

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ
И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.26

ВОЗМОЖНЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ
ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ
ДЛЯ МНОГОМОДОВЫХ ВОЛНОВОДОВ

© 2011 г. М. А. Миронов

Акустический институт им. Н. Н. Андреева

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail: mironov@akin.ru

Поступила в редакцию 21.06.11 г.

Предлагается метод учета пространственной структуры поля источника звука при выборе звукопоглощающих конструкций каналов турбореактивного авиационного двигателя. Акустический импеданс таких каналов должен быть таким, чтобы первичное поле источника, которое было бы в отсутствие стенок канала, не отразилось от стенок.

Ключевые слова: звукопоглощающие конструкции, импеданс, многомодовые волноводы, авиационные двигатели.

При разработке звукопоглощающих конструкций (ЗПК) для каналов авиационных двигателей принимается во внимание несколько факторов: спектральный состав шума (резонаторы ЗПК настраиваются на основные дискретные составляющие шума), высокая интенсивность звука и сдвиговый поток, влияющие на импеданс отверстий резонаторов. Между тем, существенным фактором, влияющим на эффективность работы ЗПК, является пространственная структура звукового поля в канале. Например, чем выше номер нормальной волны, распространяющейся по многомодовому волноводу, тем более эффективно она поглощается распределенным по стенке канала поглотителем. Среди многочисленных работ по ЗПК для авиационных двигателей имеется большое количество работ, в которых в той или иной мере обсуждается проблема оптимизации. Приведем несколько примеров. В работе [1] рассмотрено затухание одной моды в зависимости от частоты, точнее — в зависимости от близости частоты к критической частоте для данной моды. Чем ближе критическая частота, тем меньше групповая скорость моды и, очевидно, тем выше ее затухание. В [2] исследовано модальное представление поля в цилиндрическом волноводе с произвольным распределением импеданса на его стенках. Пространственно неоднородный импеданс позволяет, в принципе, правильно распределить эффективность поглощения между различными модами, имеющими разные амплитуды и разные групповые скорости. Рассмотренная в [2] прямая задача расчета поля должна, по мысли авторов, продолжиться решением обратной задачи. К проблеме оптимизации можно отнести и исследования по расширению вариантов конструкций и методов по-

глощения и рассеяния звука в волноводах. В частности, в [3] рассматривается неоднородность и не-локальность импеданса покрытия с точки зрения возможности трансформации мод, которая может привести к увеличению затухания поля в целом. Судя по ссылкам к этой работе, разрабатываемый метод имеет историю, начинающуюся с 70-х годов. Численные методы оптимизации, как по параметрам ЗПК, так и по форме волновода, обсуждаются в [4]. Минимизации подвергается средняя по выходному сечению канала энергия акустического поля. В строгой постановке методология решения задачи оптимизации рассматривалась в [5] — для входа во внешний контур двигателя — и в [6] — для выходной части двигателя. Задавалось некоторое конкретное начальное поле в сечении на выходе из области источников (лопаточное колесо или камера сгорания). Далее решалась задача распространения этого поля к выходному сечению и в выходном сечении вычислялся интеграл от квадрата поля давления. Значение этого интеграла рассматривается как функционал, зависящий от формы канала и импеданса его стенок. Цель оптимизации — минимизировать этот функционал на некотором классе функций, описывающих форму канала и распределения импеданса на стенке. Минимум находился методом градиентного спуска в пространстве параметров, задающих класс функций. Конкретные примеры ограничивались весьма бедным классом функций — однородный импеданс и круговой цилиндрический канал. Основной недостаток этого — вполне строгого — подхода состоит в том, что он не опирается на эвристические соображения относительно выбора самого класса функций. При этом, находясь внутри этого подхода, невозможно определить, является ли

