АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2010, том 56, № 1, с. 124–134

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

УДК 534.222+550.834

РЕЗОНАНСНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ СДВИГОВЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ ЖИДКИХ СРЕД НА ОСНОВЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТРУБКАХ

© 2010 г. И. Б. Есипов, О. М. Зозуля*, А. В. Фокин

Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева
117036 Москва, ул. Шверника 4
** Технологическая Компания Шлюмберже*
101000 Москва, пер. Огородная слобода 5А
E-mail: ibesipov@akin.ru, ozozulya@slb.com

Поступила в редакцию 20.03.09

Обсуждаются возможности применения крутильных колебаний для измерений вязкоупругих свойств жидкостей. Развита теория крутильных колебаний упругой трубки, заполненной исследуемой средой, обладающей вязкостью и упругостью сдвига. Показано, что для определения комплексного модуля сдвига достаточно определить частоту резонанса и добротность крутильных колебаний. Приводятся описание экспериментальной установки и результаты измерений вязкоупругого модуля глицерина и нефти одного из месторождений в диапазоне температур –10°–60°С. Экспериментальная установка позволяет проводить измерения вязкоупругого модуля в диапазоне частот акустического каротажа (10 кГц–20 кГц). Полученные результаты были сопоставлены с результатами реометрических измерений.

Ключевые слова: вязкоупругость, вязкость, модуль сдвига, неньютоновская жидкость, крутильные колебания, реология нефти.

PACS: 43.20.Ks, 43.20.Tb

ВВЕДЕНИЕ

Изучение температурной зависимости вязкоупругих свойств тяжелой нефти представляет большой интерес в связи с тепловыми способами разработки ее месторождений. Эта задача имеет также определенный научный интерес в связи с исследованиями акустических свойств пористых сред, заполненных вязкоупругой жидкостью. Вязкоупругие свойства тяжелой нефти в частотном диапазоне, характерном для акустического каротажа (5–20 кГц), нельзя определить с использованием стандартных реометрических приборов, максимальная рабочая частота которых не превышает сотни герц. Поэтому возникает необходимость в разработке методов, позволяющих проводить адекватные измерения вязкоупругих свойств в частотном диапазоне акустического каротажа в широком интервале температур.

Методы измерения скорости и затухания акустических волн в сильно вязких материалах можно разделить на рефлектометрию [1, 2, 7], импульсные методы, основанные на прохождении звука через образец [3, 4], резонансные методы, в основе которых лежит измерение сдвига резонансной частоты и изменения добротности колебаний резонатора при его контакте с исследуемой жидкостью [5, 6]. Имеют место также различные волноводно-импендансные методы, в которых свойства образца определяются по тому, насколько он искажает дисперсионные или резонансные характеристики волновода [8–11]. В данной работе предлагается метод измерения сдвиговых вязкоупругих свойств жидкой среды на основе определения резонансной частоты и добротности крутильных колебаний, возбуждаемых в коротких трубках, заполненных исследуемой средой. Подбирая длину трубки и ее материал, можно получать резонансные частоты из килогерцового диапазона при небольших размерах измерительной установки, что позволяет осуществлять быструю термостабилизацию измерительной системы.

Идея использования крутильных колебаний трубок и стержней для определения вязкости и плотности жидкостей не нова [10, 12]. Наиболее простая интерпретация измерений имеет место в случае возбуждения только первой моды крутильных колебаний, распространяющейся без дисперсии. В отличие от предлагавшихся ранее резонансных методов измерения вязкости на основе крутильных колебаний, в данной работе мы выполнили обобщение, позволяющее также прово-

дить измерения сдвигового упругого модуля образца.

ТЕОРИЯ

В данном разделе рассматривается задача о распространения крутильной волны в бесконечной трубке, заполненной вязкоупругим материалом, при условии радиальной симметрии поля возмущений и устанавливается ее связь с задачей об определении резонансных свойств крутильных колебаний конечного отрезка трубки.

Дисперсия крутильной волны в трубке, заполненной вязкоупругой жидкостью

Вектор смещения **u** в гармонически зависящей от времени ($\exp(-i\omega t)$) поперечной ($\mathrm{div}(\mathbf{u}) = 0$) волне, распространяющейся в вязкоупругой среде, в линейном приближении удовлетворяет следующему уравнению [14]:

$$\Delta\mathbf{u} + \frac{\omega^2}{a^2}\mathbf{u} = 0, \tag{1}$$

где a – комплексная скорость поперечной волны $a^2 = G/\rho$, $G = \mu - i\omega\eta$ – комплексный модуль сдвига, μ – действительная часть модуля сдвига, η – вязкость, ρ– плотность. В общем случае величины μ и η представляют собой "эффективный" модуль сдвига и "эффективную вязкость" и зависят от частоты ω.

Введем цилиндрическую систему координат (r, θ, z) и рассмотрим крутильную волну, распространяющуюся в однородной среде в направлении оси z. В данной крутильной волне отлична от нуля только угловая компонента вектора смещения u_θ, причем от величины угла θ она не зависит. Решение ищем в виде

$$u_\theta(r, z, t) = U(r)\exp(ikz - i\omega t), \tag{2}$$

где k – проекция волнового вектора на ось z. Подставляя (2) в (1), получаем уравнение для $U(r)$

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dU}{dr} + \left(\frac{\omega^2}{a^2} - k^2 - \frac{1}{r^2}\right)U = 0,$$

общее решение которого имеет вид:

$$U(r) = C_1J_1(qr) + C_2N_1(qr), \quad q^2 = \omega^2/a^2 - k^2 \neq 0, \tag{3}$$

$$U(r) = C_1r + C_2/r, \quad k^2 = \omega^2/a^2, \tag{4}$$

где $J_1(qr)$ и $N_1(qr)$ – функции Бесселя и Неймана первого порядка, q – радиальная компонента волнового вектора, C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Рассмотрим дисперсию крутильной волны, распространяющейся в трубке, заполненной вязкоупругой жидкостью. Из соотношений (2), (3) получаем поле смещений в трубке и жидкости:

$$\begin{gathered} u_f = C_1J_1(q_fr)\exp(ikz - i\omega t), \\ q_f^2 = \omega^2/a_f^2 - k^2, \quad 0 \le r \le R_1, \end{gathered} \tag{5}$$

$$\begin{gathered} u_s = \left(C_2J_1(q_sr) + C_3N_1(q_sr)\right)\exp(ikz - i\omega t), \\ q_s^2 = \omega^2/a_s^2 - k^2, \quad R_1 \le r \le R_2, \end{gathered} \tag{6}$$

где нижним индексом f и s отмечены величины, относящиеся соответственно к вязкоупругой жидкости и трубке, R_1 и R_2 внутренний и внешний радиусы трубки, C_1, C_2 и C_3 – произвольные постоянные, ось z совпадает с осью трубки. При получении соотношения (5) учтено, что функция Неймана обращается в нуле в бесконечность.

Искомое дисперсионное соотношение $k(\omega)$ определяется граничными условиями непрерывности вектора смещения **u** и компонент тензора напряжений $\sigma_{r\theta}$ и σ_{rz} на внутренней поверхности трубки $r = R_1$ и равенством нулю компонент тензора напряжений $\sigma_{r\theta}$ и σ_{rz} на внешней поверхности трубки $r = R_2$. Учитывая, что в крутильной волне отлична от нуля только угловая компонента вектора смещения u и компонента $\sigma_{rz} \equiv 0$, получаем систему уравнений:

$$C_1J_1(q_fR_1) = C_2J_1(q_sR_1) + C_3N_1(q_sR_1), \tag{7}$$

$$G_fq_fC_1J_2(q_fR_1) = G_sq_s(C_2J_2(q_sR_1) + C_3N_2(q_sR_1)), \tag{8}$$

$$C_2J_2(q_sR_2) + C_3N_2(q_sR_2) = 0, \tag{9}$$

где $J_2(qr)$ и $N_2(qr)$ функции Бесселя и Неймана второго порядка, C_1, C_2, C_3 – произвольные постоянные. Исключая из (7), (8) постоянную C_1 получаем

$$\begin{gathered} \frac{G_sq_s(C_2J_2(q_sR_1) + C_3N_2(q_sR_1))}{C_2J_1(q_sR_1) + C_3N_1(q_sR_1))} = \\ = \frac{G_fq_fJ_2(q_fR_1)}{J_1(q_fR_1)} = i\omega Z, \end{gathered} \tag{10}$$

где $Z = \sigma_{r\theta}(R_1)/v(R_1)$ входной импеданс вязкоупругой жидкости на внутренней поверхности трубки $r = R_1$, v – угловая скорость частиц в крутильной волне. Из условия, что система (9), (10) имеет нетривиальное решение, получаем дисперсионное уравнение для крутильной волны, рас-

пространяющейся в трубке, заполненной вязкоупругой жидкостью:

$$G_s q_s \frac{J_2(q_s R_1) N_2(q_s R_2) - J_2(q_s R_2) N_2(q_s R_1)}{J_1(q_s R_1) N_2(q_s R_2) - J_2(q_s R_2) N_1(q_s R_1)} = \\ = G_f q_f \frac{J_2(q_f R_1)}{J_1(q_f R_1)}. \quad (11)$$

