

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ
ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.222

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ НИЗКОЧАСТОТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ
И ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ
В СУХОМ И ВОДОНАСЫЩЕННОМ РЕЧНОМ ПЕСКЕ

© 2010 г. В. Е. Назаров, А. Б. Колпаков, А. В. Радостин

Институт прикладной физики РАН
603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46
E-mail: nazarov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 29.01.09 г.

Представлены описание и результаты лабораторного эксперимента по исследованию амплитудно-фазовых эффектов самовоздействия и генерации второй гармоники продольной низкочастотной акустической волны в статически нагруженном сухом и водонасыщенном (сыром) речном песке. На основе экспериментально установленных зависимостей амплитуды и фазовой задержки несущей волны основной частоты и амплитуды ее второй гармоники от начальной амплитуды излучаемой волны предложены уравнения состояния сухого и водонасыщенного песка, а из сравнения аналитических расчетов с результатами эксперимента определены параметры этих уравнений.

PACS: 43.25.Ba, 43.25.Dc

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычный речной песок является одним из интересных и необычных объектов исследований механики сплошных сред. По своим механическим и реологическим свойствам он занимает промежуточное положение между жидкими средами и твердыми телами: в зависимости от характера и величины приложенного напряжения речной песок может, подобно жидкости, проявлять текучесть или, как твердое тело, вязко-упруго или пластически деформироваться. С “акустической” точки зрения, речной песок (при $\lambda \gg a$, где λ — длина волны, a — размер зерна) является микро-неоднородной (или мезоскопической) средой, обладающей (при небольшом статическом нагружении) малой скоростью распространения упругих волн, большим затуханием и высокой нелинейностью. Все эти свойства связаны с наличием относительно “мягких” контактов между отдельными частицами среды — песчинками (или зернами), при этом в равной мере, хотя и по-разному, они проявляются как для сухого, так и для водонасыщенного (т.е. сырого) песка. При теоретическом описании акустических свойств подобных, так называемых, зернистых (или гранулированных) сред, как правило, используются представления, основанные на контакте Герца — идеально-упругом контакте двух шаров [1], моделирующем аналогичный контакт двух зерен. В действительности же, форма зерен речного песка не является сферической, размеры зерен различны, их упаковка случайна, в пространстве между зернами может находиться жидкость и газ, нижние слои

песка более нагружены, чем верхние, при динамическом деформировании среды и относительном движении зерен на их границах могут возникать нелинейные неупругие напряжения и т.д. В комплексе, действие всех этих факторов осложняет теоретические предсказания для акустических параметров зернистых сред, а их учет сильно затрудняет получение микроскопического уравнения состояния, определяющего нелинейные волновые процессы в таких средах. Таким образом, несмотря на довольно большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных распространению упругих волн в зернистых средах [2–23], изучение нелинейных акустических эффектов в сухом и водонасыщенном речном песке остается актуальной задачей и в наше время. Кроме того, выявление “необычных нелинейных эффектов при распространении волн в геофизических структурах”, к которым, безусловно, относится и речной песок, составляет, согласно [24–26], одну из пяти актуальных проблем современной нелинейной акустики. При этом исследование нелинейных акустических эффектов в речном песке в лабораторных, контролируемых (или управляемых) условиях позволяют моделировать нелинейные волновые процессы в сейсмоакустике и геофизике, используя при этом более высокие частоты упругих волн, малые трассы их распространения и небольшие объемы исследуемой среды, например, грунта или его аналога.

В настоящей работе приводятся описание и результаты экспериментальных и теоретических

исследований амплитудно-фазовых эффектов самовоздействия и генерации второй гармоники продольной низкочастотной (НЧ) акустической волны в статически нагруженном сухом и водонасыщенном (сыром) речном песке. Аналитическое описание наблюдаемых эффектов проводится в рамках феноменологического уравнения состояния, содержащего диссипативную (неупругую) и реактивную (упругую) нелинейности.

2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

При проведении экспериментов сухой и водонасыщенный речной песок находились в двух одинаковых (каждый в своей) тонкостенных емкостях диаметром 16 см и высотой 22 см. Средний размер a песчинок составлял около 2×10^{-2} см, а пористость сухого песка — 43%. Сухой песок предварительно уплотнялся, при создании же водонасыщенной среды, в начале, песок засыпался в воду, а затем, по мере ее испарения, вода доливалась в песок, так что в водонасыщенном песке могли находиться пузырьки воздуха диаметром не более чем размер песчинок. Для получения стабильных и повторяемых результатов акустических измерений, в сухом и водонасыщенном песке при помощи системы грузов массой M создавалось статическое давление P_0 . Грузы располагались на тонкой пластине из оргстекла, находящейся на поверхности песка и перекрывающей почти все сечение емкости, так что вертикальная компонента статического давления P_0 в песке была почти постоянной по высоте и определялась выражением $P_0 \cong Mg/S \gg \rho gh$, g — ускорение силы тяжести, S — площадь сечения трубы, ρ — плотность песка. Измерения проводились в импульсном режиме при статическом давлении $P_0 \cong 6.2 \times 10^3$ Па. В сухом и водонасыщенном песке, при помощи излучателей продольных волн, находящихся на глубине $h = 13$ см от поверхности песка, возбуждались, распространяющиеся в вертикальном направлении (снизу вверх), акустические импульсы с несущей частотой $F = 4$ кГц, длительностью $T = 5$ мс и скважностью $N = 20$. Диаметр излучателей составлял 8 см. Для регистрации прошедших через песок акустических импульсов использовался приклеенный к центру той же пластины (на которой располагались грузы) и находящийся на оси излучателя пьезоакселерометр, реагирующий на вертикальную компоненту ускорения. Сигнал с пьезоакселерометра поступал на вход цифрового осциллоскопа-спектроанализатора, где измерялись амплитуда и задержка прошедших через песок импульсов. При выбранном статическом давлении скорость распространения импульсов в сухом песке была равна $C_0 \cong 3.2 \times 10^4$ см/с, а водо-

насыщенном — $C_0 \cong 2.5 \times 10^4$ см/с. Длина λ акустической волны в песке составляла около 7 см, размер a песчинок и пузырьков воздуха $\sim 2 \times 10^{-2}$ см, так что отношение $\lambda/a \approx 350$. Погрешности измерения амплитуды и фазовой задержки импульса составляли, соответственно, $\pm 1.6 \times 10^{-1}$ дБ, и ± 400 нс. Эксперименты проводились в лабораторных условиях, т.е. при комнатной температуре, нормальном атмосферном давлении и соответствующей “комнатной” влажности воздуха.

