

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.13

ФОКУСИРОВКА ВИБРАЦИОННОГО ПОЛЯ В УПРУГИХ СИСТЕМАХ КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ

© 2010 г. П. В. Артельный, П. И. Коротин

Институт прикладной физики РАН

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: monitor@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 7.11.08 г.

В работе выполнен теоретический анализ фокусировки вибрационного поля в упругих системах конечного размера, получаемой с помощью временного обращения сигналов точечного широкополосного источника. Показано, что в ограниченных системах с малыми потерями результат пространственной и временной фокусировки для классического алгоритма обращения существенно зависит от взаимного расположения источника и приемника сигнала. Предложен алгоритм фокусировки, устраняющий эту зависимость и повышающий качество фокусировки вибрационного поля. Теоретические оценки подтверждены результатами численных экспериментов с моделями упругих тел.

PACS: 43.40.At, 43.40.Sk, 43.60.Jn, 43.60.Tj

В последнее время возрастает интерес к использованию методов обращения времени для решения ряда задач мониторинга сложных неоднородных сред [1]. Одной из перспективных возможностей, предоставляемых данными методами, является фокусировка волновых полей. Результат фокусировки может быть использован в различных целях, например, для уменьшения донной реверберации [2] и повышения эффективности активной локации [3] в условиях мелкого моря; для поиска источников виброактивности в упругих телах и механоакустических системах [4].

Классический алгоритм *временного обращения волн* (ВОВ) включает в себя два этапа. На первом этапе в среду с помощью пробного источника излучается тестовый сигнал, после чего в некоторых точках производится когерентное измерение волнового поля. На втором этапе принятые сигналы излучаются обратно в среду в тех точках, где они были приняты, с изменением знака времени. Для гармонических полей обращение времени реализуется путем фазового сопряжения принятого сигнала, этот метод принято называть *обращением волнового фронта* (ОВФ) [5].

Методы обращения времени позволяют получать изображение пробного источника в неоднородных средах без априорного знания характеристик среды. При этом необходимым условием для локализации обращенного поля в области пробного источника является соответствие рассматриваемой среды принципу взаимности [6]. Фак-

тически, при фокусировке обращенного поля за счет границ и неоднородностей среды формируется антенна с апертурой большей, чем у реально использованной приемной системы, сфокусированная на пробный источник.

Наличие в среде неоднородностей и границ повышает эффективность фокусировки поля, как для ВОВ, так и для ОВФ, но, с другой стороны, приводит к появлению помех, как во временной – корреляционного шума [7], так и в пространственной области – ложных интерференционных максимумов. С этой точки зрения, интересным представляется изучение динамики и структуры обращенного поля в предельном случае системы конечных размеров. В настоящее время этот вопрос исследован сравнительно мало. В работах [8, 9, 10] приведены экспериментальные результаты и теоретические расчеты пространственной и временной фокусировки волновых полей ультразвукового диапазона в образцах из стекла и кремния. Показано, что в ограниченных системах с малой диссипацией для получения эффективной пространственной фокусировки методом ВОВ достаточно одного точечного приемника.

В данной работе проводится теоретический анализ метода ВОВ применительно к распределенным упругим системам и вибрационному полю. Показано, что при использовании классического алгоритма ВОВ в таких системах результат фокусировки обращенного поля существенно зависит от взаимного расположения источника и приемника сигнала. Эти особенности фокусиров-

ки вибрационного поля обусловлены наличием границ и векторным характером поля упругих колебаний. Предложен алгоритм фокусировки, устраняющий указанный недостаток.

Как известно, уравнение вынужденных колебаний произвольной линейной распределенной упругой системы при наличии потерь записывается в виде [11]:

$$\hat{A} \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} + \hat{B} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \hat{C} \vec{U} = \vec{F}(\vec{r}, t). \quad (1)$$

Здесь $\vec{U}(\vec{r}, t)$ – вектор перемещений, \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} – инерционный, диссипативный и упругий операторы соответственно, $\vec{F}(\vec{r}, t)$ – вектор внешних нагрузок. Инерционный и упругий операторы являются самосопряженными и положительно определенными. Свойства диссипативного оператора существенно зависят от принятой модели потерь. Относительно простой линейной моделью является модель “внешнего” трения, описывающая потери энергии в окружающую среду. В рамках этой модели предполагается, что диссипативные силы пропорциональны скорости. В этом случае диссипативный оператор равен:

$$\hat{B} = 2\nu \hat{A}, \quad (2)$$

где ν – коэффициент затухания. В дальнейшем, без потери общности, ограничимся рассмотрением систем с диссипативным оператором типа (2). Это ограничение не является принципиальным, так как потери будем предполагать достаточно малыми. Отметим, что упругая система (1) при условии (2) удовлетворяет принципу взаимности, так как описывается самосопряженным оператором [6]. Собственные частоты ω_n и собственные формы $\vec{\Psi}_n(\vec{r})$ рассматриваемой системы при малых потерях определяются из уравнения:

$$(\hat{C} - \omega^2 \hat{A}) \vec{\Psi}(\vec{r}) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) определяет $\vec{\Psi}_n(\vec{r})$ с точностью до произвольного множителя, который может быть найден при наложении дополнительного условия нормировки:

$$\{\hat{A} \vec{\Psi}_n(\vec{r}), \vec{\Psi}_m(\vec{r})\} = \delta_{mn}, \quad (4)$$

где δ_{mn} – символ Кронекера, а фигурные скобки обозначают скалярное произведение вектор-функций, т.е. $\{\vec{A}, \vec{B}\} = \int_V (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) d\vec{r}$. Для точечного широкополосного возбуждения, например, удара по некоторой точке с координатой \vec{r}_0 , правая часть (1) запишется в виде $\vec{F}(\vec{r}, t) = F_0 \vec{n}_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \delta(t)$. Здесь F_0 – размерная константа, \vec{n}_0 – единичный вектор в направлении приложен-

ной силы. Будем искать решение (1) в виде разложения по собственным формам:

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} U_n(\omega) \vec{\Psi}_n(\vec{r}) \right] e^{i\omega t} d\omega. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1), и используя условия (3) и (4), получим выражение для коэффициентов $U_n(\omega)$:

$$U_n(\omega) = \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\nu\omega} \{F_0 \vec{n}_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \vec{\Psi}_n(\vec{r})\}. \quad (6)$$

Используя свойства дельта-функции, скалярное произведение вектор-функций в (6) можно свести к скалярному произведению трехмерных векторов: $(\vec{A}, \vec{B}) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$. Обозначив

$$f_n(\omega) = \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\nu\omega}, \text{ окончательно получим:}$$

$$\vec{U}(\vec{r}, \omega) = F_0 \sum_{n=1}^{\infty} (\vec{n}_0, \vec{\Psi}_n(\vec{r}_0)) f_n(\omega) \vec{\Psi}_n(\vec{r}). \quad (7)$$

Формула (7) описывает отклик рассматриваемой системы в точке \vec{r} на воздействие сосредоточенной силы или, с точностью до константы, частотную зависимость коэффициента передачи из точки \vec{r}_0 в точку \vec{r} . Отклик записывается в виде суммы по всем модам с коэффициентами возбуждения, зависящими от координат и направления приложенной силы. Выполнив обратное преобразование Фурье (7), нетрудно показать, что перемещения и ускорения всех точек системы в момент удара при $t = 0$ равны нулю, а пространственное распределение скоростей описывается следующей формулой:

$$\begin{aligned} V(\vec{r}, t) \Big|_{t=0} &= \frac{d\vec{U}(\vec{r}, t)}{dt} \Big|_{t=0} = \\ &= F_0 \sum_{n=1}^{\infty} (\vec{n}_0, \vec{\Psi}_n(\vec{r}_0)) \vec{\Psi}_n(\vec{r}) \sim \delta(\vec{r} - \vec{r}_0). \end{aligned} \quad (8)$$

Рассмотрим классический алгоритм временного обращения в том виде, например, в котором его применяют к акустическому полю. Пусть первоначальное воздействие на систему осуществляется путем приложения локальной импульсной силы, а одиночный приемник расположен в точке с координатой \vec{r}_1 и измеряет виброскорость в направлении, характеризуемом единичным вектором \vec{n}_1 . Записав сигнал виброскорости в точке \vec{r}_1 , обратим его во времени и приложим в этой точке соответствующую силу. Спектр обращенного по-

ля виброскорости в некоторой точке наблюдения \vec{r} запишется следующим образом:

$$\vec{V}(\vec{r}, \omega) = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_n(\vec{r}) \chi(\vec{n}_1, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_1)) i \omega f_n(\omega) \right] \times \times Z_1 \left[\sum_{p=1}^{\infty} (\vec{n}_p, \bar{\Psi}_p(\vec{r}_p)) F_0(\vec{n}_0, \bar{\Psi}_p(\vec{r}_0)) i \omega f_p(\omega) \right]^* \quad (9)$$