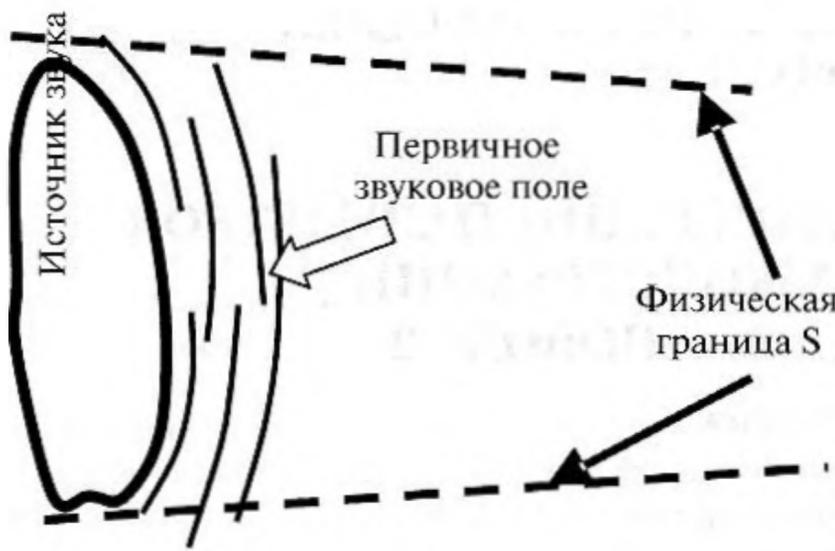


Рис. 1. Постановка задачи.

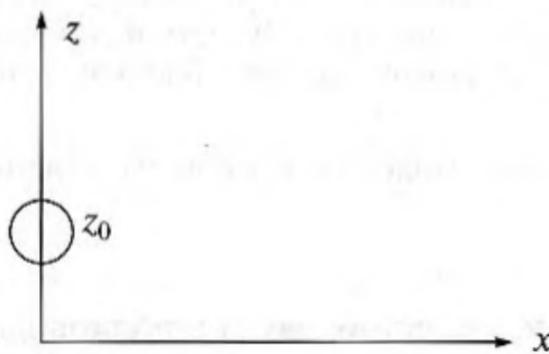


Рис. 2. Точечный источник около плоскости.

оптимум внутри выбранного класса достаточно близким к глобальному оптимуму. Стоит отметить, что до сих пор ни один из оптимизационных подходов не используется в практике проектирования ЗПК.

В настоящей работе предложен новый подход к выбору распределения импеданса ЗПК по стенкам канала. Пусть поле в волноводе создается некоторым гармоническим по времени с частотой ω источником (зависимость $\exp(-i\omega t)$ опускаем). Источник может быть пространственно сколь угодно сложным. Например, это может быть некоторое распределение давления и колебательных скоростей на контрольной поверхности, заключающей в себе ротор и статор вентиляторной системы турбореактивного двигателя. Обозначим поле этого источника в свободном пространстве, в отсутствие стенок канала, через $p_0(r, \omega)$, где r — вектор координат свободного пространства. Поверхность стенок волновода обозначим через S (рис. 1). Вычислим нормальную скорость $u_n(R)$ к этой поверхности, создаваемую по-

лем давления $p_0(r, \omega)$: $u_n(r) = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p_0(r, \omega)}{\partial n} \Big|_{r \in S}$, где ρ — плотность среды, n — единичный нормальный к поверхности S вектор. В отсутствие физической границы волновода эта поверхность S не дает отраженного звука. Если поместить на поверхности S реальную физическую границу канала, то кроме поля $p_0(r, \omega)$ появится еще дополнительное рассеянное

(отраженное) поле. Однако если создать на этой физической границе такое распределение импеданса, чтобы давление и нормальная скорость на ней были такими же, как в свободном пространстве для поля $p_0(r, \omega)$, то эта граница будет полностью поглощать звук. Именно этот выбор будет оптимальным с точки зрения максимального поглощения первичного звукового поля. Импеданс границы волновода, при котором происходит полное поглощение звука на границе S , равен:

$$Z(r, \omega) \Big|_{r \in S} = i\omega\rho p_0(r, \omega) / \left[\frac{\partial p_0(r, \omega)}{\partial n} \right] \Big|_{r \in S}. \quad (1)$$