Деформация среды $\varepsilon(x, t)$ определяется как производная по координате x от смещения частиц среды $U(x, t)$, т.е. $\varepsilon(x, t) = \frac{\partial U(x, t)}{\partial x}$, t — время.

Деформация акустической волны с частотой Ω в песке измеряется также как и в любой другой среде — при помощи калиброванного датчика, в наших экспериментах — пьезоакселерометра с известной чувствительностью K_0 [в/мс²]. В эксперименте, при помощи спектроанализатора или осциллографа, измеряют амплитуду электрического напряжения V_0 (в вольтах или милливольт-тах), образующегося под действием акустической волны на этом пьезоакселерометре, затем эту амплитуду V_0 нужно поделить на чувствительность пьезоакселерометра K_0 , при этом получится амплитуда A_0 ускорения частиц среды в поле акустической волны: $A_0 = V_0/K_0$. После этого легко найдутся все остальные величины, например, амплитуды смещения $U_0 = A_0/\Omega^2$ и скорости $v_0 = A_0/\Omega$ частиц среды, а также и амплитуда деформации среды $\varepsilon_0 = U_0 K = U_0 \Omega/C_0$, где $K = \Omega/C_0$ — волновое число.

При экспериментальном исследовании нелинейных волновых процессов в речном песке необходимо учитывать то обстоятельство, что подобные неконсолидированные (или слабо консолидированные) среды являются в той или иной степени случайными, т.к. качественные и количественные проявления в них нелинейных эффектов зависят от многих неконтролируемых факторов. Например, от случайной упаковки большого количества песчинок, различных по форме и размерам, и наличия между ними жидкости и газа. Первый фактор можно быстро изменять несильным механическим воздействием (ударом) по стенкам емкости, содержащей песок, второй же — может медленно изменяться (например, за счет испарения воды и ее перераспределения между песчинками). Эти факторы в большей степени влияют на нелинейные акустические свойства зернистой среды и, в меньшей — на линейные характеристики. Они почти не влияют на скорость распространения волны, но вполне заметно — на ее затухание. Поэтому при проведении одной се-

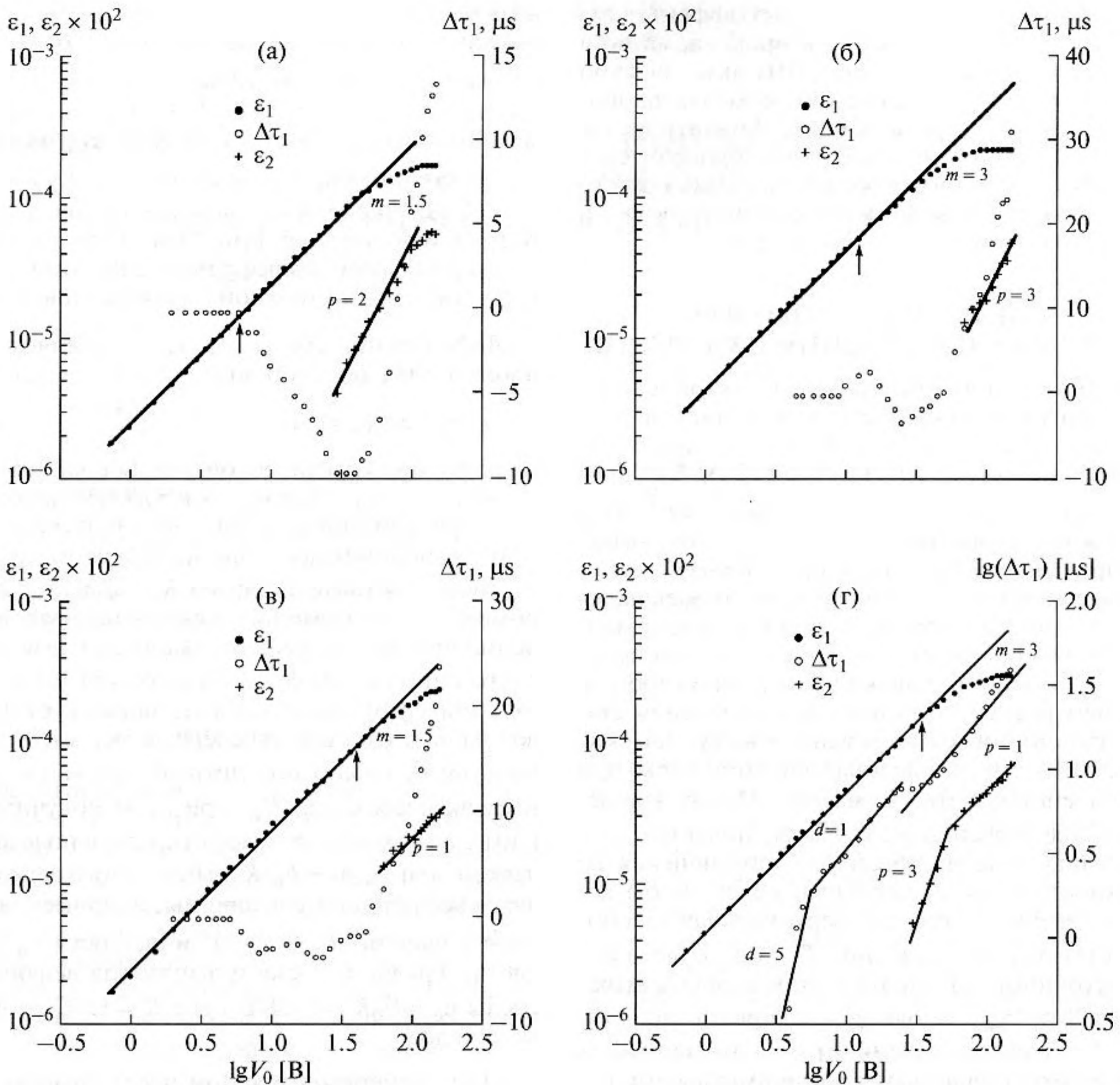


Рис. 1. Зависимости амплитуды волны основной частоты $\epsilon_1(V_0)$, фазовой задержки $\Delta\tau_1(V_0)$ и амплитуды второй гармоники $\epsilon_2(V_0)$ от амплитуды V_0 напряжения на излучателе для сухого песка. Вблизи прямых линий, соответствующих зависимостям $\epsilon_1 \sim V_0$, $\Delta\tau_1 \sim V_0^d$ и $\epsilon_2 \sim V_0^p$, отмечены значения показателей степени m, d и p .