Первый множитель представляет собой коэффициент передачи из точки приемника в точку наблюдения, то есть величину, обратную переходному импедансу. Второй множитель равен спектру приложенной силы, константа Z_1 определяет ее амплитуду. Формула (9) описывает поведение обращенного поля виброскорости, и, в частности, пространственную и временную фокусировку вблизи точки источника \vec{r}_0 . Уже в силу громоздкости, эта формула не дает наглядных представлений о характере фокусировки. Для дальнейшего анализа используем приближения. Упрощения можно получить, считая диссипацию слабой и удовлетворяющей двум условиям: во-первых, коэффициент затухания должен быть много меньше любой из собственных частот:

$$v \ll \omega_n, \quad (10)$$

во-вторых, ширина резонансной кривой должна быть много меньше характерного интервала между резонансными частотами:

$$v \ll \Delta\omega_{n,n+1}. \quad (11)$$

Условие (10) позволяет преобразовать вид выражения $f_n(\omega)$ и упрощает вычисление обратного преобразования Фурье от (9). Условие (11) означает, что на резонансной частоте ω_n амплитуды всех остальных мод существенно меньше n -ой моды. Выполнение его позволяет пренебречь перекрестными членами в двойной сумме в (9), сохранив только члены с $n = p$.

Поясним физический смысл условий (10) и (11). Выполнение (10) означает близость спектра временного отклика к дискретному. Выполнение (11) позволяет каждой частоте из дискретного временного спектра сопоставить определенную пространственную гармонику. Так как в ограниченной системе дискретный набор мод является полным и любое пространственное распределение колебаний может быть представлено в виде их суперпозиции, то в силу жесткой связи пространственного и временного спектров появляется возможность восстановить динамику всей системы по сигналу в одной точке при известных собственных функциях. Таким образом, условия (10) и (11) дают соотношение между параметрами системы, при котором становится возмож-

ным использование только одного приемника для получения фокусировки обращенного поля. Существенно, что приемник при этом не должен попадать в узел какой-либо моды, поскольку в этом случае нарушается связь пространственного и временного спектров. Тогда, даже при выполнении условия (11), величина спектра принятого сигнала на резонансной частоте данной моды может определяться уже другими модами.

Считая условие (11) выполненным, запишем (9) в виде:

$$\vec{V}(\vec{r}, \omega) = F_0 Z_1 \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_n(\vec{r}) \chi(\vec{n}_1, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_1))^2 \times \times (\vec{n}_0, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_0)) \omega^2 |f_n(\omega)|^2. \quad (12)$$

Используя условие (10), преобразуем выражение $\omega^2 |f_n(\omega)|^2$:

$$\omega^2 |f_n(\omega)|^2 = \omega^2 \left| \frac{1}{(\omega_n + \omega)(\omega_n - \omega) + 2iv\omega} \right|^2 \approx \approx \left| \frac{1}{2(\omega_n - \omega) + 2iv} \right|^2 = \frac{\pi}{4v} \left\{ \frac{v}{\pi((\omega_n - \omega)^2 + v^2)} \right\}. \quad (13)$$

Как нетрудно заметить, выражение в фигурных скобках при $v \rightarrow 0$ стремится к дельта-функции $\delta(\omega - \omega_n)$, поэтому (12) в этом пределе примет вид:

$$\vec{V}(\vec{r}, \omega) = \frac{\pi F_0 Z_1}{4v} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_n(\vec{r}) \chi(\vec{n}_1, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_1))^2 \times \times (\vec{n}_0, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_0)) \delta(\omega - \omega_n). \quad (14)$$

Для описания пространственной фокусировки с помощью (14) достаточно знать распределение амплитуды виброскорости в момент времени $t = 0$, соответствующий окончанию действия силы:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \Big|_{t=0} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{V}(\vec{r}, \omega) d\omega. \quad (15)$$

Подставив (14) в (15) и проведя интегрирование, получим выражение для поля виброскорости при обращении сигнала с одного приемника:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \Big|_{t=0} = \frac{F_0 Z_1}{8v} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_n(\vec{r}) \chi(\vec{n}_1, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_1))^2 (\vec{n}_0, \bar{\Psi}_n(\vec{r}_0)). \quad (16)$$

Отметим, что значение скорости стремится к бесконечности при $v \rightarrow 0$. Предел $v \rightarrow 0$ означает необходимость бесконечной длительности записи сигнала отклика на ударное воздействие. Естественно, что действие на добротную систему квазигармонической силы на резонансной частоте в течение длительного проме-

жутка времени приводит к неограниченному нарастанию амплитуды колебаний в обращенном поле.

