ (сплошная линия – плотность частиц меньше плотности жидкости $\rho_{20}/\rho_{10} = 0.5$, пунктирная – частицы плотнее жидкости $\rho_{20}/\rho_{10} = 1.5$).

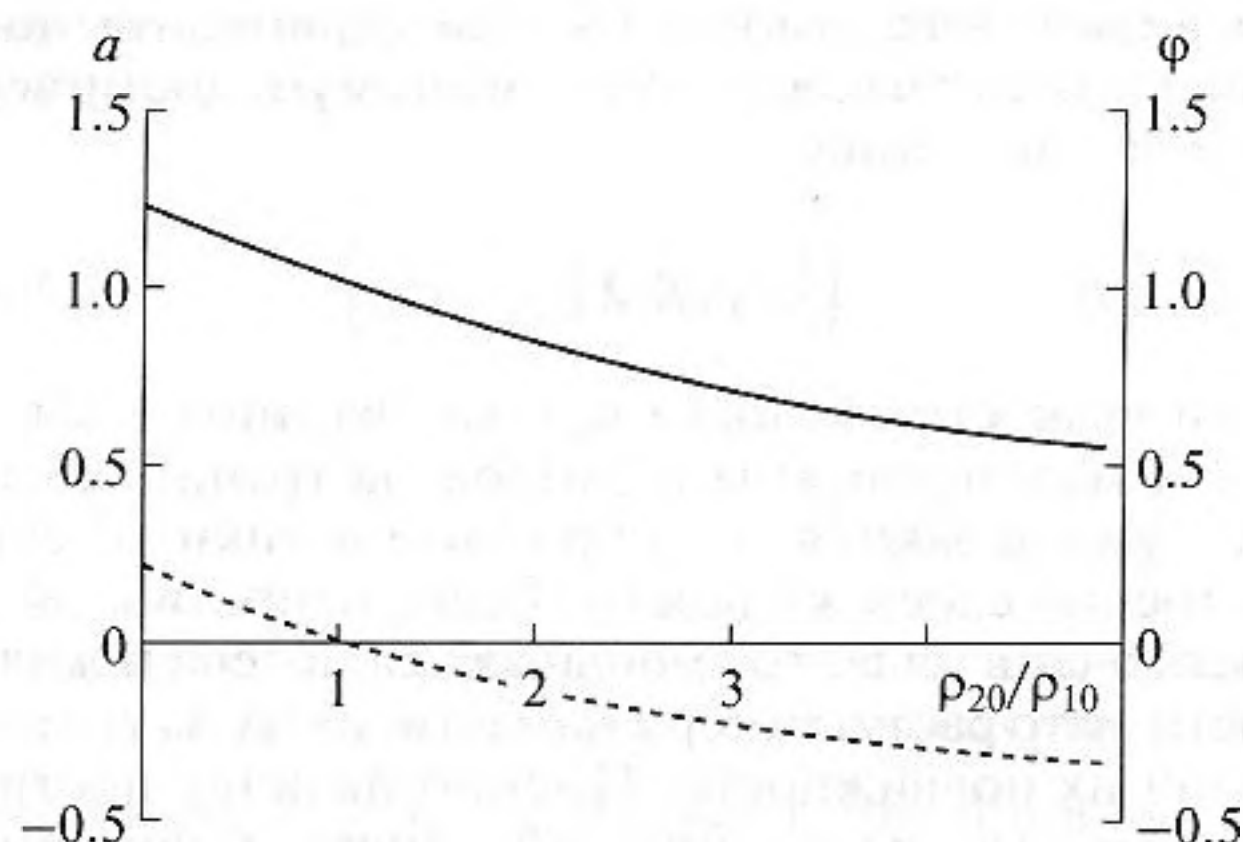


Рис. 2. Зависимости отношения амплитуд колебаний частиц и жидкости (сплошная линия) и сдвига фазы колебаний частиц от фазы колебаний жидкости (штриховая кривая) от отношения плотностей частицы и жидкости ρ_{20}/ρ_{10} при $\Omega = 1$.