рии измерений нелинейных эффектов необходимо, вообще говоря, соблюдать “режим механической тишины” (по отношению к емкости с песком) и в начале измерений контролировать обратимость и повторяемость наблюдаемых эффектов при увеличении и уменьшении амплитуды возбуждаемой акустической волны во всем диапазоне измерения (на это требуется всего несколько секунд). Сами же измерения в водонасыщенном песке должны длиться менее характерного времени испарения воды в его поверхностном слое (~ 3 ч). В наших экспериментах длительность одной серии измерений не превышала 30 мин. Измерения проводились в режиме увеличения амплитуды ϵ_0 излу-

чаемой волны (от $\epsilon_{0\text{min}}$ до $\epsilon_{0\text{max}}$), пропорциональной амплитуде V_0 импульса электрического напряжения, подаваемого на излучатель.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

В проведенных и многократно повторенных (в разное время) экспериментах с сухим и водонасыщенным песком (после его уплотнения, механического воздействия на емкость и “долива” в нее воды) нами наблюдались и исследовались, в основном, нелинейные эффекты ограничения амплитуды деформации ϵ_1 (или самопросветления среды) и фазовой задержки несущей $\Delta\tau_1$ аку-

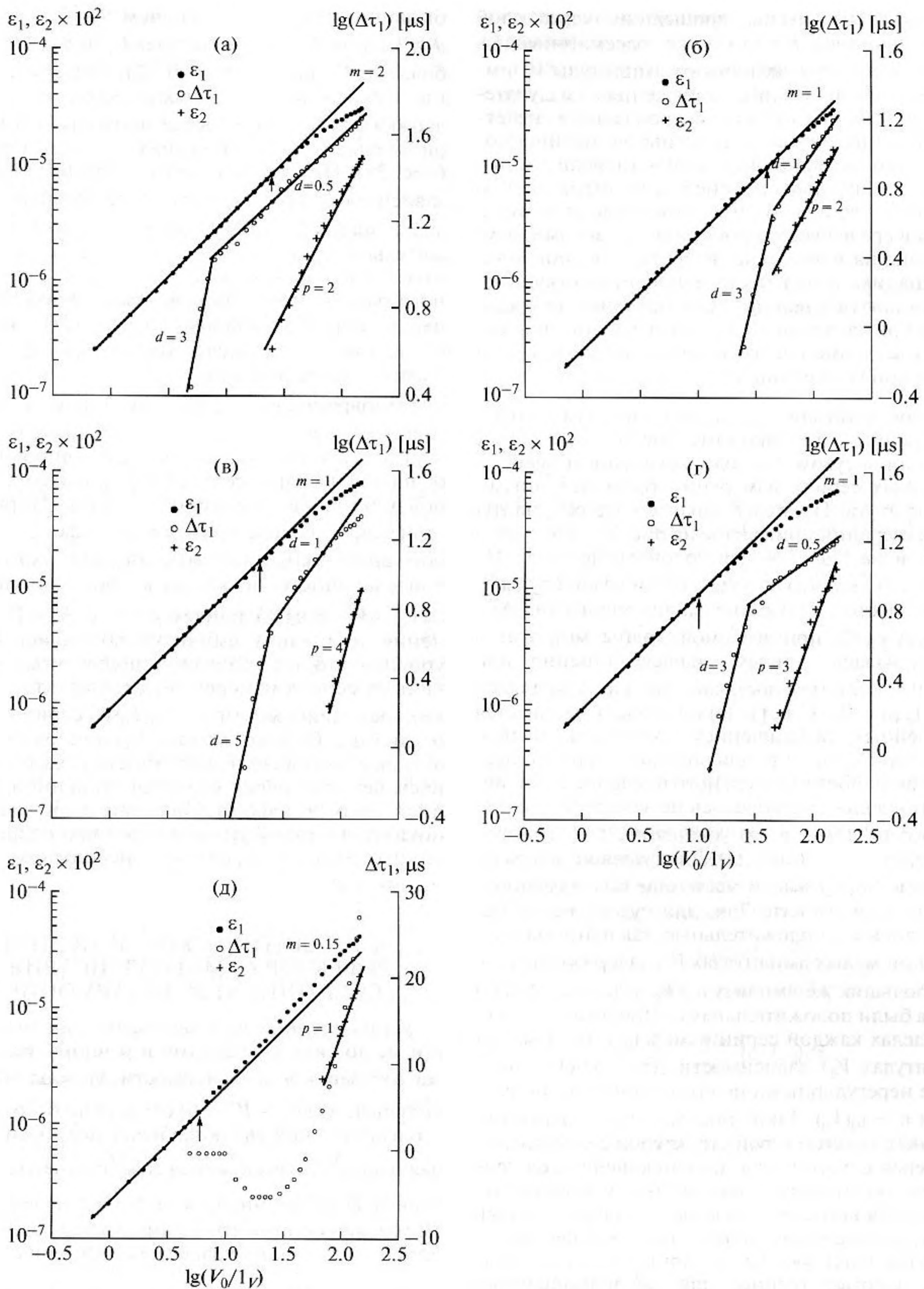


Рис. 2. Зависимости амплитуды волны основной частоты $\varepsilon_1(V_0)$, фазовой задержки $\Delta\tau_1(V_0)$ и амплитуды второй гармоники $\varepsilon_2(V_0)$ от амплитуды V_0 напряжения на излучателе для водонасыщенного песка. Вблизи прямых линий, соответствующих зависимостям $\varepsilon_1 \sim V_0$, $\Delta\tau_1 \sim V_0^d$ и $\varepsilon_2 \sim V_0^p$, отмечены значения показателей степени m , d и p .