Как видим, в результате данной фокусировки не получается изображение пробного источника локальной импульсной силы (8). Причину возникновения отличия легко пояснить. Источник в виде локальной импульсной силы возбуждает все моды системы в определенном соотношении, зависящем от места удара. Если приемник находится достаточно близко к узловой линии какой-либо моды, то он ее практически "не почувствует", и, соответственно, эта мода будет слабо возбуждена при излучении обращенного сигнала, и ее будет не хватать для формирования изображения, что для получения идеальной фокусировки недопустимо. Наличие мнимых источников, эквивалентных отражению от границ системы, с одной стороны, дает принципиальную возможность фокусировки с использованием лишь одной контрольной точки, с другой стороны, неизбежная интерференция волн мнимых источников приводит к зависимости спектра пространственных частот от положения контрольной точки. Таким образом, исходное соотношение между модами, необходимое для построения правильного изображения пробного источника, оказывается нарушенным из-за искажений, вносимых при приеме и излучении сигнала в контрольной точке. Из (16) следует, что даже если положение контрольной точки совпадает с положением пробного источника, результат фокусировки при использовании классического алгоритма ВОВ отличается от идеальной картины, описываемой пространственной дельта-функцией (8).

Можно ли построить способ, который бы компенсировал вносимые искажения? На необходимость такой компенсации для улучшения качества пространственной фокусировки указано, например, в [9], но никакого конкретного способа не предложено. Оказывается, искажения, вносимые при приеме сигнала, можно исправить с помощью введения весовой функции в частотной области, зависящей от координат приемника. В качестве весовой функции следует использовать значение входного импеданса в точке приема:

$$Z_{ex}(\vec{r}_1, \omega) = \frac{1}{\sum_{q=1}^{\infty} (\vec{n}_1, \vec{\Psi}_q(\vec{r}_1))^2 i \omega f_q(\omega)}. \quad (17)$$

Спектр поля виброскорости, полученного при обращении с использованием весовой функции (17),

запишется следующим образом:

$$\vec{V}(\vec{r}, \omega) = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \vec{\Psi}_n(\vec{r})(\vec{n}_1, \vec{\Psi}_n(\vec{r}_1)) i \omega f_n(\omega) \right] \times \left[\sum_{p=1}^{\infty} (\vec{n}_1, \vec{\Psi}_p(\vec{r}_1)) F_0(\vec{n}_0, \vec{\Psi}_p(\vec{r}_0)) i \omega f_p(\omega) \right]^* \times \frac{1}{\left[\sum_{q=1}^{\infty} (\vec{n}_1, \vec{\Psi}_q(\vec{r}_1))^2 i \omega f_q(\omega) \right]}. \quad (18)$$

Как и в формуле (9), первый множитель в (18) равен обратной величине переходного импеданса из точки приемника в точку наблюдения, а второй соответствует спектру приложенной силы. В данном случае приложенная сила уже не будет пропорциональна измеренному сигналу, обращенному во времени, но будет создавать такую реализацию в точке приложения с учетом всех последующих переотражений от границ среды. Практические ограничения, вызванные использованием данной весовой функции, связаны с возрастанием Z_{ex} при попадании точки измерения строго в узел моды с бесконечной добротностью.

Используя (10) и (11), по аналогии с предыдущим случаем, после интегрирования по формуле (15), получим:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \Big|_{t=0} = \frac{F_0}{8v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\vec{\Psi}_n(\vec{r})(\vec{n}_1, \vec{\Psi}_n(\vec{r}_1))^2 (\vec{n}_0, \vec{\Psi}_n(\vec{r}_0))}{\left[\sum_{q=1}^{\infty} (\vec{n}_1, \vec{\Psi}_q(\vec{r}_1))^2 i \omega_n f_q(\omega_n) \right]}. \quad (19)$$

При малых потерях в знаменателе (19) пренебрегаем всеми членами с $q \neq n$ и окончательный ответ получаем в виде:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \Big|_{t=0} = \frac{F_0}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (\vec{n}_0, \vec{\Psi}_n(\vec{r}_0)) \vec{\Psi}_n(\vec{r}) \sim \delta(\vec{r} - \vec{r}_0). \quad (20)$$

По сравнению с классическим обращением (16), распределение амплитуды виброскорости описывается пространственной дельта-функцией, то есть фокусировка идеальная. Кроме того, амплитуда не обращается в бесконечность при $v \rightarrow 0$. Прикладывая в точке приема силу, рассчитанную с учетом входного импеданса, мы проводим систему через все пройденные ранее состояния в обратном порядке. Распределение поля в момент окончания действия силы $t = 0$ воспроизводит исходное распределение в момент удара (8) и особенности при этом не возникает.