для комплексной амплитуды скорости будем иметь

$$U = AV, \quad A = a \exp(i\varphi) = \frac{3 + i2\Pi^2 + 3(1+i)\Pi}{1 + 2\frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} + i2\Pi^2 + 3(1+i)\Pi}$$

Если частицы плотнее жидкости, то амплитуда их колебаний меньше, чем амплитуда колебаний жидкости, а фаза колебаний отстает от фазы колебаний жидкости; если плотность частиц меньше, то ситуация обратная. При $\rho_{20} = \rho_{10}$ движение частиц и жидкости происходит по общему закону и $A = 1$. Поведение a (отношения амплитуды колебаний частиц к амплитуде колебаний жидкости) и φ (сдвига фазы колебаний частиц по сравнению с жидкостью) в зависимости от частоты и соотношения плотностей показано на рис. 1 и 2.

Для анализа частотной зависимости поглощения перепишем формулу (13) с помощью (11) так:

$$k'' = \frac{b\omega_0^2}{2c_0^3\rho_0} \Omega^2 + \frac{\omega_0}{c_0} \chi \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right| \Omega^2 \times \quad (22)$$

$$\times \frac{3\sqrt{\Omega} + 2}{(3\sqrt{\Omega} + 2)^2 + \Omega[\sqrt{\Omega}(1 + 2\rho_{20}/\rho_{10}) + 3]^2}$$

или для простоты в сокращенной записи

$$k'' = \Omega^2[\alpha + \beta\Phi(\Omega)], \quad (23)$$

где

$$\alpha = \frac{b\omega_0^2}{2c_0^3\rho_0}, \quad \beta = \frac{\omega_0}{c_0} \chi \left| 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} \right|, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (24)$$

$$\Phi(\Omega) = \frac{3\sqrt{\Omega} + 2}{(3\sqrt{\Omega} + 2)^2 + \Omega[\sqrt{\Omega}(1 + 2\rho_{20}/\rho_{10}) + 3]^2}$$

Если материалом частиц является SiO_2 или полистирол (наиболее часто применяемые материалы), то $|1 - \rho_{20}/\rho_{10}| = 1.2, 0.05$ соответственно. Концентрация может изменяться в пределах $\chi - 10^{-3} - 10^{-1}$. Поэтому коэффициент β изменяется в широких пределах $\beta - 0.2 - 700$. Частотные зависимости поглощения, описываемые мнимой частью волнового вектора (23), построенные с учетом данных численных параметров, показаны на рис. 1, 2.

При низких частотах распределение поглощения за счет растворителя и за счет частиц определяется величиной коэффициентов α и β соответственно (и их соотношением). Поглощение за счет частиц растет с увеличением разности плотности частиц и плотности жидкости, а также с ростом концентрации частиц (см. область низких частот на рис. 3а) Роль этих коэффициентов сохраняется и при повышении частоты. При этом проявляется также отличие асимптотик для зависящих от частоты сомножителей при коэффициентах α и β . Поскольку с ростом частоты множитель (24) при β стремится к нулю, то поглощение за счет частиц с ростом частоты ослабевает и тоже стремится к нулю даже при повышении концентрации частиц (рис. 3б). При росте частоты по-