стических импульсов, прошедших через слой песка толщиной $h = 13$ см, т.е. рассматривались зависимости этих величин от амплитуды V_0 импульсов электрического напряжения на излучателе. Эти эффекты связаны с проявлением нечетных диссипативной и реактивной нелинейностей. Самопросветление среды — это нелинейный эффект, обратный нелинейному ограничению амплитуды волны. В линейной среде амплитуда волны в среде растет пропорционально амплитуде волны на излучателе. В средах с нелинейной диссипацией имеет место нелинейное ограничение амплитуды волны, если поглощение среды растет при увеличении амплитуды волны, или самопросветление среды, если поглощение среды падает при увеличении амплитуды волны.

В соответствии с вышеотмеченным вполне естественно, что закономерности нелинейных эффектов в сухом и в водонасыщенном песке, в различных сериях измерений были отличными друг от друга. Наиболее характерные результаты этих измерений приведены на рис. 1 — для сухого песка, и на рис. 2 — для водонасыщенного. Из рис. 1, 2 видно, что при увеличении амплитуды V_0 имели место следующие закономерности. Амплитуда $\varepsilon_1(V_0)$ принимаемой волны монотонно увеличивалась, причем вначале линейно при $V_0 < 20$ в, а затем ее рост, как правило, замедлялся (рис. 1, рис. 2а, б, в, г). Такой эффект называется нелинейным ограничением амплитуды волны. Отметим, однако, что для водонасыщенного песка, иногда, после длительного в течение суток испарения воды, наблюдалось не замедление роста амплитуды $\varepsilon_1(V_0)$, а его ускорение, т.е. самопросветление среды (рис. 2д). Для фазовой задержки несущей $\Delta\tau_1(V_0)$ имели место еще более разнообразные зависимости. Так, для сухого песка наблюдались как положительные, так и отрицательные (при малых амплитудах V_0) задержки $\Delta\tau_1(V_0)$. При больших же амплитудах V_0 задержки $\Delta\tau_1(V_0)$ всегда были положительными. При этом, однако, в пределах каждой серии измерений (при малых амплитудах V_0) зависимости $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1(V_0)$ были менее нерегулярными по сравнению с зависимостями $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(V_0)$. Такое поведение, по-видимому, связано с неустойчивой структурой слабо поджатых зерен сухого песка, изменяющейся под действием акустической волны. Более стабильной структурой контактов обладает водонасыщенный песок, в котором, из-за наличия между песчинками воды, действуют капиллярные и адгезионные силы. Соответственно, для водонасыщенного песка зависимости $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1(V_0)$ и $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(V_0)$ были регулярны, но также различны для различных серий измерений. В тех случаях, когда наблюдалось ограничение амплитуды волны, задержка $\Delta\tau_1(V_0)$

была положительной, причем $\Delta\tau_1(V_0) \sim V_0^d$, где $d \cong 3,5$ при малых амплитудах V_0 , и $d \cong 1/2, 1$ при больших V_0 (рис. 2а, б, в, г). В тех же случаях, когда наблюдалось самопросветление среды, задержка $\Delta\tau_1(V_0)$ при малых амплитудах V_0 была отрицательной, а при больших — положительной (рис. 2д). Интересно отметить, что аналогичные зависимости для $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1(V_0)$, т.е. отрицательные значения $\Delta\tau_1(V_0)$ при малых амплитудах V_0 и положительные при больших, наблюдались в натуральных экспериментах при исследовании нелинейного распространения сейсмоакустической волны в сыром песчаном грунте [27]. В этих экспериментах, однако, зависимости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(V_0)$ были почти линейными.

Одновременно с эффектом амплитудного самовоздействия, при больших амплитудах V_0 , наблюдалась генерация второй гармоники волны основной частоты, связанная с проявлением четной реактивной нелинейностью среды. На рис. 1, 2 приведены зависимости амплитуды $\varepsilon_2(V_0)$ второй гармоники от амплитуды V_0 для сухого и водонасыщенного песка, из которых видно, что $\varepsilon_2(V_0) \sim V_0^p \ll \varepsilon_1(V_0)$, причем $p \cong 1, 2, 3, 4$. Из сравнения и анализа амплитудных зависимостей уровней вторых гармоник, полученных в различных сериях измерений, следует, что для таких сред зависимости $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(V_0)$ от серии к серии различны. Однако можно предположить, что четная реактивная нелинейность сухого и водонасыщенного песка является степенной функцией модуля деформации, при этом значение показателя этой функции — различное для различных измерений, близко к небольшому целому числу p .

4. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭФФЕКТОВ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ И ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

Установленные в эксперименте закономерности нелинейных эффектов в речном песке (для тех случаев, когда зависимости $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1(V_0)$ стабильны и $\Delta\tau_1(V_0) \sim V_0^d > 0$) свидетельствуют о том, что их причиной являются нечетные диссипативная $\alpha\beta|\varepsilon|^m \dot{\varepsilon}$, и реактивная $E\gamma|\varepsilon|^n \varepsilon$, и четная реактивная $Eg|\varepsilon|^p$ нелинейности, а наблюдаемые эффекты можно описать в рамках следующего феноменологического уравнения состояния:

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = E \left[\varepsilon - \gamma |\varepsilon|^n \varepsilon - g |\varepsilon|^p \right] + \alpha\beta \left[1 + \beta |\varepsilon|^m \right] \dot{\varepsilon}, \quad (1)$$

где σ , ε и $\dot{\varepsilon}$ — продольные напряжение, деформация и скорость деформации, E — модуль упруго-