Сравним результаты теоретического анализа и численного эксперимента. В качестве численных моделей используем упругие тела простой формы: продольно колеблющийся тонкий стальной

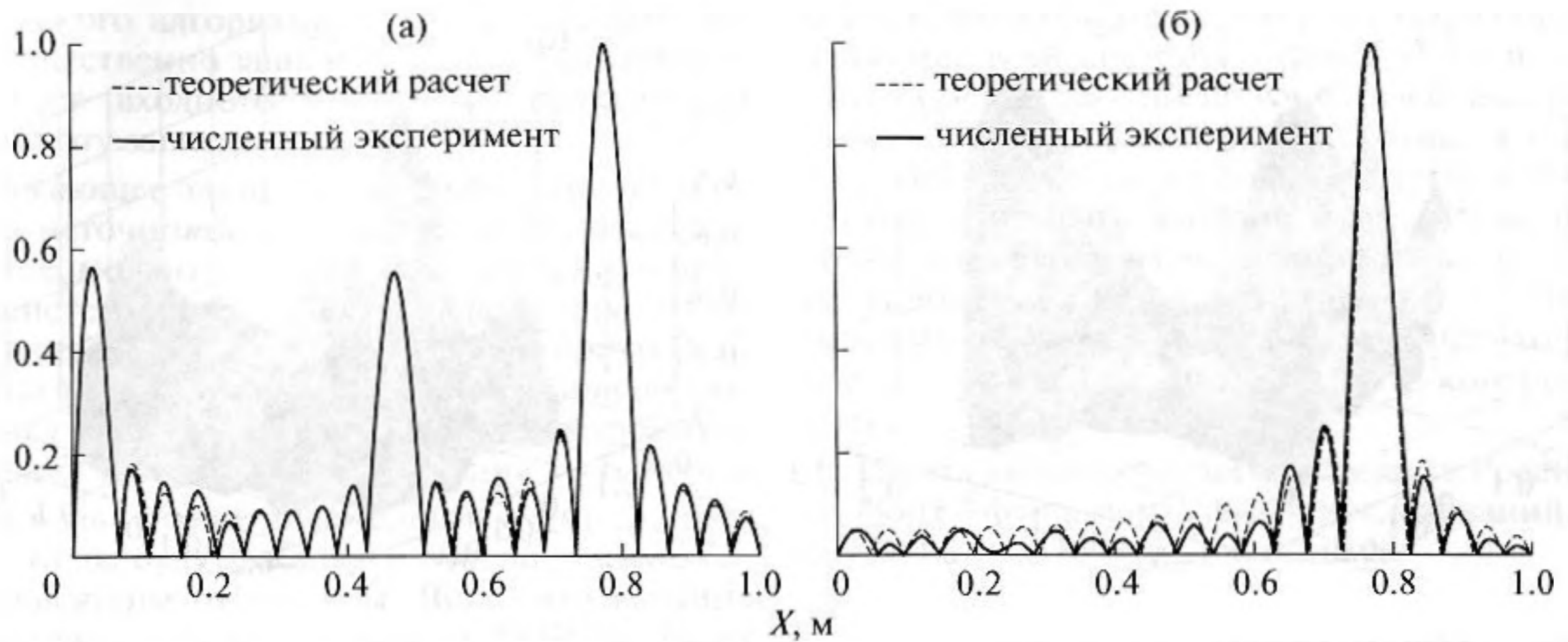


Рис. 1. Пространственная фокусировка поля виброскорости при использовании одного приемника (одномерная система – стержень): а – классический алгоритм BOV, б – обращение с учетом входного импеданса.