Найдем приближенное решение уравнения (11) в случае, когда влияние вязкоупругой жидкости на дисперсию крутильной волны мало, т.е. дисперсионное уравнение (11) слабо отличается от дисперсионного уравнения для пустой трубки. Ограничимся рассмотрением первой моды. Для пустой трубки она соответствует повороту трубки вокруг оси как целого, при этом скорость ее распространения равна скорости поперечной волны (4). С учетом граничного условия на внутренней поверхности пустой трубки $\sigma_{r\theta} = 0$ в соотношении (4) остается только первое слагаемое

$$u_s = C_1 r \exp(ikz - i\omega t), \quad k^2 = k_0^2 = \omega^2/a_s^2.$$

Заполнение трубки вязкоупругой жидкостью приводит к тому, что у первой моды появляется отличная от нуля радиальная компонента волнового числа q_s. Соответственно радиальная зависимость смещения принимает вид (6) и меняются фазовая скорость и затухание крутильной волны, определяемые аксиальной компонентой волнового числа $k^2 = \omega^2/a_s^2 - q_s^2 = k_0^2 - q_s^2$. Если влияние жидкости мало, так что $|q_s|^2 \ll |k_0|^2$, радиальную компоненту q_s можно приближенно найти из системы (9), (10) считая, что по жидкости крутильная волна распространяется со скоростью a_s (как для пустой трубы) и соответственно

$$q_f^2 = q_{f0}^2 = \omega^2/a_f^2 - \omega^2/a_s^2.$$

При этом смещение в области трубки u_s представляется в виде

$$u_s = C_2\left(q_s r - (q_s r)^3/8\right) + C_3/q_s r,$$

которое получается разложением выражения (6) для малых значений $q_s r$. В разложении функции Бесселя $J_1(q_s r)$ учитываются два члена, так как первый член соответствует нулевому приближению – решению для пустой трубки. Система (7)–(9) принимает вид

$$C_1 J_1(q_{f0} R_1) = C_2\left(q_s R_1 - (q_s R_1)^3/8\right) + C_3/q_s R_1, \quad (12)$$

$$C_1 G_f q_{f0} J_2(q_{f0} R_1) = \\ = G_s q_s\left(C_2\left((q_s R_1)^2/4\right) + 2C_3/(q_s R_1)^2\right), \quad (13)$$

$$C_2\left((q_s R_2)^2/4\right) + 2C_3/(q_s R_2)^2 = 0. \quad (14)$$

Из (12)–(14) получаем приближенное дисперсионное уравнение

$$(q_s R_1)^2 = \\ = -\frac{8(G_f/G_s) F(q_{f0} R_1)(R_1/R_2)^4}{2\left(1 - (R_1/R_2)^4\right) - (G_f/G_s) F(q_{f0} R_1)\left(1 + (R_1/R_2)^4\right)}, \quad (15)$$

$k^2 = k_0^2 - q_s^2, \quad q_{f0}^2 = \omega^2/a_f^2 - k_0^2, \quad F(z) = z J_2(z)/J_1(z),$ справедливое при $|q_s|^2 \ll |k_0|^2$.

Проанализируем подробнее дисперсионное уравнение (15) при выполнении следующих условий:

$$|G_f| \ll |G_s|, \quad (16)$$

$$|q_{f0} R_1| \gg 1, \quad \exp(2\mathrm{Im}(q_{f0} R_1)) \gg 1, \quad (17)$$

$$(R_2 - R_1) \sim R_1. \quad (18)$$

Условие (16) всегда выполняется для вязкоупругих жидкостей или резиноподобных материалов заполняющих металлическую трубку. Из него следует, что можно считать

$$q_{f0}^2 = \omega^2/a_f^2. \quad (19)$$

При выполнении соотношения (17) длина поперечной волны в жидкости мала по сравнению с внутренним радиусом трубки (первое неравенство) и возмущение сосредоточено вблизи стенки (второе неравенство). В этом случае, используя асимптотику функций Бесселя для больших значений аргумента $|z| \gg 1$:

$$J_1(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\cos(z - 3\pi/4), \quad J_2(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\cos(z - 5\pi/4)$$

получаем

$$F(z) = iz. \quad (20)$$

Отметим, что с физической точки зрения данное приближение соответствует тому, что входной импеданс вязкоупругой жидкости на внутренней поверхности трубки рассчитывается как для случая плоской поперечной волны $Z = -\sigma_{xz}/v_z = \rho a_f$.

Условие (18), предполагающее, что стенки трубки не слишком тонкие, вместе с (16), (17) позволяет пренебречь вторым слагаемым в знаменателе выражения (15). Используя (19), (20), окончательно получаем из (15) приближенное дисперсионное уравнение

$$k^2 = \left(1 + 4i\frac{\rho_f}{\rho_s}\frac{1}{(q_{f0} R_1)}\frac{(R_1/R_2)^4}{\left(1 - (R_1/R_2)^4\right)}\right)k_0^2.$$

Отметим, что с учетом (17) и того, что $\rho_f < \rho_s$, поправка в волновое число, как и предполагалась, мала. Учитывая это, приближенно получаем

$$\frac{\Delta k}{k_0} = 2i\frac{\rho_f}{\rho_s}\frac{1}{(q_{f0}R_1)}\frac{(R_1/R_2)^4}{\left(1-(R_1/R_2)^4\right)}. \qquad (21)$$

Отметим, что аналогичное по структуре решение было получено в работе [10], где решалась похожая задача, только вязкоупругая жидкость располагалась не внутри трубки, а вне нее. Авторы искали приближенное решение точного дисперсионного уравнения в виде ряда, что позволило получить помимо основного члена поправку к нему, позволяющую оценить точность полученного приближения. Выражая в (21) q_{f0}, определяемое соотношением (19), через комплексный модуль сдвига жидкости $G_f = \mu_f - i\omega\eta_f$, получаем

$$\frac{\Delta k}{k_0} = \left(\frac{2}{\omega R_1}\frac{(R_1/R_2)^4}{(1-(R_1/R_2)^4)}\frac{1}{\rho_s}\right)(\rho_f^2(\mu_f^2 + \omega^2\eta_f^2))^{1/4}\exp(i(\varphi/2+\pi/4), \qquad (22)$$

где $\varphi = \mathrm{arctg}(\mu/\omega\eta) \in [0, \pi/2]$. Заметим, что для ньютоновской жидкости $\varphi = 0$ и $\mathrm{Re}(\Delta k/k_0) = \mathrm{Im}(\Delta k/k_0)$.

Из (22) получаем решение обратной задачи – определение вязкоупругих характеристик жидкости по изменению дисперсионного соотношения

$$\eta_f\rho_f = \omega\left(\rho_s\frac{R_1\left(1-(R_1/R_2)^4\right)}{2(R_1/R_2)^4}\right)^2\sin 2\delta\left|\frac{\Delta k}{k_0}\right|^2, \qquad (23)$$

$$\mu_f\rho_f = -\omega^2\left(\rho_s\frac{R_1\left(1-(R_1/R_2)^4\right)}{2(R_1/R_2)^4}\right)^2\cos 2\delta\left|\frac{\Delta k}{k_0}\right|^2, \qquad (24)$$

где $\delta = \arg(\Delta k/k_0)$.

Определение вязкоупругих параметров по изменению резонансной характеристики отрезка трубки при заполнении ее исследуемой жидкостью

В отрезке трубки гармоническим источником возбуждаются крутильные колебания в окрестности первого собственного резонанса. Регистрируется амплитуда колебаний в зависимости от частоты возбуждения. Определяется частота резонанса ω_r и коэффициент затухания α. Затем трубка наполняется исследуемой вязкоупругой жидкостью и измеряется смещение резонансной частоты $\Delta\omega_r$ и изменение затухания $\Delta\alpha$.