Эта формула — алгоритм для создания импедансного покрытия стенок волновода. В соответствии с этой формулой импеданс должен зависеть от исходного поля источника звука и от формы поверхности волновода. Импеданс, естественно, будет зависеть от положения точки на поверхности волновода. Физическая реализуемость такого импеданса гарантируется в том случае, если поверхность расположена так, что поток энергии в первичном поле направлен из волновода внутрь границы. Разумеется, в общем случае для части границы это условие может не выполняться. Поток энергии первичного поля для нее будет направлен из границы в пространство. В частности, такое условие реализуется в зоне тени, куда первичное поле в присутствии границы не попадает.

Близкие к предлагаемому подходу идеи развиваются в работах [7–10] применительно к проблеме создания акустически прозрачного или не отражающего тела. В этих работах ставится более общая задача — обеспечить с определенной степенью точности прозрачность или неотражение для произвольного падающего поля. Цена такого обобщения — нелокальность требуемого импеданса.

Далее рассмотрены несколько простых иллюстраций использования предложенного рецепта. В качестве первичного поля выбраны плоская волна, поле точечного источника и комбинации полей точечных источников в двумерной постановке.

Падение плоской волны на плоскую границу. Падающая волна: $p_0(x, z) = A \exp[i(\xi x - \sqrt{k^2 - \xi^2} z)]$, $u_z(x, z) = \frac{i\sqrt{k^2 - \xi^2}}{-i\omega\rho} A \exp[...]$, x — координата вдоль границы, z — координата по нормали к границе, $k = 2\pi f/c$ — волновое число звуковой волны, f — частота звука, c — скорость звука, ξ — проекция волнового числа на ось x . В соответствии с (1) оптимальный импеданс равен:

$$Z_{opt}(x, z=0) = -\frac{-i\omega\rho}{i\sqrt{k^2 - \xi^2}} = \frac{\omega\rho}{\sqrt{k^2 - \xi^2}} = \frac{\rho c}{\cos\theta},$$

где θ — угол падения. Оптимальный импеданс для падающей плоской волны не зависит от координаты x . Для вещественных углов падения он чисто вещественный, увеличивается с увеличением угла падения. Стоит подчеркнуть, что эта формула го-

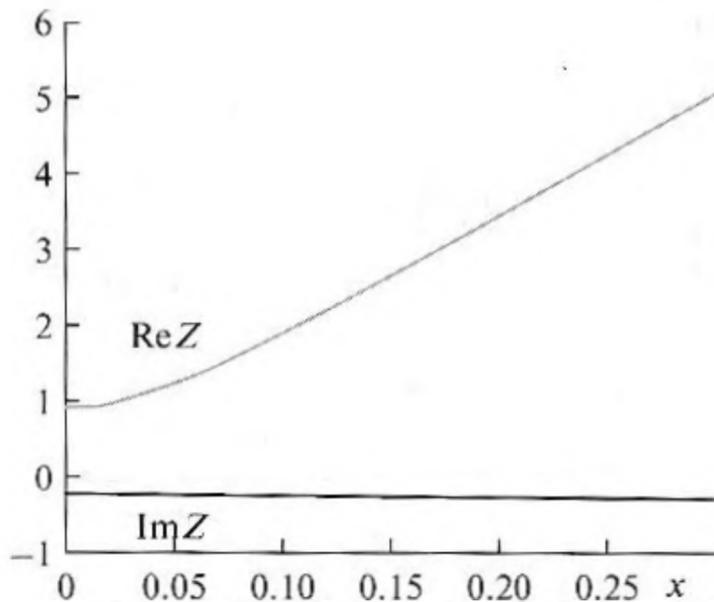


Рис. 3. Вещественная и мнимая части оптимального импеданса для поля одного точечного источника.

дится и для неоднородных падающих волн, т.е. при $\xi^2 > k^2$. В этом случае оптимальный импеданс становится чисто мнимым.