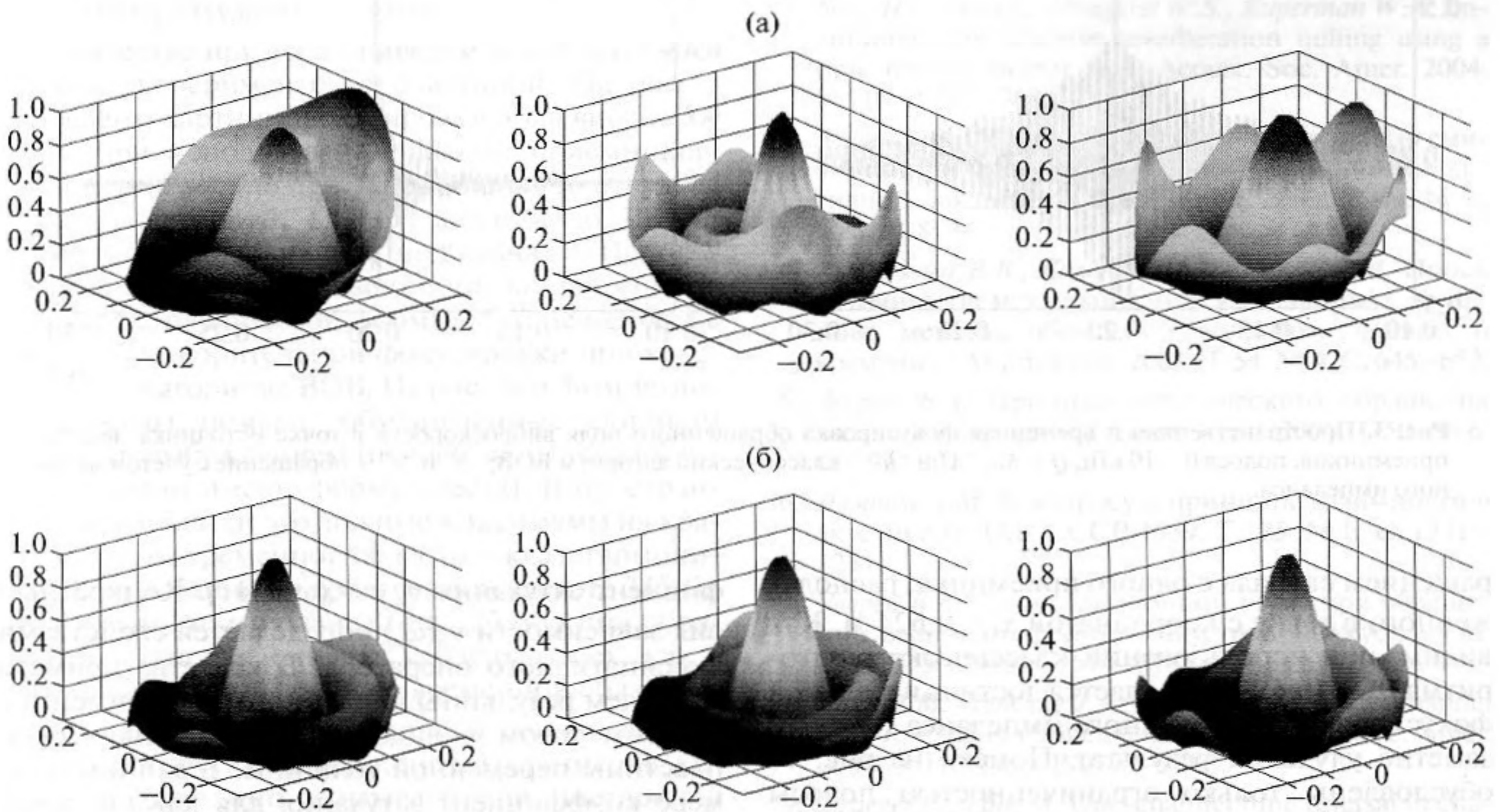


Рис. 2. Влияние координат приемника на пространственную фокусировку поля виброскорости (один приемник, $Q = 500$): а – классический алгоритм BOV; б – алгоритм с учетом входного импеданса.

стержень и пластину. Численные эксперименты выполним в программном пакете ANSYS методом конечных элементов.

Стальной стержень длиной 1 м и толщиной 1 мм при скорости распространения продольных волн $c = 5063$ м/с имеет циклическую частоту основного тона $\omega_1 = 15906$ рад/с. Спектр собственных частот эквидистантный, расстояние между ближайшими частотами $\Delta\omega = \omega_1$. В полосу анализа от 2

до 52 кГц попадают 20 мод. Коэффициент затухания выберем равным $\nu = 79.5$ с⁻¹ (добротность n -й моды Q_n может быть найдена по формуле $Q_n = \frac{\omega_n}{2\nu}$), так, чтобы соотношения (10) и (11) выполнялись с хорошей точностью.

Пусть удар произведен в точке с координатой $x_0 = 0.777$ м. На рис. 1 представлен результат фокусировки поля виброскорости, полученной об-