Отрезок трубки представляет собой основную часть сложного резонатора, включающего помимо трубки дно с закрепленными на ней излучающей и приемной системами. Для отрезка трубки наименьшая резонансная частота (для крутильной волны, распространяющейся со скоростью $c_s = \mathrm{Re}\,a_s$) равна $\omega = \pi c_s/L$. Наличие дна с излучающей и приемной системами, влияние которого можно учесть, моделируя его сосредоточенной массой, приводит к уменьшению значения резонансной частоты на величину $\Delta\omega$. В общем случае амплитуду крутильных колебаний $A(\omega)$можно представить в виде $A(\omega) = 1/F(\omega, k(\omega))$, где $F(\omega, k(\omega))$ – функция, зависящая от частоты и параметров системы. На резонансной частоте $\mathrm{Re}\,F(\omega_r, k(\omega_r)) = 0$. Представление функции $F(\omega, k(\omega))$ как функции двух аргументов подчеркивает, что зависимость амплитуды колебаний от частоты входит, как через зависимость от частоты волнового числа крутильной волны $k(\omega)$, так и через частотную зависимость влияния других параметров системы. Будем предполагать, что влияние дна с излучающей и приемной системами на резонансные свойства системы в окрестности первого резонанса мало $\Delta\omega/\omega \ll 1$. Подробный анализ показывает, что с точностью до $(\Delta\omega/\omega)^2$ при анализе влияния заполнения трубки вязкоупругой жидкостью на амплитуду колебаний в окрестности резонанса можно приближенно считать $A(\omega) \approx 1/F(\omega_r, k(\omega))$, где ω_r – частота резонанса для системы с пустой трубкой. Предполагая высокую добротность рассматриваемого резонанса, раскладываем $F(\omega_r, k(\omega))$ в окрестности резонансной частоты ω_r. С учетом линейной зависимости волнового числа от частоты $k(\omega) = \omega/c_s + i\gamma(\omega)$, получаем с точностью до членов первого порядка малости по затуханию

$$A(\omega) = \frac{C}{(\omega-\omega_r)/c_s + i\left(\gamma(\omega_r)+\xi\right)}, \qquad (25)$$

где C и ξ не зависят от частоты, ξ определяет потери в рассматриваемой резонансной системе, не связанные с затуханием крутильной волны, c_s – скорость поперечных волн в трубке (c_s практически не зависит от частоты), $\gamma(\omega)$ – пространственный коэффициент затухания.

При заполнении трубки вязкоупругой жидкостью дисперсионное соотношение для крутиль-

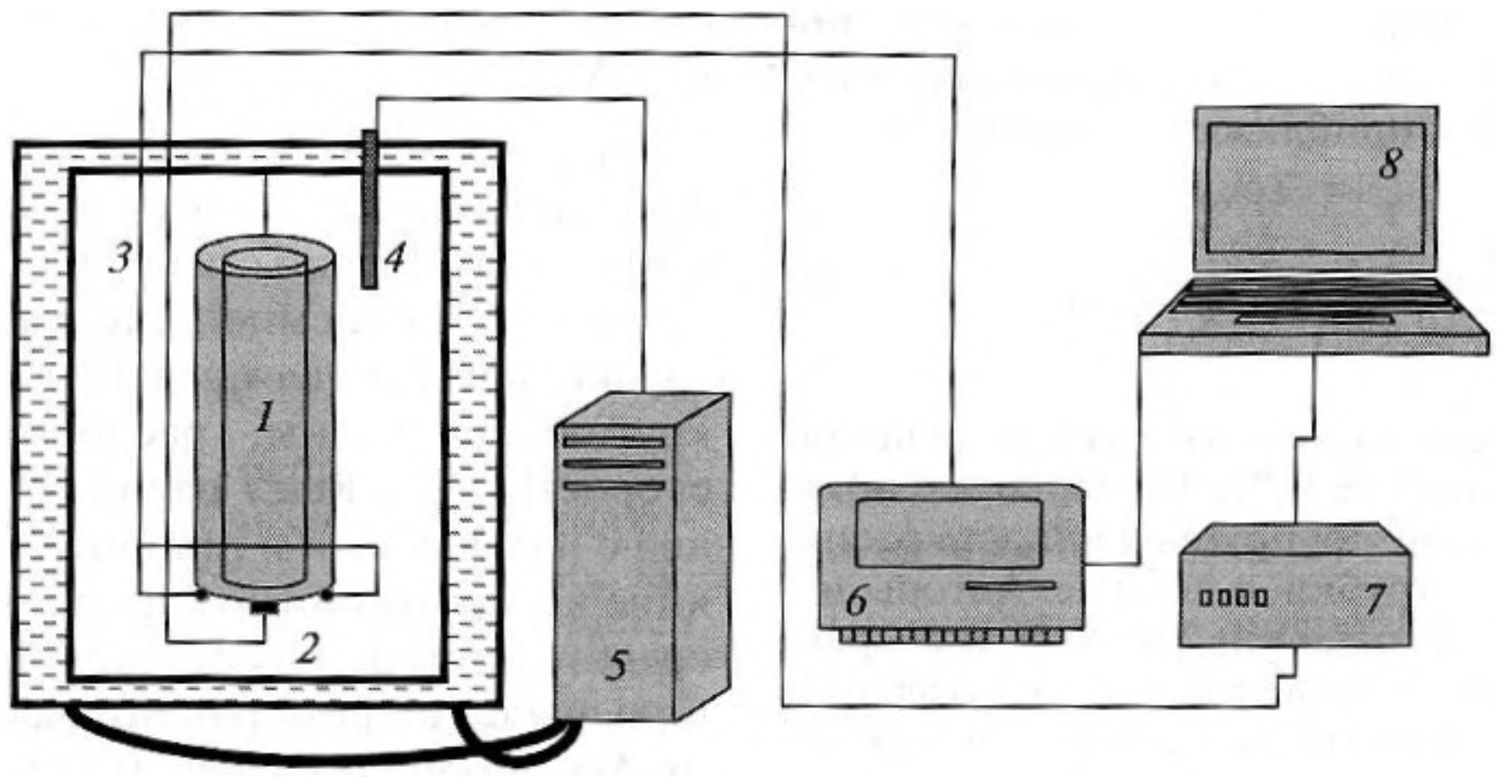

Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения сдвиговых вязкоупругих свойств жидких сред в интервале температур.

ной волны изменяется согласно (22). Соответственно меняется вид разложения (25):

$$A(\omega) = \frac{C}{(\omega - \omega_r)/c_s + i(\gamma(\omega_r) + \xi) + \Delta k} = \\ = \frac{C_1}{\omega - \omega_r + i\alpha + c_s\Delta k}, \quad (26)$$

где Δk – изменение волнового числа крутильной волны на частоте ω_r при наполнении трубки вязкоупругой жидкостью, $\alpha = (\gamma(\omega_r) + \xi)c_s$ – коэффициент затухания колебаний. Из (26) следует, что добавление вязкоупругой жидкости приводит к изменению резонансной частоты ω_r и затухания α

$$\Delta\omega_r = -c_s \operatorname{Re}\Delta k, \quad \Delta\alpha = c_s \operatorname{Im}\Delta k. \quad (27)$$

Таким образом, изменение резонансной частоты и затухания однозначно связано с изменением дисперсионного соотношения (22). В общем случае для однозначного определения вязкоупругих модулей необходимо согласно (23), (24) знать затухание крутильной волны на резонансной частоте в пустой трубке $\gamma(\omega_0)$, то есть мнимую часть k_0. Для металлической трубки этим затуханием можно пренебречь (ошибка $\sim \gamma(\omega_r)/\omega_r$ не превышает десятых долей процента), считая k_0 действительным так, что $\operatorname{Re}\Delta k = |\Delta k|\cos\delta$, $\operatorname{Im}\Delta k = |\Delta k|\sin\delta$. В итоге из (23), (24), (27) получаем

$$\eta_f\rho_f = -\frac{\Delta\omega_r\Delta\alpha}{2\omega_0}\left(\rho_s R_1\left((R_2/R_1)^4 - 1\right)\right)^2, \quad (28)$$

$$\mu_f\rho_f = \frac{\left(\Delta\alpha^2 - \Delta\omega_r^2\right)}{4}\left(\rho_s R_1\left((R_2/R_1)^4 - 1\right)\right)^2. \quad (29)$$

Отметим, что для ньтоновской жидкости, не обладающей сдвиговой упругостью ($\mu_f = 0$), для определения вязкости достаточно измерить одну из величин – сдвиг частоты или изменение затухания. Действительно, в этом случае $\Delta\alpha = -\Delta\omega_r$ и (28) принимает вид:

$$\eta_f\rho_f = \frac{(\Delta\omega_r)^2}{2\omega_0}\left(\rho_s R_1\left((R_2/R_1)^4 - 1\right)\right)^2 = \\ = \frac{(\Delta\alpha)^2}{2\omega_0}\left(\rho_s R_1\left((R_2/R_1)^4 - 1\right)\right)^2. \quad (30)$$

ЭКСПЕРИМЕНТ

Установка

Схема экспериментальной установки для измерения сдвиговых вязкоупругих свойств жидких сред приведена на рис. 1. Исследуемый образец помещался в алюминиевую трубку с дном **1**. Использовались две трубки, отличающиеся только длиной. Длина трубок выбиралась так, чтобы измерение вязкоупругих свойств осуществлялось на частотах 10 и 20 кГц. Трубки имели внутренний радиус 12.9 мм, внешний – 16.7 мм, толщину дна 1 мм, длину 149.6 мм и 74.8 мм, соответственно. Плотность алюминиевого сплава, использованного для изготовления трубок, составляла 2.78 г/см^3. Точность предлагаемой системы измерений определяется тем, насколько далеко отстоят от используемой крутильной моды колебаний других типов, т.е. изгибной, колокольной и других. Для определения спектра собственных частот было выполнено моделирование колебаний трубок методом конечных элементов с использованием программного продукта Comsol. В качестве образца при моделировании использовался рези-