Поле точечного источника около плоской границы (рис. 2). Падающая волна: $p(x, z) = AH_0^{(1)} \times [k\sqrt{(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2}]$, x_0, z_0 — координаты источника. Нормальная к границе колебательная скорость равна:

$$u_z(x, z) = \frac{kH_0^{(1)} [k\sqrt{(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2}] \times (z-z_0)}{i\omega\rho [(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2]^{1/2}}$$

Здесь штрих означает дифференцирование по переменной в квадратных скобках. Оптимальный импеданс равен:

$$Z_{opt}(x, z=0) = -i\rho c \frac{H_0^{(1)} [k\sqrt{(x-x_0)^2 + z_0^2}] [(x-x_0)^2 + z_0^2]^{1/2}}{H_1^{(1)} [k\sqrt{(x-x_0)^2 + z_0^2}] z_0}$$

В данном примере импеданс зависит от координаты плоскости x . Разумеется, он зависит и от ко-

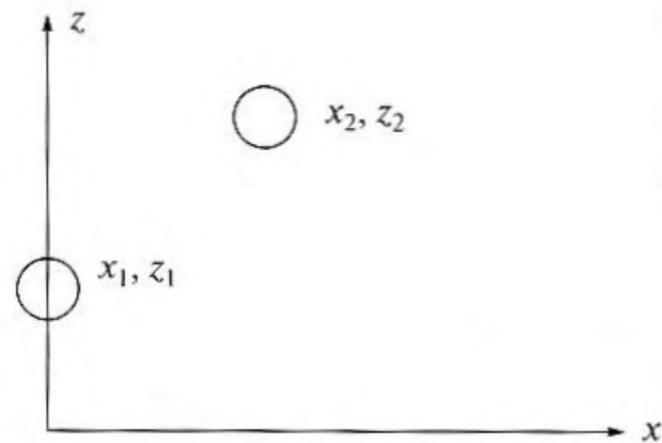


Рис. 4. Два линейных источника около плоскости.

ординат источника z_0 . На рис. 3 показана зависимость вещественной и мнимой частей импеданса от координаты x при следующих значениях основных параметров: $x_0 = 0, z_0 = 0.05$ м, $f = 1500$ Гц, $c = 340$ м/с (частота и скорость звука во всех следующих примерах остается неизменной). По оси абсцисс отложено расстояние в метрах, по оси ординат — нормированные на ρc вещественная и мнимая части оптимального импеданса. Вблизи источника — до расстояния $x = 0.02$ м вещественная часть импеданса постоянна и примерно равна 1. При удалении от источника она увеличивается приблизительно по линейному закону и на расстоянии $x = 0.3$ м становится равной 5. Мнимая часть на всех расстояниях примерно постоянна и равна примерно 0.28. Наличие мнимой части в оптимальном импедансе вызвано тем, что расстояние от источника до границы меньше длины звуковой волны $z_0 = 0.05 < \lambda = c/f = 0.227$ м. Поэтому в первичном поле имеется значительная доля неоднородных волн. Еще раз подчеркнем, что именно при распределении импеданса, приведенного на рис. 3, отражение первичного поля линейного источника в точности отсутствует.

Поле двух точечных источников. Падающее поле создается двумя источниками с координатами $(x_1, z_1); (x_2, z_2)$ и с разными, вообще говоря, амплитудами A_1, A_2 (рис. 4). Поля давления и z -компоненты скорости равны суммам полей каждого источника. После проведения дифференцирования и подстановки в (1) получим:

$$Z_{opt}(x, z=0) = -i\rho c \frac{A_1 H_0^{(1)} [k\sqrt{(x-x_1)^2 + z_1^2}] + A_2 H_0^{(1)} [k\sqrt{(x-x_2)^2 + z_2^2}]}{A_1 H_1^{(1)} [k\sqrt{(x-x_1)^2 + z_1^2}] \frac{z_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + z_1^2}} + A_2 H_1^{(1)} [k\sqrt{(x-x_2)^2 + z_2^2}] \frac{z_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + z_2^2}}}$$