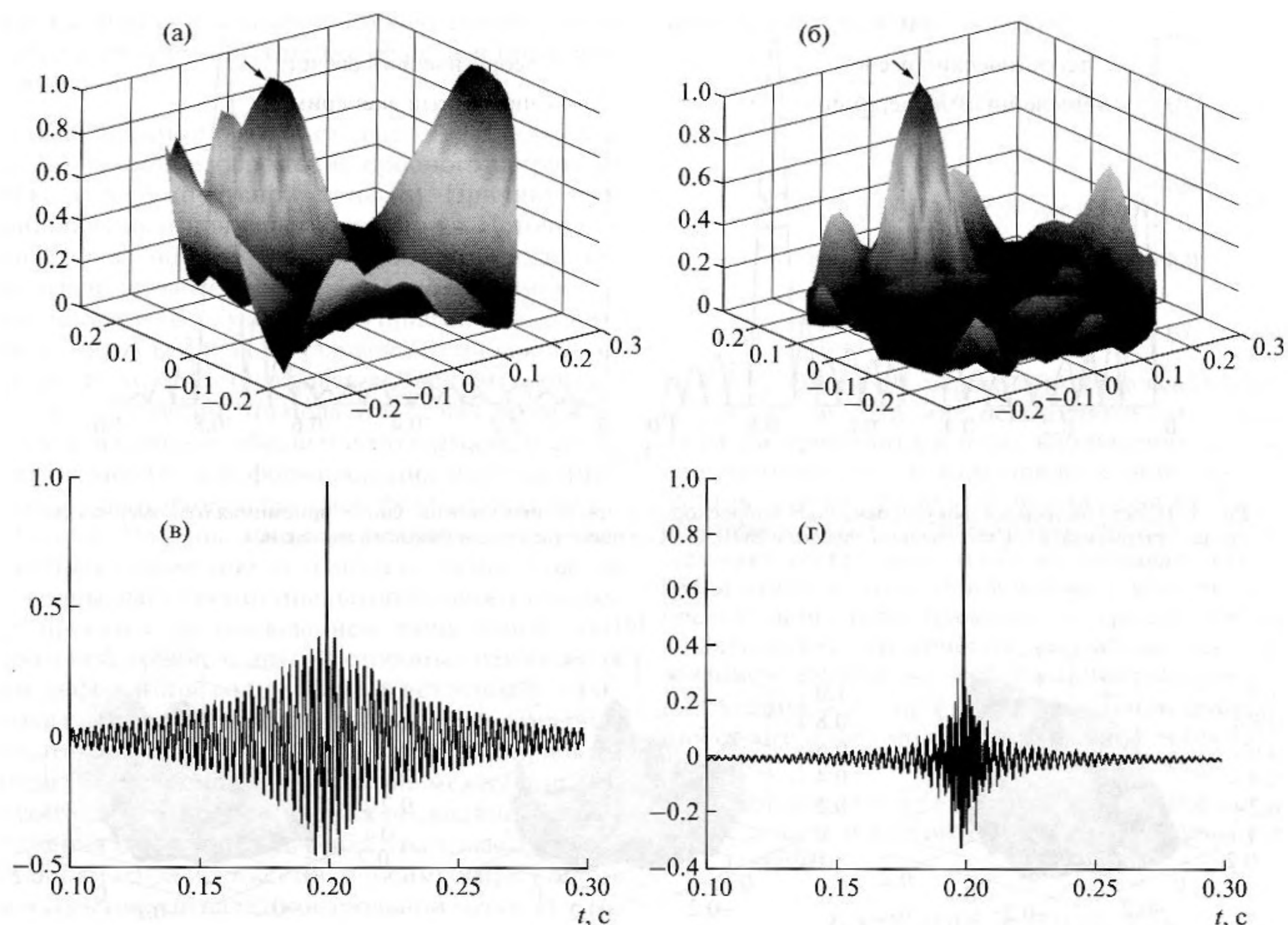


Рис. 3. Пространственная и временная фокусировка обращенного поля виброскорости в точке источника: восемь приемников, полоса 0 – 10 кГц, $Q = 50$; “а” и “в” – классический алгоритм ВОВ; “б” и “г” – обращение с учетом входного импеданса.

ращением сигнала с одного приемника, расположенного в точке с координатой $x_1 = 0.624$ м. Как видим, при использовании классического алгоритма ВОВ (рис. 1а) не удастся достичь идеальной фокусировки; учет входного импеданса (рис. 1б) заметно улучшает результат. Помехи на рис. 1б обусловлены только ограниченностью полосы анализа. Пунктирными линиями приведены дополнительно результаты расчета по формулам (16) и (20) для мод в полосе анализа. Отметим хорошее совпадение теории с численным экспериментом.

Полученные результаты можно распространить на случай линейных распределенных упругих систем с другими типами потерь. При этом, разумеется, должны выполняться условия принципа взаимности [6]. Если диссипативный оператор системы отличен от (2), представление отклика системы в виде суммы по модам (7) сохраняет свой вид. В этом случае вместо константы ν для каждой моды следует вводить собственный коэф-

фициент затухания $\nu_n = \nu_n(\omega_n)$ [11]. Конкретный вид зависимости $\nu_n(\omega_n)$ определяется свойствами диссипативного оператора. В качестве примера приведем результаты численного эксперимента с упругим телом в виде круглой металлической пластины переменной толщины. В данном примере коэффициент затухания для каждой моды подобран из условия равенства добротности колебаний Q для всех мод: $\nu_n = \frac{\omega_n}{2Q}$, $Q = \text{const}$. Об-

щее число мод в полосе анализа до 4 кГц составляет 26; большинство из них представляют собой поперечные изгибные колебания пластины. На рис. 2 представлен результат пространственной фокусировки (распределение амплитуды виброскорости в момент окончания действия силы). При обращении использовался сигнал с одного приемника, располагаемого поочередно в трех различных точках пластины. Пробный удар производился всегда по центру плиты в поперечном направлении. Как видим, при использовании

классического алгоритма ВОВ картина фокусировки существенно зависит от положения приемника, учет входного импеданса практически устраняет эту зависимость.