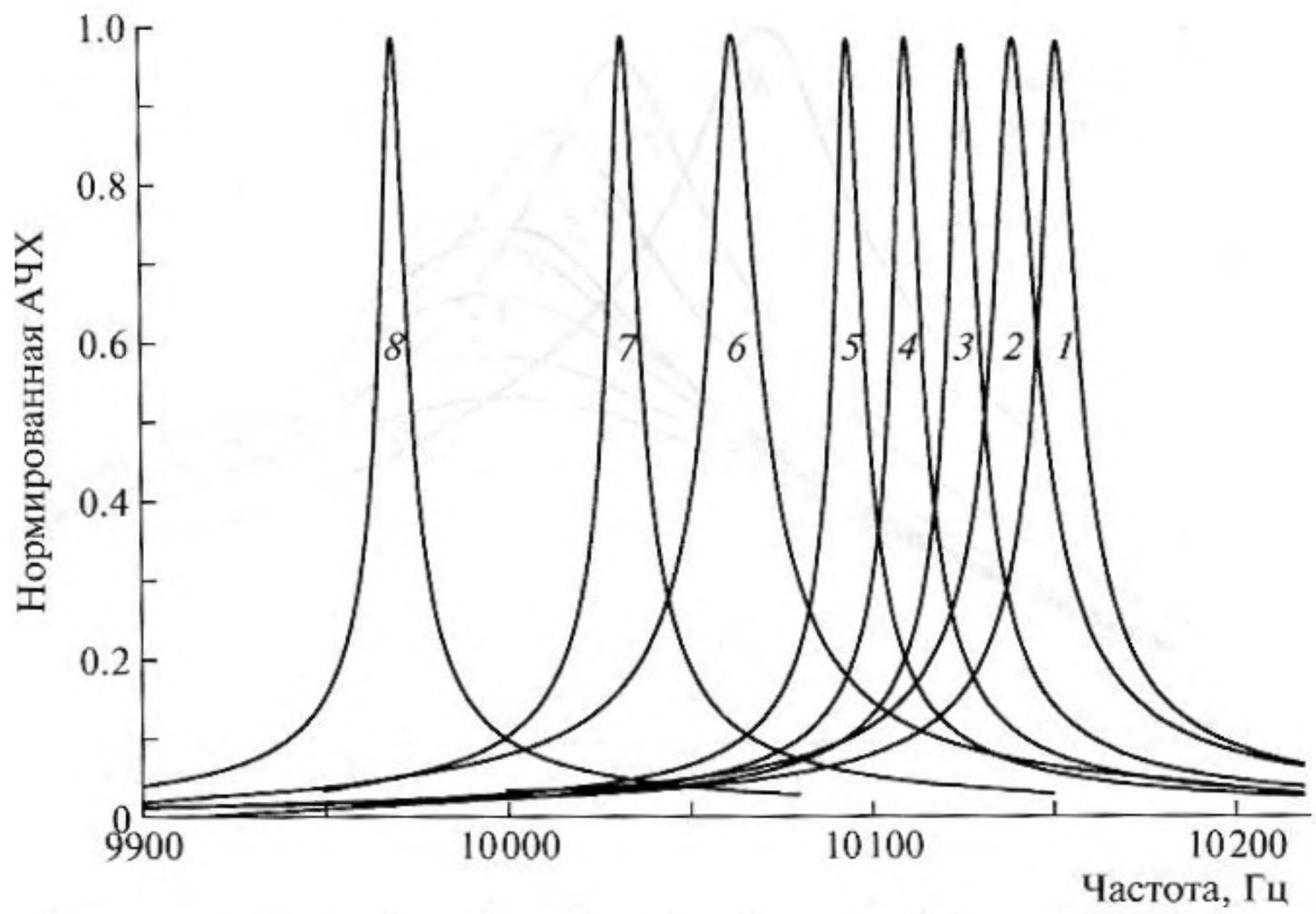

Рис. 2. Зависимость нормированной АЧХ от температуры для пустой трубки длиной 150 мм. Кривые пронумерованы в порядке возрастания температуры: 1°C (*1*), 5°C (*2*), 10°C (*3*), 15°C (*4*), 20°C (*5*), 30°C (*6*), 40°C (*7*) и 60°C (*8*).

ноподобный материал с модулем сдвига в диапазоне 10^5–10^6 Па и коэффициентом Пуассона 0.48. Колебания возбуждались двумя точечными источниками силы, расположенными диметрально противоположно на окружности дна трубки *2*. Отношение касательных и нормальных компонент силы выбиралось равным 10:1, в соответствии с параметрами используемых в эксперимете акселлерометров. Для длинной трубки моделирование дает следующие собственные частоты: 6.5–6.6, 10 и 11.3–14 кГц. Для короткой трубки аналогичные частоты практически не зависят от модуля сдвига образца и составляют 18.9, 19.8 и 23.3 кГц. Таким образом, используемый крутильный резонанс удален от ближайших резонансов других мод на 1.3 кГц для длинной трубки и на 0.9 кГц для короткой. Расчет, учитывающий эти данные, показывает, что условия эксперимента соответствуют развитой в предыдущем разделе теоретической модели при добротности колебаний более 8 – для длинной трубки и более 22 – для короткой. Длинная трубка оказалась более приемлемой для вязкоупругих измерений, так как для нее отношение амплитуды крутильных колебаний к суммарной амплитуде колебаний других мод в несколько раз больше такого же отношения для короткой трубки.

Для обеспечения постоянной температуры измерений обе трубки подвешивались в термостабилизированной воздушной камере **3**. Камера представляла собой теплоизолированный снаружи цилиндр с полой боковой стенкой, внутри которой циркулировала охлаждающая жидкость, нагнетавшаяся термостатом **5**. Температура охлаждающей жидкости в термостате автоматически регулировалась с помощью внешнего датчика **4**, размещенного в камере. Для создания более равномерного режима термостабилизации в камере был установлен микровентилятор. В диапазоне использованных для измерения температур – 10÷60°C точность поддержания температуры в камере составляла 0.1°C. Для осуществления бесконтактных акустических измерений, т.е. минимизации влияния подвеса на резонансные свойства, каждая из трубок опоясывалась тонкой нитью посередине, т.е. вдоль линии узла первой моды крутильных колебаний к этой нити крепились нити подвеса. Возбуждение крутильных колебаний осуществлялось парой параллельно подключенных пьезоэлектрических акселерометров, приклеенных диаметрально противоположно ко дну трубки. Оси чувствительности акселерометров располагались параллельно касательной к окружности дна, а сами акселерометры были ориентированы противоположно. Регистрация сигнала выполнялась с помощью третьего акселерометра, расположенного, подобно излучающим, на окружности дна, посередине между ними. Для получения резонансной кривой крутильных колебаний использовался программно перестраиваемый по частоте генератор синусоидальных сигналов **6**, предварительный усилитель сигналов и двухканальный АЦП **7**. Управление генератором и АЦП осуществлялось с компьютера **8** с помощью пакета Matlab. Каждая точка частотной характеристики измерительной системы вычислялась в реальном времени как отношение спектральных компонент заданной частоты для