сти, α — коэффициент линейной диссипации, ρ — плотность, γ , n , g , p и β , m — безразмерные параметры и показатели степени реактивной и диссипативной нелинейности, $\gamma|\varepsilon|^n \ll 1$, $\beta|\varepsilon|^m \ll 1$, $g|\varepsilon|^{p-1} \ll 1$, $\alpha\beta|\varepsilon|^{m-1}|\dot{\varepsilon}|/C_0^2 \ll 1$, $C_0^2 = E/\rho$. В случае, когда величина $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1(\varepsilon_0)$ знакопеременна, т.е. отрицательна при малых амплитудах и положительна при больших, можно объяснить, если предположить, что упругая нелинейность, ответственная за фазовую задержку, имеет вид [28]: $E[\gamma_1|\varepsilon|^{n_1}\varepsilon H(\varepsilon) - \gamma_2|\varepsilon|^{n_2}\varepsilon H(-\varepsilon)]$, где $n_{1,2} > 0$, $H(\varepsilon)$ — функция Хевисайда. Все параметры уравнения состояния для каждого конкретного материала определяются экспериментально, т.е. из сравнения полученных экспериментальных результатов по изучению каких-либо нелинейных эффектов в этом материале с результатом аналитического расчета этих же эффектов. Перед тем, как приступить к расчету наблюдаемых эффектов на основе уравнения состояния (1), отметим некоторые особенности этого, вообще говоря, неаналитического уравнения. Прежде всего заметим, что при $\gamma = 0$, $g = 0$ и $\beta = 0$ уравнение (1) является линейным. Оно описывает деформирование линейного тела Кельвина-Фойгта [29]. В этом случае, конечно, никаких нелинейных эффектов нет, поэтому в уравнение (1) и введены нелинейные слагаемые $E\gamma|\varepsilon|^n\varepsilon$, $Eg|\varepsilon|^p$ и $\alpha\beta|\varepsilon|^m\dot{\varepsilon}$. Первые два нелинейных слагаемых $E\gamma|\varepsilon|^n\varepsilon$ и $Eg|\varepsilon|^p$ — это упругие степенные (нечетная и четная по ε) нелинейности. Они определяют нелинейную упругость среды и, соответственно, наблюдаемые зависимости $\Delta\tau_1 \sim \Delta\tau_1(V_0)$ и $\varepsilon_2(V_0) \sim V_0^d$. Третье нелинейное слагаемое $\alpha\beta|\varepsilon|^m\dot{\varepsilon}$ — это диссипативная нелинейность, нечетная по $\dot{\varepsilon}$ функция. Она отвечает за увеличение или уменьшение (в зависимости от параметров β и m) поглощения волны при увеличении ее амплитуды и определяет нелинейную зависимость $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_1(\varepsilon_0)$. Отметим, что речной песок обладает не только нелинейным трением, но и обычной линейной диссипацией, как все вязко-упругие среды при малых амплитудах динамической деформации. Здесь задача о распространении упругой волны решается в рамках стандартного подхода, применяемого при решении подобных нелинейных задач в нелинейной акустике. При этом предполагается, что при малых деформациях (и скоростях деформации) среда ведет себя линейно и малоамплитудная волна распространяется также линейно, а по мере увеличения амплитуды волны нелинейность среды становится все более заметной и волна распространяется нелинейно. Именно такое поведение волны с ростом ее амплитуды и наблюдалось в экспериментах с речным песком,

и именно это свойство и поведение среды отражает уравнение состояния (1).

Подставляя уравнение состояния (1) в уравнение движения $\rho U_{tt} = \partial\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})/\partial x$, получаем нелинейное волновое уравнение для ε :

$$\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2} - C_0^2\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left\{-\gamma C_0^2|\varepsilon|^n\varepsilon - gC_0^2|\varepsilon|^p + \alpha\beta|\varepsilon|^m\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right\} + \alpha\frac{\partial^3\varepsilon}{\partial x^2\partial t}. \quad (2)$$

Полагая в (2) $\tau = t - x/C_0$, $x' = x$, получаем более простое, одноволновое уравнение:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x} - \delta\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial\tau^2} = \frac{1}{2C_0}\frac{\partial}{\partial\tau}\left\{-\gamma|\varepsilon|^n\varepsilon - g|\varepsilon|^p + \mu|\varepsilon|^m\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}\right\}, \quad (3)$$

где $\delta = \frac{\alpha}{2C_0^3}$, $\mu = \frac{\alpha\beta}{C_0^2}$. Это уравнение, вместе с граничным условием: $\varepsilon(x=0, t) = \varepsilon_0 \sin \Omega t$ описывает эффекты нелинейного распространения исходной гармонической волны с частотой $\Omega = 2\pi F$. Поскольку нелинейность уравнения (3) мала, его решение можно искать методом возмущений, полагая:

$$\varepsilon(x, \theta) = \sum_{l=1} \tilde{\varepsilon}_l(x, \theta) = \sum_{l=1} \varepsilon_l(x) \sin[l\theta - \varphi_l(x)],$$

где $\theta = \Omega t - Kx$, $K = \Omega/C_0$, $\left|\sum_{l=2} \tilde{\varepsilon}_l(x, \theta)\right| \ll |\tilde{\varepsilon}_1(x, \theta)|$, а $\varepsilon_l(x)$ и $\varphi_l(x)$ — медленно-меняющиеся функции координаты x .

Из решения уравнения (3) находим выражения для амплитуды $\varepsilon_1(\varepsilon_0)$ основной частоты, нелинейной задержки несущей $\Delta\tau(\varepsilon_0)$ и амплитуды $\varepsilon_2(\varepsilon_0)$ второй гармоники при $x = L$:

$$\varepsilon_1(\varepsilon_0) = \frac{\varepsilon_0 \exp[-\eta L]}{\left[1 + a_1\beta(1 - \exp[-m\eta L])\varepsilon_0^m\right]^{1/m}}, \quad (4)$$

$$\Delta\tau_1(\varepsilon_0) = \frac{\gamma b_1}{2C_0} \int_0^L \varepsilon_1^n(\varepsilon_0) dx,$$

$$\varepsilon_2(\varepsilon_0) = 2Kga_2 \exp[-4\eta L] \int_0^L \varepsilon_1^p(\varepsilon_0) \exp[4\eta x] dx, \quad (5)$$

$$\text{где } \eta = \frac{\alpha\Omega^2}{2C_0^3}, \quad a_1 = \frac{4}{\pi^{1/2}} \frac{\Gamma[(m+1)/2]}{m(m+2)\Gamma(m/2)}, \quad b_1 = \frac{4}{\pi^{1/2}} \frac{(n+1)\Gamma[(n+1)/2]}{n(n+2)\Gamma(n/2)}, \quad a_2 = \frac{2^{3-p}\Gamma(p+1)}{p(p+2)\Gamma^2(p/2)}.$$

Из этих выражений видно, что амплитуда $\varepsilon_1(\varepsilon_0)$, нелинейная фазовая задержка $\Delta\tau_1(\varepsilon_0)$ прошедшей через песок волны основной частоты и