Искажающее влияние интерференции волн от мнимых источников в ограниченных системах, в принципе, можно подавить использованием приемной системы из большого числа датчиков. Однако и в этом случае классический алгоритм ВОВ не всегда позволяет получить эффективную фокусировку виброполя. Заметим, что в формулу (16) входит коэффициент затухания ν . В случае частотно-зависимой диссипации $\nu = \nu(\omega_n)$, различные моды будут входить в общую сумму с весом, зависящим от частоты. Ясно, что картина фокусировки при классическом ВОВ не будет воспроизводить дельта-функцию (8), даже если удастся устранить влияние местоположения приемников. При обращении с учетом импеданса проблема отсутствует, так как в формулу (20) коэффициент затухания не входит.

В качестве примера приведем результаты численных экспериментов с пластиной. На рис. 3 приведены картины фокусировки поля вибро скорости при использовании восьми приемников, равномерно расставленных по плите. Точка удара показана стрелкой. Полоса анализа до 10 кГц (76 мод), добротность всех мод равна 50. Использование достаточно большого числа приемников (для тела столь простой формы), тем не менее, не дает удовлетворительной фокусировки при классическом алгоритме ВОВ. На рис. 3а и 3в отчетливо заметны помехи, обусловленные слишком сильным возбуждением низшей моды (седло, узловые линии имеют форму креста). В пространственной области это ложные максимумы на краях плиты, во временной области — квазигармонические колебания на собственной частоте 345 Гц. Учет входного импеданса (рис. 3б и г) при обращении позволяет снизить уровень помех, как в пространственной, так и во временной области.

В заключение сформулируем основные особенности упругих систем конечных размеров, которые необходимо учитывать при построении изображений широкополосных источников вибрационных полей. Первая особенность заключается в принципиальной возможности восстановления динамики всей системы по одной точке в том случае, если мы можем измерить в этой точке амплитуды и фазы всех мод, возбужденных источником. Применительно к методу ВОВ это означает, что, обратив во времени движение в од-

ной контрольной точке, мы тем самым обращаем движение всей системы в целом и в определенный момент времени получим изображение источника. Вторая особенность состоит в том, что для обращения движения в контрольной точке следует учитывать входной импеданс в данной точке. Учет входного импеданса позволяет скорректировать влияние эквивалентных границам мнимых источников и получить необходимую временную реализацию поля в контрольной точке.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 08-08-97054-р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fink M., Cassereau D., Derode A., etc. Time-reversed acoustics // Rep. Prog. Phys. 2000. V. 63. P. 1933–1995.
2. Song H.C., Kim S., Hodgkiss W.S., Kuperman W.A. Environmentally adaptive reverberation nulling using a time reversal mirror // J. Acoust. Soc. Amer. 2004. V. 116. P. 762–768.
3. Зверев В.А. Обращение волнового фронта для снижения влияния многолучевости на результат активной локации // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 814–819.
4. Артельный В.В., Коротин П.И., Соков Е.М. Поиск источника в механоакустических системах на основе методов обращения волнового фронта и времени // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 645–652.
5. Зверев В.А. Принцип акустического обращения волн и голография // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 6. С. 792–801.
6. Лямшев Л.М. К вопросу о принципе взаимности в акустике // ДАН СССР. 1959. Т. 125. № 6. С. 1231–1234.
7. Зверев В.А. О корреляционном шуме при обращении волнового фронта в акустике // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 5. С. 614–618.
8. Sutin A.M., TenCate J.A., Johnson P.A. Single-channel time reversal in elastic solids // J. Acoust. Soc. Amer. 2004. V. 116. № 5. P. 2779–2783.
9. Draeger C., Fink M. One-channel time reversal in chaotic cavities: theoretical limits // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 2. P. 611–617.
10. Draeger C., Aime J.-C., Fink M. One-channel time reversal in chaotic cavities: experimental results // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 2. P. 618–625.
11. Вибрации в технике: Справочник. М.: Машиностроение, 1978. Т. 1. Колебания линейных систем. 352 с.