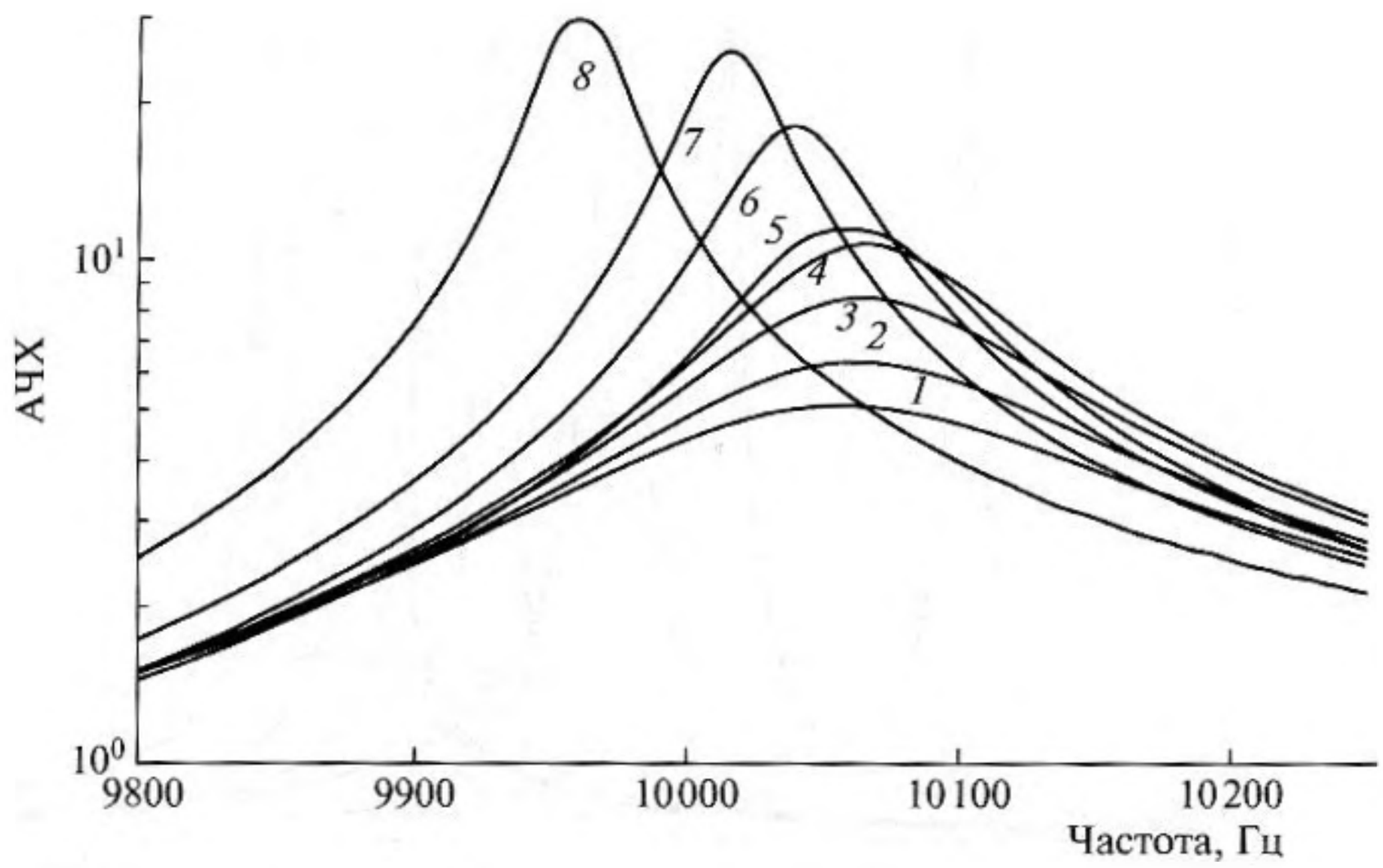

Рис. 3. Изменение с температурой АЧХ для трубки длиной 150 мм заполненной глицерином. Кривые пронумерованы в порядке возрастания температуры: 1°C (*1*), 5°C (*2*), 10°C (*3*), 15°C (*4*), 20°C (*5*), 30°C (*6*), 40°C (*7*) и 60°C (*8*).

сигнала, регистрируемого приемником, и для сигнала, подаваемого на излучатели. Частотная характеристика для каждой температуры снималась трижды, и ошибка воспроизводимости результатов была не более 0.3%.

Измерения

Как следует из выражений (28), (29), измеряя резонансную частоту и добротность крутильных колебаний до и после наполнения трубки образцом, можно определить его сдвиговую упругость и вязкость при известной плотности вещества. К достоинствам предлагаемого метода измерений следует отнести то, что сдвиг частоты и затухания не зависят от длины трубки, т.е. от резонансной частоты крутильных колебаний, а также то, что измерения не требуют знания модуля сдвига материала трубки. Все, что дополнительно требуется – это измерение плотности образца и материала трубки.

При проведении измерений следует учитывать, что изменение температуры приводит к сдвигу резонансной частоты и пустой трубки, так как изменяются ее длина и скорость сдвиговых волн в материале трубки. Результаты калибровочных измерений для пустой трубки приведены на рис. 2. Обработка кривых показывает, что в пределах погрешности измерений резонансная частота меняется линейно с температурой, а добротность меняется незначительно.

Температурная зависимость плотности исследуемой жидкости определялась с помощью принципа Архимеда. Груз из кварцевого стекла калиброванного объема (10.000 ± 0.005 см^3) взвешивался сначала в воздухе, а затем в исследуемой жидкости, температура которой поддерживалась постоянной с точностью 0.1°C в диапазоне 0÷40°C. Температура исследуемой жидкости контролировалась с помощью термопары, обеспечивающей указанную точность измерений. Точность весов составляла 0.0001 г. Термостабилизация осуществлялась с помощью подключенного к термостату змеевика, охватывающего стакан с исследуемой жидкостью и теплоизолированного с внешней стороны пеноматериалом. В пределах погрешности измерений температурные зависимости обеих использованных жидкостей, глицерина и нефти, можно считать линейными. Зависимости плотности от температуры для глицерина $\rho_{gl}(T)$ и нефти Мордово-Кармальского месторождения $\rho_{oil}(T)$получились следующими:

$$\rho_{gl}(T) = 1277.0 \pm 0.3 - (0.71 \pm 0.02)T,$$

$$\rho_{oil}(T) = 959.3 \pm 0.2 - (0.74 \pm 0.007)T,$$

где плотность дана в кг/м^3, температура – в градусах Цельсия. Из этих выражений следует, что для глицерина коэффициент объемного расширения равен $\beta_{gl} = 5.6 \times 10^{-4}$ K^{-1}, что близко к табличному значению, а для нефти $\beta_{oil} = 7.8 \times 10^{-4}$ K^{-1}.

Для проверки соответствия теоретического описания экспериментальным данным были проведены тестовые измерения для глицерина, т.е. для жидкости, не обладающей сдвиговым упругим модулем в исследуемом диапазоне частот и температур. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) для трубки с резонансной частотой 10 кГц приведены на рис. 3. Из обнаруженной зависимости АЧХ от температуры следует, что снижение добротности резонансной системы сопровождается увеличением ассиметрии резонансной

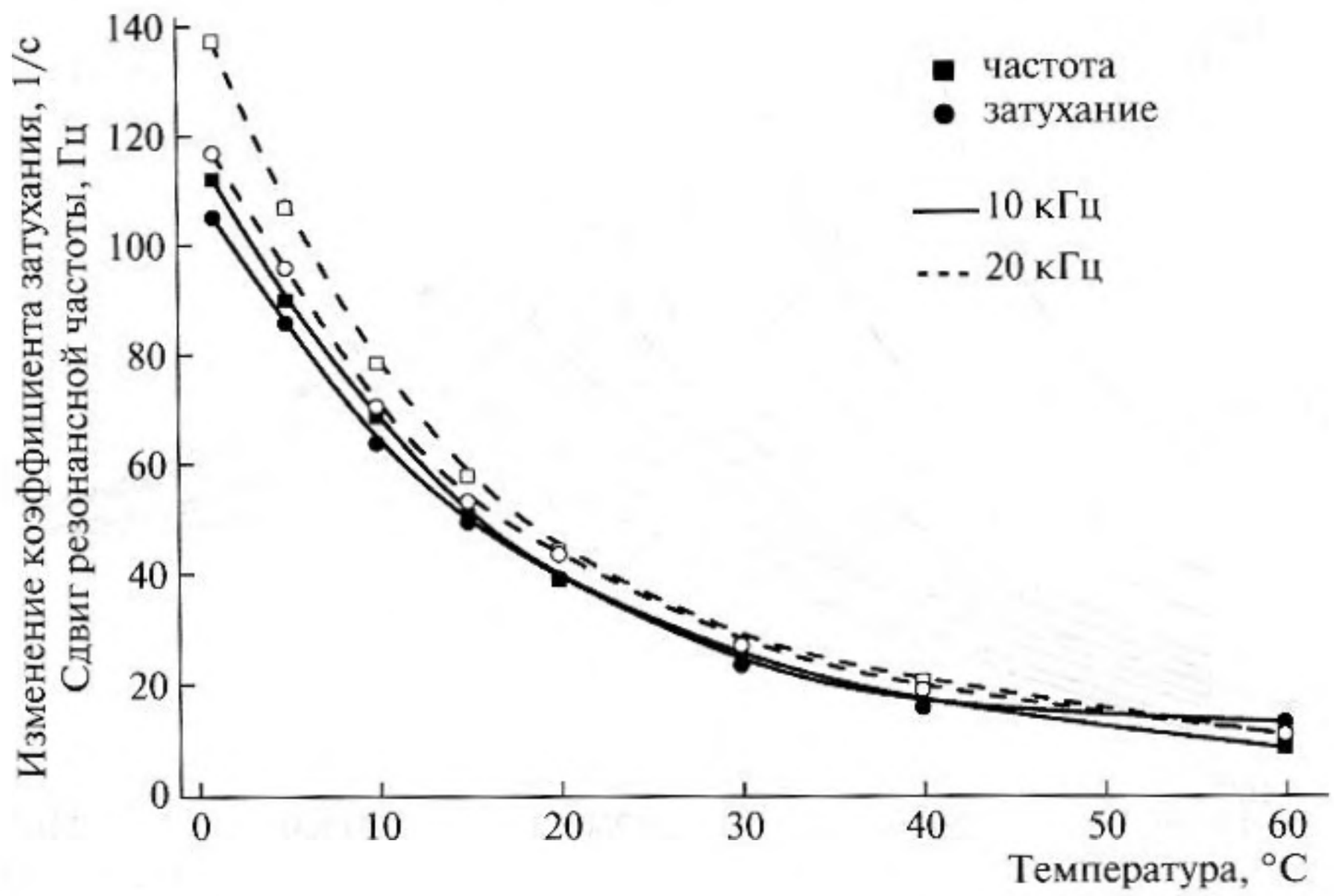

Рис. 4. Зависимость сдвига частоты и изменения затухания от температуры для глицерина.