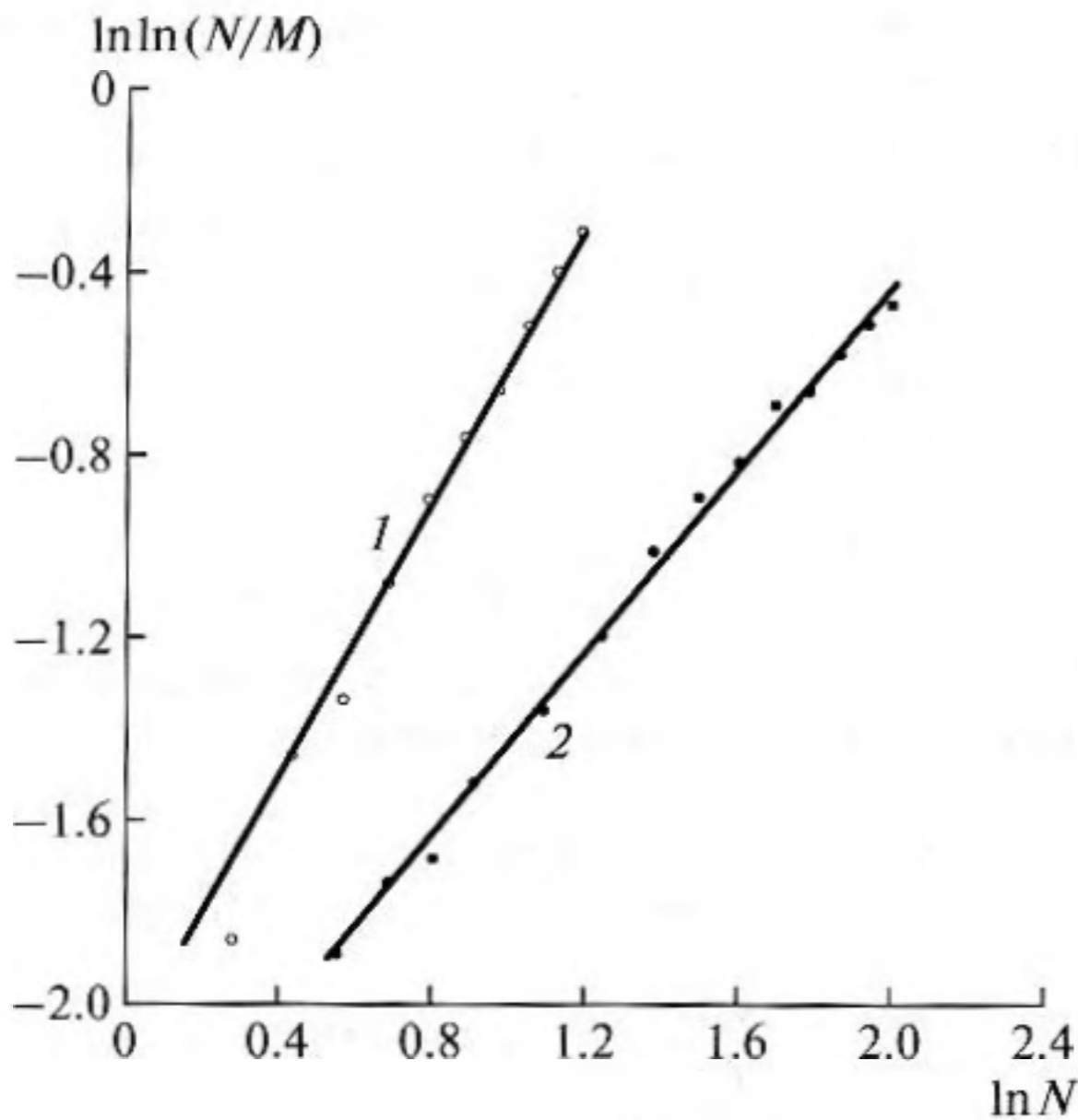


Рис. 3. Зависимости $\ln[\ln(N/M)]$ от $\ln N$ для сухого песка (1) и для водонасыщенного (2). Прямые линии соответствуют следующим показателям степени m : 1 — $m = 3/2$, 2 — $m = 1$.

амплитуда $\varepsilon_2(\varepsilon_0)$ ее второй гармоники зависят от амплитуды ε_0 излучаемого импульса и показателей степени m и n , p диссипативной и реактивной нелинейности. Если $\varepsilon_1(\varepsilon_0)$ зависит только от m , то $\Delta\tau_1(\varepsilon_0)$ зависит от m через амплитуду $\varepsilon_1(\varepsilon_0)$ и от n , а $\varepsilon_2(\varepsilon_0)$ — в основном от p (при малом самовоздействии, когда $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_0$), а при заметном самовоздействии — от p и от m . Из сравнительного анализа амплитудных зависимостей (4), (5) с результатами экспериментальных измерений, учитывая, что $\varepsilon_0 \sim V_0$, можно определить показатели степеней нечетных реактивной n и диссипативной m нелинейности сухого и водонасыщенного песка для каждой серии измерений. Наиболее легко (по тангенсу угла наклона зависимости $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1(V_0)$ в логарифмических координатах) определяется показатель n для сухого (рис. 2г) и водонасыщенного песка, когда имеет место лишь небольшое ограничение амплитуды волны (при $\beta > 0$). Так из рис. 1г видно, что для сухого песка при $\varepsilon_1 < 10^{-5}$ — $n \cong 5$, а при $10^{-5} < \varepsilon_1 < 5 \times 10^{-5}$ — $n \cong 1$. Из рис. 2а, б, в, г следует, что для водонасыщенного песка при малых амплитудах ε_1 ($\varepsilon_1 < \varepsilon_{th} \cong 10^{-6} - 10^{-5}$ — значения ε_{th} различны для различных серий измерений) и средних ε_1 ($\varepsilon_1 > \varepsilon_{th}$), когда $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_0$, имеют место зависимости: $\Delta\tau(\varepsilon_0) \sim \varepsilon_0^d$ и $n \cong d$, где $d \cong 3, 1/2$ — для рис. 2а, г; $d \cong 3, 1$ — для рис. 2б; $d \cong 5, 1$ — для рис. 2, в. При больших амплитудах ε_1 , когда эффект ограничения амплитуды вполне

заметен, имеем: $\Delta\tau(\varepsilon_0) \sim \varepsilon_0^d$, где $d \cong 1/2; 1$, но, вообще говоря, $d \neq n$. Из второго выражения (4) можно определить параметры нечетной упругой нелинейности γ для сухого и водонасыщенного песка. Для двух серий измерений, показанных на рис. 1г и рис. 2г, когда эффекты ограничения амплитуды малы и $\Delta\tau_1(\varepsilon_0) \sim \varepsilon_0^n$, а $n = 1$ и $n = 3$, соответственно находим: $\gamma \cong 5.4 \times 10^2$ для сухого песка и $\gamma \cong 10^{15}$ для водонасыщенного.