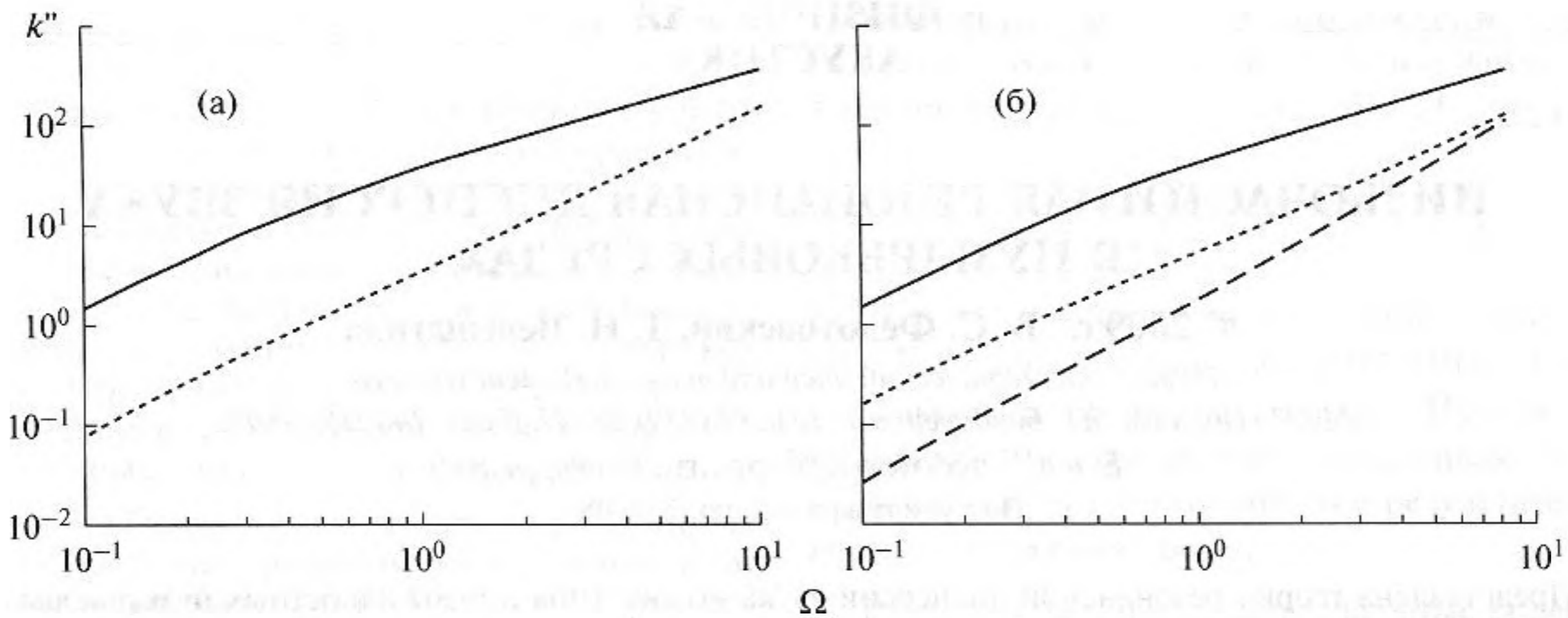


Рис. 3. а) Мнимая часть волнового вектора (22) в зависимости от безразмерной частоты (в логарифмическом масштабе) при $X = 0.1$ для частиц из SiO_2 (сплошная линия) и полистирола (пунктир); б) то же для частиц из SiO_2 при разных значениях концентрации $X = 0.1$ (сплошная линия), 0.01 (пунктир) и 0.001 (нижняя штриховая линия на графике).

глошение за счет эффективной вязкости жидкости начинает превалировать.

В заключение отметим, что способ нахождения дисперсионного уравнения, использованный в этой работе, аналогичен методам, применявшимся для других задач в работах [4, 5]. Заметим также, что близкие по смыслу результаты были получены в работе [6], в которой, однако, анализ затухания акустической волны проходил по другой, менее общей схеме: не учитывался вклад силы Бассе (см., например, [7]), а поглощение собственно в жидкости рассматривалось независимо от поглощения частицами. Для точного сопоставления результатов, полученных в данной работе и в работе [6], нужно также учесть, что здесь процессы диссипации исследуются по дисперсионным соотношениям для скорости жидкости, а в [6] — по величине, которая в обозначениях данной статьи может быть записана как $u_{r02}X$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям (государственный контракт № 02.513.12.3028).

Авторы благодарят М.В. Алфимова за инициацию работ в данном направлении, С.А. Рыбака и Ю.Н. Макова — за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
3. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн (2-е изд.) М.: Наука, 1990. 432 с.
4. Руденко О.В., Сарвазян А.П. Волновая биомеханика скелетной мышцы // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 720–732.
5. Rudenko O.V., Hedberg C.M. Nonlinear Dynamics of Grains in a Liquid-Saturated Soil // Nonlinear Dynamics. 2004. V. 35. P. 187–200.
6. Лебедев-Степанов П.В., Рыбак С.А. Поглощение звука раствором наночастиц // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 3. С. 326–330.
7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.