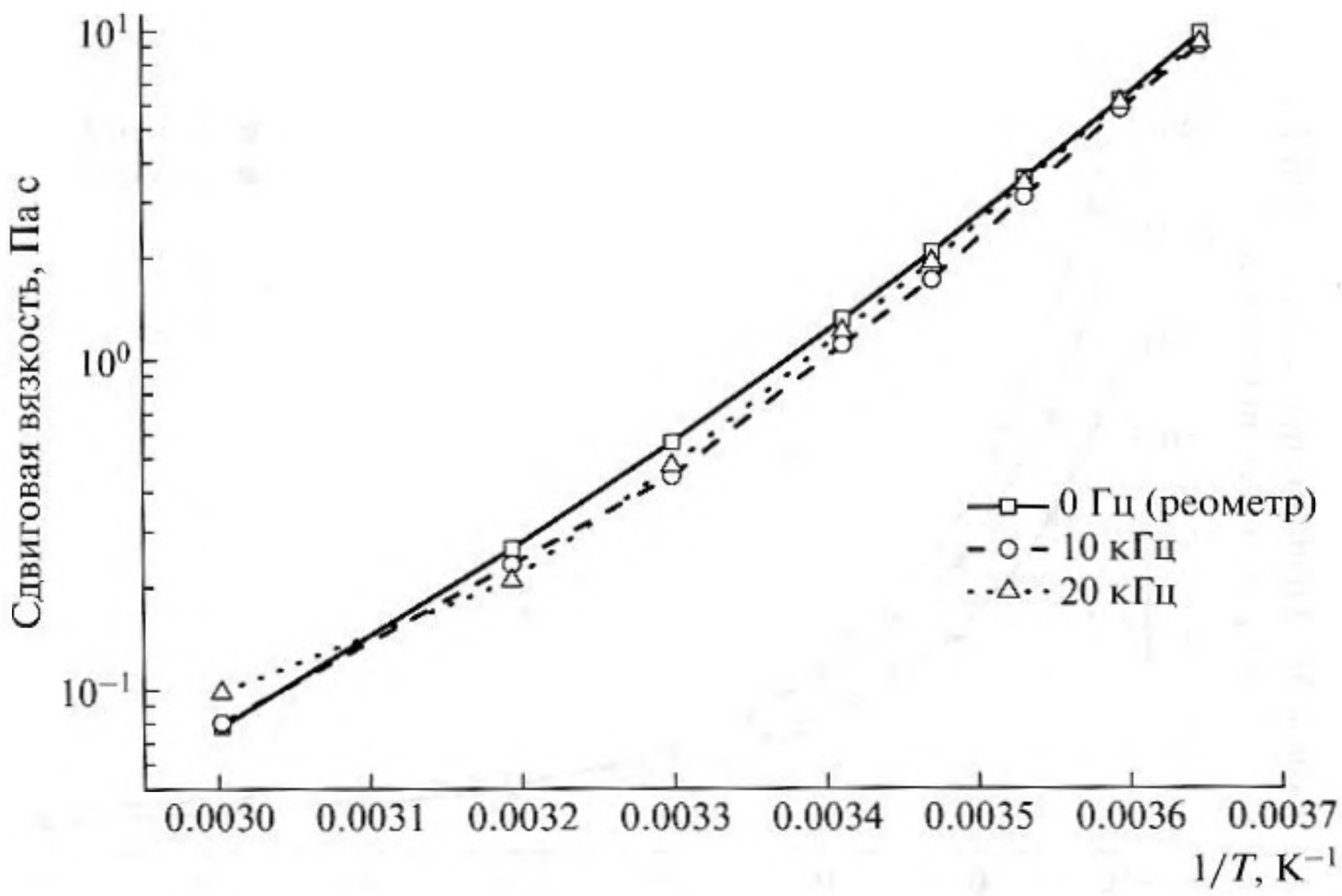

Рис. 5. Сдвиговая вязкость глицерина в зависимости от величины обратной абсолютной температуры.

кривой, что, по-видимому, обусловлено увеличением перекрывания крутильной и других колебательных мод (продольной, изгибной и т.д.). Аппроксимация всех резонансных кривых данной работы осуществлялась по выражению (26), к которому аддитивно добавлялось некоторое комплексное число, являющееся дополнительным параметром аппроксимации, и описывающее асимметрию резонансной кривой. Действительно, фаза сигнала меняется на 180° при прохождении через резонанс, поэтому, если добавленная константа будет в фазе с левым крылом резонансной кривой, она будет в противофазе с правым крылом и наоборот. Сдвиг частоты и изменение затухания колебаний в трубке с глицерином в сравнении с пустой трубкой показаны на рис. 3.

В соответствии с теорией (22), (27) в отсутствие модуля сдвига, для ньютоновской жидкости сдвиг частоты и изменение затухания равны и все приведенные на рис. 4 кривые должны совпадать. А при наличии ненулевого модуля сдвига кривая для изменения затухания должна располагаться выше кривой для частотного сдвига. Наблюдаемое различие кривых в области низких темпера-

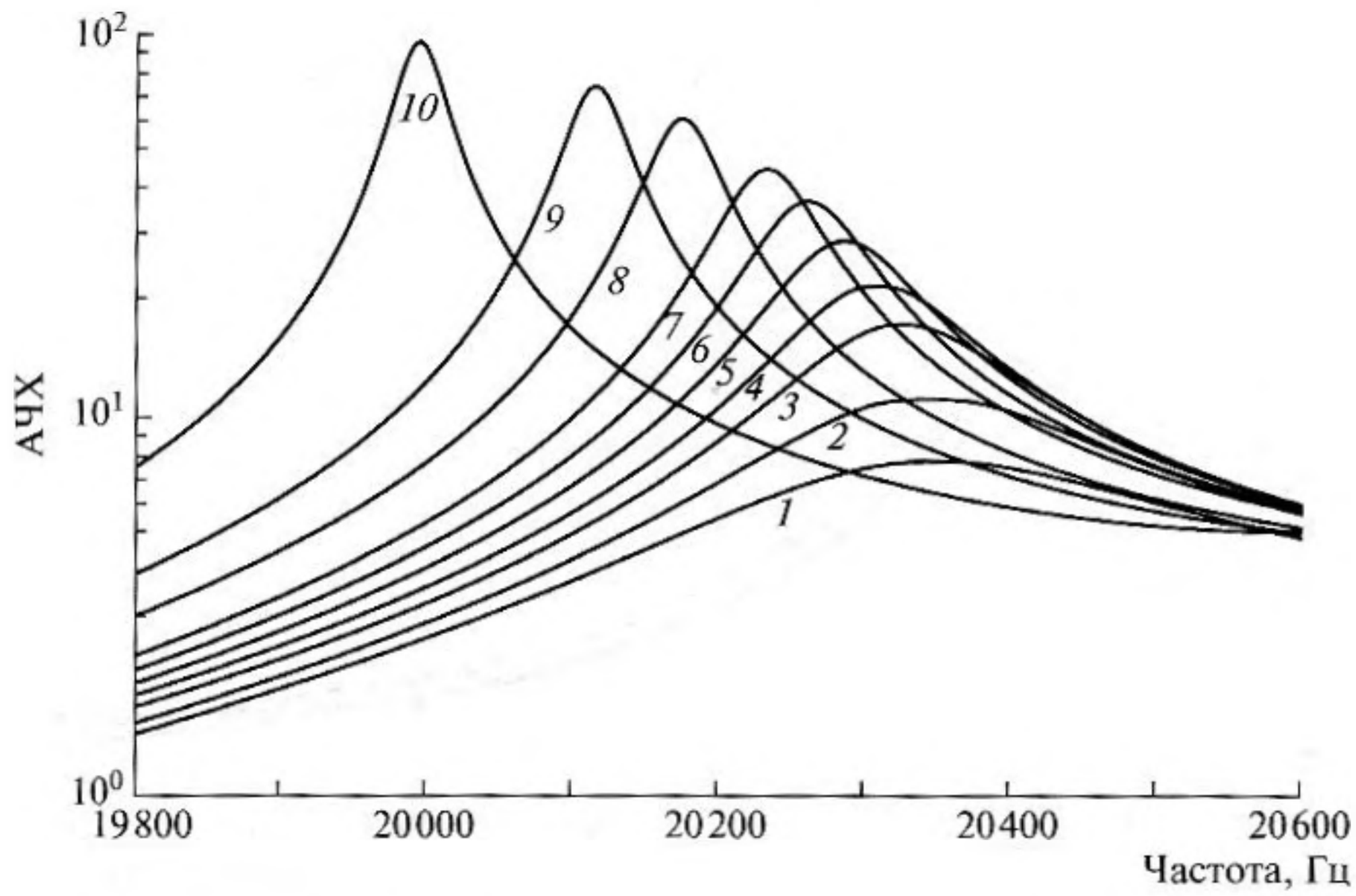

Рис. 6. Изменение с температурой АЧХ для трубки длиной 75 мм, заполненной нефтью. Кривые пронумерованы в порядке возрастания температуры: –9.3°C (*1*), –4.7°C (*2*), 1°C (*3*), 5°C (*4*), 10°C (*5*), 15°C (*6*), 20°C (*7*), 30°C (*8*), 40°C (*9*) и 60°C (*10*).