Для определения показателя m замечаем, что при малых амплитудах ε_0^* , когда $\frac{a_1\beta}{m}\varepsilon_0^{*m} \ll 1$, импульс затухает как в среде с линейной вязкостью, т.е. по экспоненциальному закону:

$$\varepsilon_1^*(L) = \varepsilon_0^* \exp[-\eta L], \quad (6)$$

Поделим первое уравнение (4) на (6) и, вводя обозначения $M = \varepsilon_1(L)/\varepsilon_1^*(L)$, $N = \varepsilon_0/\varepsilon_0^*$, $Z = (a_1\beta\varepsilon_0^{*m}/m) \times [1 - \exp(-m\eta L)] > 0$, получим (при $ZN^m \ll 1$):

$$\ln[\ln N/M] = \ln[Z] + m \ln N.$$

Далее, используя результаты эксперимента, т.е. зависимости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(V_0)$ на рис. 1 и рис. 2, построим зависимости $\ln[\ln(N/M)]$ от $\ln N$. Точки $\varepsilon_1^*(L)$ на рис. 1, рис. 2 указаны стрелками. Такие графики для двух исходных зависимостей (рис. 1а и рис. 2г) приведены на рис. 3. Из рис. 3 видно, что для этих измерений $m = 3/2$ для сухого песка, и $m = 1$ для водонасыщенного. При этом параметры диссипативной нелинейности составляли $\beta \cong 1.3 \times 10^8$ и $\beta \cong 1.8 \times 10^5$ соответственно. Значения показателей m , определенных аналогично для других измерений, приведены на рис. 1, 2. Из них следует, что для различных измерений значения m различны: для сухого песка $m = 3/2$ (рис. 1а, в) и $m = 3$ (рис. 1б, г), а для водонасыщенного $\pm m = 1$ (рис. 2б, в, г) и $m = 2$ (рис. 2а). Для водонасыщенного песка в том эксперименте, когда имело место самопросветление (рис. 2д), аналогично было определено, что $m \cong 0.15$ (при этом $\beta < 0$). Из сравнения значений показателей степеней m и n , определенных в одной серии измерений, можно сделать вывод: поскольку эти значения, как правило, различны, то и механизмы нечетных реактивной и диссипативной нелинейности сухого и водонасыщенного речного песка, ответственных за проявления эффектов амплитудно-фазового самовоздействия, также различны. Упругая нелинейность таких сред связана с контактами Герца между зернами различного размера, а диссипативная — с силами нелинейного трения на границах этих зерен. Так как микроскопическая конфигурация слабо поджатых зерен (т.е. функ-

ция распределения контактов по начальным поджатиям) в массиве речного песка после каждого ударного воздействия на емкость изменяется, то каждый раз параметры акустической нелинейности таких сред принимают другие значения.

Далее, из амплитудных зависимостей для вторых гармоник $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\varepsilon_0)$ следует, что показатели степени p четной реактивной нелинейности, отвечающие разным сериям измерений, также различны. Для сухого песка — $p \cong 2$ (рис. 1а), $p \cong 3$ (рис. 1б, г), $p \cong 1$ (рис. 1в, г), а для водонасыщенного — $p \cong 2$ (рис. 2а, б), $p \cong 4$ (рис. 2в), $p \cong 3$ (рис. 2г), $p \cong 1$ (рис. 2д). Приведем оценки параметров g квадратичной четной упругой нелинейности для сухого и водонасыщенного песка, полученные из выражения (5) и результатов измерений (рис. 1а и рис. 2а), для которых $\varepsilon_1 \sim V_0$, $p = 2$ и $\varepsilon_2(\varepsilon_0) \sim \varepsilon_1^2(\varepsilon_0)$. Здесь, однако, необходимо учитывать условность выражения для линейного диссипативного слагаемого $\alpha r \varepsilon$ в уравнении (1), отвечающего вязким потерям, и определяющим квадратичную зависимость коэффициента затухания волны от ее частоты. Реально же, для речного песка, эта зависимость может быть иной, но результат расчета параметра g будет правильным, если знать коэффициенты $\eta_1 L = \eta(\Omega)L$ и $\eta_2 L = \eta(2\Omega)L$ линейного затухания волны на частотах Ω и 2Ω . Для исследуемых сред они определялись экспериментально:

$$\eta_1 L \cong 5 \times 10^{-1}, \eta_2 L \cong 2.8 \text{ — для сухого песка;}$$

$$\eta_1 L \cong 7 \times 10^{-1}, \eta_2 L \cong 3 \text{ — для водонасыщенного.}$$

В этом случае выражение (5) имеет вид:

$$\varepsilon_2(\varepsilon_0) = \frac{2Kga_2\varepsilon_0^2}{\eta_2 - 2\eta_1} [\exp(-2\eta_1 L) - \exp(-\eta_2 L)],$$

из которого находим, что $g \cong 5$ для сухого песка и $g \cong 12$ для водонасыщенного.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования распространения НЧ акустических волн в сухом и водонасыщенном речном песке свидетельствуют о том, что в подобных зернистых средах при умеренных амплитудах волны могут вполне заметно и разнообразно проявляться эффекты амплитудно-фазового самовоздействия и генерации второй гармоники. При этом интенсивность таких эффектов зависит, по существу, от управляемых, но неконтролируемых, факторов, определяющих структуру и состояние среды. Наиболее сильными из этих эффектов являются эффекты ограничения амплитуды волны и самопросветления среды. Их наблюдение возможно даже при помощи "обычного" аналогового двухлучевого осциллографа, например, С1-55. На основе анализа эксперимен-

тально установленных амплитудных зависимостей нелинейных эффектов показано, что для их описания необходимо предположить, что такие среды обладают диссипативной и реактивной степенной и, как правило, неаналитической нелинейностью, параметры которой могут принимать различные и, вообще говоря, непрогнозируемые значения. Зная общий вид феноменологического уравнения состояния зернистой среды (1), предсказать априорные значения его нелинейных параметров, по-видимому, невозможно. Однако не все так плохо. Во-первых, проведенные исследования позволяют получить представление о возможных закономерностях нелинейных акустических эффектов в реальных зернистых средах и грунтах. Во-вторых, несомненно важными результатами этой работы является обнаружение:

— эффекта самопросветления (рис. 2д), который ранее, по-видимому, наблюдался только в системах, содержащих речной песок [30];

— немонотонных зависимостей фазовой задержки волны от ее амплитуды в сухом (рис. 1а, б, в) и водонасыщенном (рис. 2д) песке.

Аналогичные немонотонные зависимости для фазовой задержки несущей наблюдались при проведении натурального эксперимента по самовоздействию продольной сейсмоакустической волны в сыром песчаном грунте [27], что, вообще говоря, и стало причиной проведения такого же, но лабораторного, эксперимента с речным песком, нелинейностью которого можно было бы управлять, в частности, механическим ударом по емкости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
2. Царева Н.В. Распространение упругих волн в песке // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз. 1956. № 9. С. 1044–1053.
3. Анцыферов М.С., Анцыферова Н.Г., Каган Я.Я. Распространение ультразвуковых волн в сухом песке под давлением // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз. 1964. № 12. С. 1774–1781.
4. Пархоменко И.С. О зависимости затухания упругих волн от частоты в песке // Физика Земли. 1967. № 8. С. 101–109.
5. Вильчинская Н.А. Волна переупаковки песков и акустическая эмиссия // ДАН СССР. 1982. Т. 262. № 3. С. 568–572.
6. Уайт Дж.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986.
7. Дунин С.З. Затухание волн конечной амплитуды в зернистой среде // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1989. № 5. С. 106–109.

8. *Chu-heng Liu, Nagel S.R.* Sound in Sand // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68. № 15. P. 2301–2304.
9. *Chu-heng Liu, Nagel S.R.* Sound in a granular material: disordered and nonlinearity // *Phys. Rev. B.* 1993. V. 48. № 21. P. 15646–15650.
10. *Николаевский В.Н.* Геодинамика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с.
11. *Jaeger H.M., Nagel S.R., Behringer R.P.* The Physics of Granular Materials // *Physics Today.* 1996. V. 49. № 4. P. 32–38.
12. *Jia X., Caroli C., Velicky B.* Ultrasound propagation in externally stressed granular media // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 82. № 9. P. 1863–1866.
13. *Быков В.Г.* Нелинейные волновые процессы в геологических средах. Владивосток: Дальнаука, 2000. 190 с.
14. *Tournat V., Castagnede B., Gusev V.E., and Büquin Ph.* Self-demodulation acoustic signatures for non-linear propagation in glass beads // *C.R. Mecanique.* 2003. V. 331. P. 119–125.
15. *Гольдин С.В., Колесников Ю.И., Полозов С.В.* Распространение акустических волн в грунтах в условиях изменяющегося сдвигового напряжения (вплоть до разрушения образцов) // *Физическая мезомеханика.* 1999. Т. 2. № 6. С. 105–113.
16. *Колесников Ю.И., Медных Д.А.* О некоторых особенностях распространения волн во влажном песке // *Физическая мезомеханика.* 2004. Т. 7. № 1. С. 69–74.
17. *Tournat V., Zaitsev V., Gusev V., Nazarov V., Bequin P., and Castagnede B.* Probing granular media by acoustic parametric emitting antenna: clapping contacts, non-linear dilatancy and polarization anisotropy // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 92. № 8. P. 085502 (1–4).
18. *Jia X.* Codalike Multiple Scattering of Elastic Waves in Dense Granular Media // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. № 15. P. 154303 (1–4).
19. *De Billy M.* Power spectrum of shear waves in finite one dimensional granular medium // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. № 2. P. 713–716.
20. *Зайцев В.Ю., Назаров В.Е., Турна В., Гусев В.Э., Кастаньеде Б.* Экспериментальное исследование нелинейных акустических эффектов в зернистых средах // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 5. С. 633–644.
21. *Баженова Е.Д., Вильман А.Н., Есипов И.Б.* Флуктуации акустического поля в гранулированной среде // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. Приложение. С. 46–52.
22. *Назаров В.Е., Радостин А.В., Зайцев В.Ю.* Самодемодуляция акустических импульсов в частично водонасыщенном речном песке // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 3. С. 360–366.
23. *Nikolaevskiy V.N.* Non-linear Evolution of P-waves in Viscous Elastic Granular Saturated Media // *Transp. Porous Med.* 2008. V. 73. P. 125–140.
24. *Руденко О.В.* Актуальные проблемы, связанные с нелинейной акустикой. Нелинейные волны – 2006 / Отв. ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007. 576 с.
25. *Руденко О.В.* Какие проблемы, связанные с нелинейной акустикой, представляются сегодня наиболее важными и интересными / Ежегодник 2007. Акустика неоднородных сред. Труды семинара научной школы проф. С.А. Рыбака. С. 14–28.
26. *Руденко О.В.* Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // *УФН.* 2006. Т. 176. № 1. С. 77–95.
27. *Зайцев В.Ю., Назаров В.Е., Таланов В.И.* Экспериментальное исследование самовоздействия сейсмоакустических волн // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 6. С. 799–806.
28. *Назаров В.Е., Радостин А.В.* К вопросу о самовоздействии сейсмоакустической волны в сыром песчаном грунте и его уравнении состояния // *Акустика неоднородных сред. Ежегодник РАО. Труды научной школы проф. С.А. Рыбака, М.: Тривант, 2007. С. 209–212.*
29. *Девис Р.М.* Волны напряжений в твердых телах. М.: ИИЛ, 1961. 103 с.
30. *Назаров В.Е.* Самовоздействие акустических волн в средах с нелинейной диссипацией // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 2. С. 349–352.