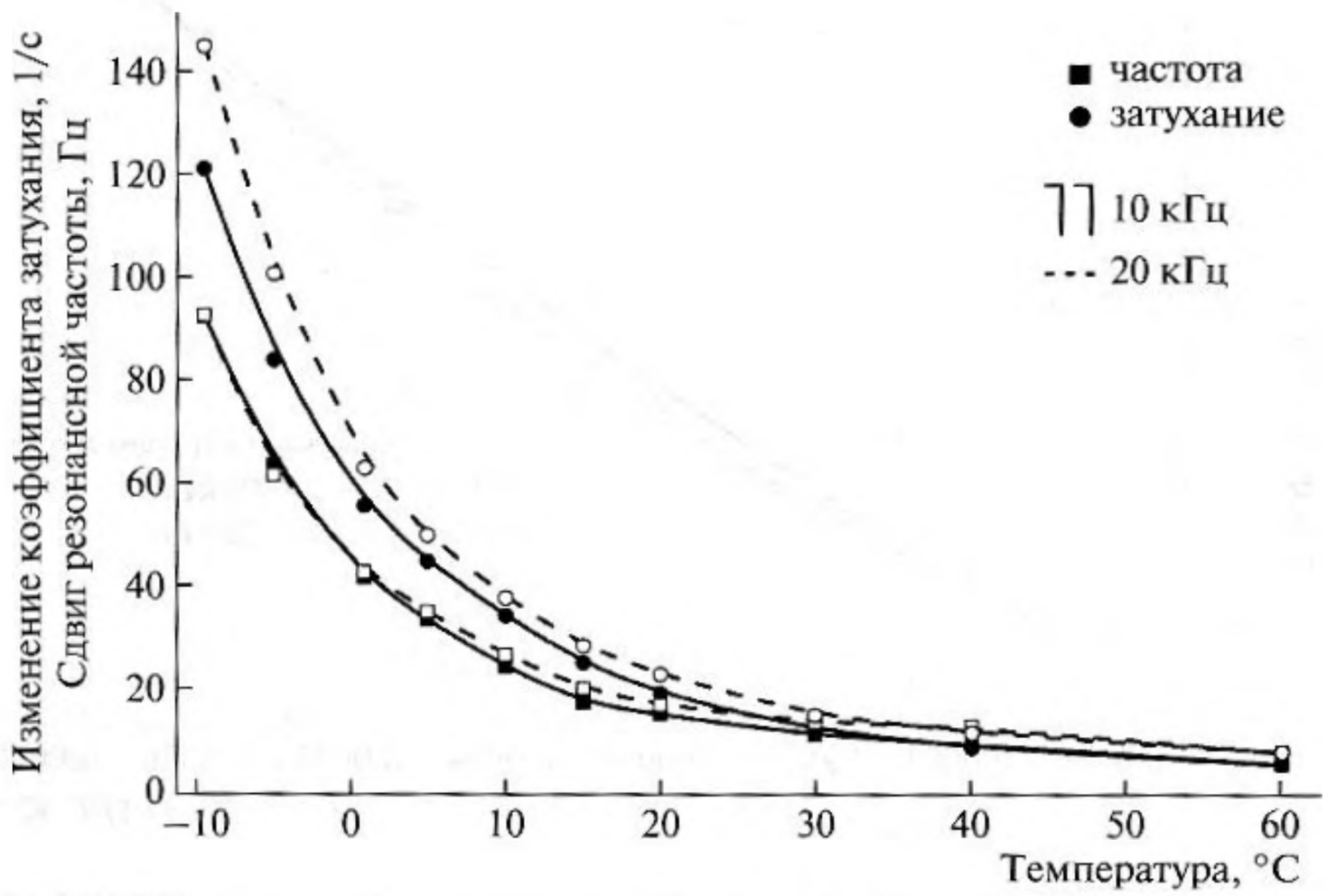

Рис. 7. Изменение с температурой сдвига частоты и коэффициента затухания для нефти.

тур нельзя объяснить неучтенным в теории движением жидкости вблизи дна. Анализ показывает, что влияние движения жидкости вблизи дна на резонансные характеристики аналогично влиянию движения вблизи боковой поверхности, причем отношение этих вкладов пропорционально отношению площадей поверхностей, соприкасающихся с жидкостью. Различие кривых определяется, по-видимому, не совсем адекватной аппроксимацией вклада других мод частотно-независимым слагаемым. Далее это различие будет считаться систематической ошибкой измерений. Из рис. 4 следует, что эта ошибка больше для измерительной системы с более короткой трубкой. Для измерителькой системы с частотой 10 КГц ошибка составляет 6% и достигает 15% для измерительной системы с частотой 20 КГц. Расчет вязкости глицерина, выполненный по формуле (30), дал значения близкие к значениям, полученным при измерениях вязкости с помощью стандартного ротационного реометра. Эти результаты приведены на рис. 5, где вязкость построена в координа-

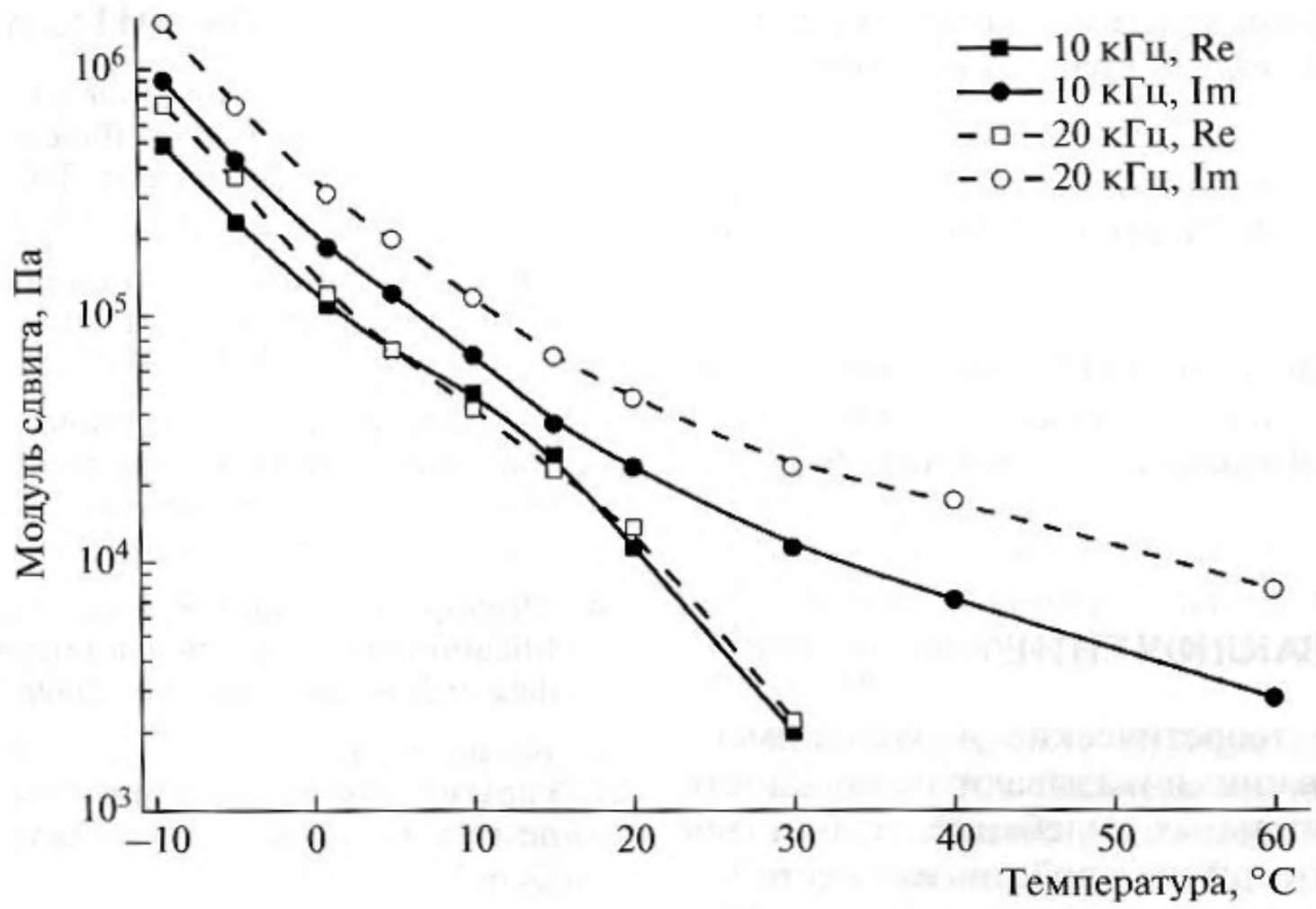

Рис. 8. Температурная зависимость действительной и мнимой части модуля сдвига для нефти Мордово-Кармальского месторождения.

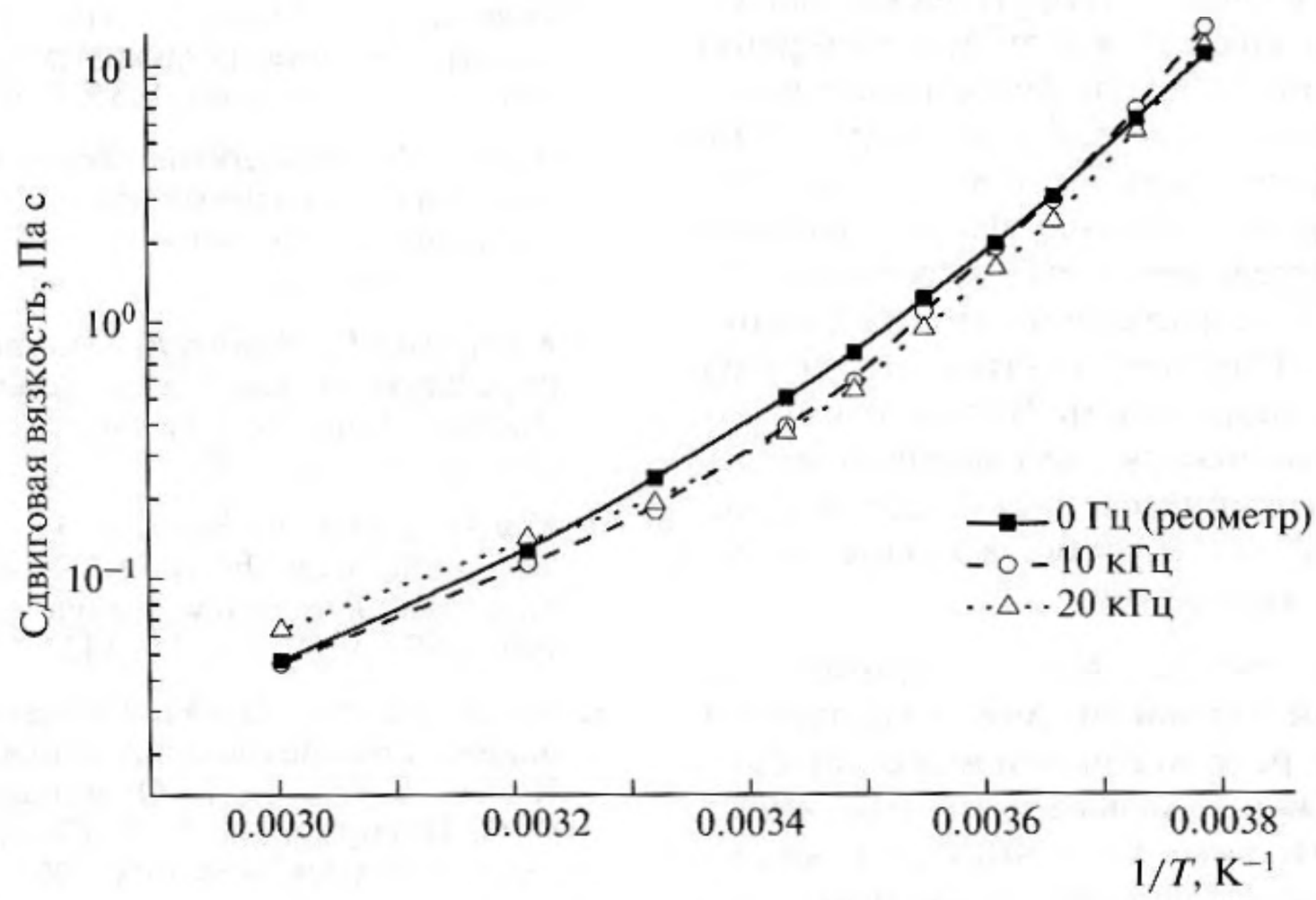

Рис. 9. Температурная зависимость вязкости для нефти Мордово-Кармальского месторождения.

тах, показывающих, что для глицерина выполняется закон Аррениуса, т.е. кривая зависимости логарифма вязкости от обратной температуры представляет собой прямую линию. Энергия активации вязкого течения для глицерина, рассчитанная по экспериментальным данным в соответствии с законом Аррениуса, получилась равной 68 кДж/моль, что близко к табличному значению 63 ± 4 кДж/моль.

После оценки погрешности измерений, на основе тестовых экспериментов с глицерином были исследованы вязкоупругие свойства нефти Мордово-Кармальского месторождения. На рис. 6 приведены АЧХ, полученные для этой нефти на 20 КГц измерительной системе.

Частотные сдвиги и изменение затухания для обоих измерительных систем приведены на рис. 7. Вид этих кривых говорит о том, что исследованная нефть проявляет вязкоупругие свойства в области температур ниже 20°С. Результаты расчета сдвигового вязкоупругого модуля нефти представлены на рис. 8. Действительная часть модуля

сдвига не приведена для температур выше 30°С, так как значения модуля сравнимы с погрешностью измерений.

Зависимость сдвиговой вязкости от температуры, представленная на рис. 9, показывает, что для исследованной нефти наблюдается отклонение от закона Аррениуса, характерное для стеклующихся жидкостей [15]. Энергия активации вязкого течения для высокой температуры (60°С) равна 38 кДж/моль, для низкой (–9.3°С) – 78 кДж/моль.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные теоретические и экспериментальные исследования показывают возможность применения крутильных колебаний трубки для измерений вязкоупругих свойств жидкостей в диапазоне резонансных частот установки. Выбранные нами размеры экспериментальной установки позволили провести измерения вязкоупругих свойств нефти в диапазоне частот акустического каротажа. Развитая теоретическая модель метода позволяет связать результаты измерений резонансных свойств крутильных колебаний с комплексной величиной модуля сдвига. При этом действительная часть этого модуля определяет упругий модуль, а мнимая часть – вязкость жидкости. Для определения этих параметров необходимо измерить с достаточно высокой точностью резонансную частоту крутильных колебаний системы и ее добротность. В то же время вязкость идеальной жидкости, не имеющей модуля сдвига, может быть определена по одному из параметров – добротности, либо резонансной частоте крутильных колебаний.

Сопоставление результатов экспериментальных исследований с развитой теоретической моделью, а также с результатами измерений стандартными методами, указывает на надежность применения крутильных колебаний для определениях вязкоупругих свойств неньютоновских жидкостей в достаточно широком диапазоне температур в диапазоне частот акустического каротажа. Пределы применимости теоретической модели позволяют определить необходимые параметры установки, обеспечивающие надежные измерения исследуемых параметров в выбранном диапазоне частот.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке сервисной нефтегазовой компании “Шлюмберже”, а также грантов CRDF (проект GAP 1676), РФФИ (проекты № 08-02-00505, № 08-02-00455) и гранта президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-745.2008.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mak D. K* Comparison of various methods for the measurement of reflection coefficient and ultrasonic attenuation // Br. J. Non-Destr. Test. 1991.V. 33. P. 441–449.
2. *Mak D. K.* Ultrasonic phase velocity measurement incorporating couplant correction // Br. J. Non-Destr. Test. 1993. V. 35. P. 443–449.
3. *Castaings M., Hosten B., Kundu T.* Inversion of ultrasonic, plane wave transmission data in composite plates infer viscoelastic material properties // NDT & E International. 2000. V. 33. P. 377–392.
4. *Meglio A.Di., Wang L.S.* A variational method for identification of viscoelastic parameters from experimental data // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 6. P. 2476–2753.
5. *Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б.* Исследование вязкоупругих свойств органических жидкостей акустическим методом // Акуст. журн. 2001. Т. 7. № 4. С. 561–563.
6. *Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б., Сандитов Д.С.* Низкочастотные сдвиговые параметры жидких вязкоупругих материалов // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 2. С. 156–160.
7. *Тютекин В.В.* Метод измерения механических параметров резины на звуковых и ультразвуковых частотах // Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 4. С. 356–359.
8. *Агеева Н.С.* Измерение акустических параметров материалов на ультразвуковых частотах при помощи импульсной трубы // Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 2. С. 110–120.
9. *Kielczynski P., Plowiec R.* Determination of the shear impedance of viscoelastic liquids using Love and Bleustein-Gulyaev surface waves // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 86. P. 818–827.
10. *Kim J.O., Wang Y., Bau H.H.* The effect of an adjacent viscous fluid on the transmission of torsional stress waves in a submerged waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 1991. 1991. V. 89. P. 1414–1422.
11. *Vogt T., Lowe M., Cawley P.* Ultrasonic waveguide techniques for the measurement of material properties // In Review of Progress in Quantitative NDE, edited by D. O. Thompson and D. E. Chimenti - American Institute of Physics, New York, 2002. V. 21. P. 1742–1749.
12. *Vollman J., Dual J.* High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium. I. Theory and numerical results // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 102. P. 896–908.
13. *Vollman J., Breu R., Dual J.* High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium. II. Experimental results versus theory // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 102. P. 909–920.
14. *Christensen R.M.* Theory of Viscoelasticity: An Introduction. Academic, New York, 1971.
15. *Angell C.A.* Relaxation in liquids, polymers and plastic crystals – strong/fragile patterns and problems // J. Non-Cryst. Solids. 1991. V. 131–133. P. 13–31.