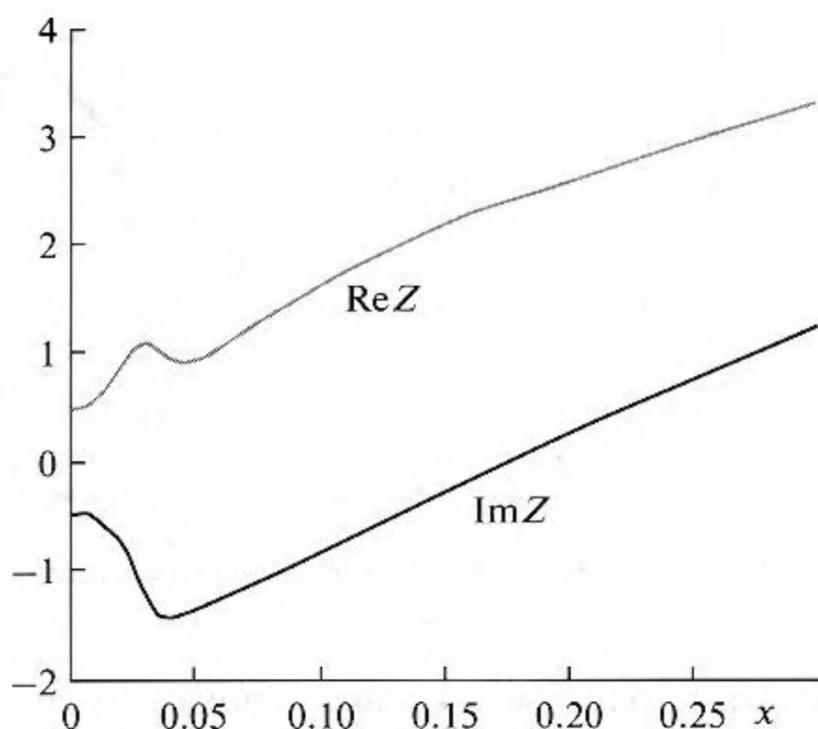


Рис. 5. Зависимость оптимального импеданса для поля двух линейных источников от координаты вдоль плоскости.

Пример оптимального распределения импеданса для поля двух источников с параметрами $x_1 = 0$, $z_1 = 0.02$ м, $x_2 = 0.07$ м, $z_2 = 0.13$ м, $A_1 = 1$, $A_2 = 0.8$ дан на рис. 5. Нужно обратить внимание на достаточно интересное поведение как вещественной, так и мнимой частей импеданса. То, что вещественная часть импеданса должна нарастать при увеличении x , очевидно. Но менее очевидно, что мнимая часть оптимального импеданса ведет себя таким сложным образом. При малых значениях x она сначала уменьшается, достигает минимума при $x = 0.04$ м, затем возрастает, становится положительной при $x = 0.175$ м и далее увеличивается примерно по линейному закону. Очевидное и полезное обобщение этого примера — поле произвольного количества точечных источников с произвольным распределением их амплитуд или поле непрерывного распределения источников. Для вычисления оптимального импеданса необходимо вычислять поле и его производную по нормали к плоскости и подставлять результаты в (1).

Поле диполя. Если в предыдущем выражении для оптимального импеданса для поля пары монополей принять, что амплитуды равны по величине и противоположны по знаку $A_1 = -A_2$, а расстояние между монополями сделать малым, то получится выражение для оптимального импеданса для поля линейного диполя около плоской границы. На рис. 6 приведена серия зависимостей оптимального импеданса для диполей, ориентированных параллельно плоскости x и помещенных на разной высоте над ней — $z_0 = 0.02, 0.04, 0.08$ м. Вещественная часть оптимального импеданса увеличивается при увеличении x , причем, чем больше z_0 , тем меньше скорость увеличения вещественной ча-

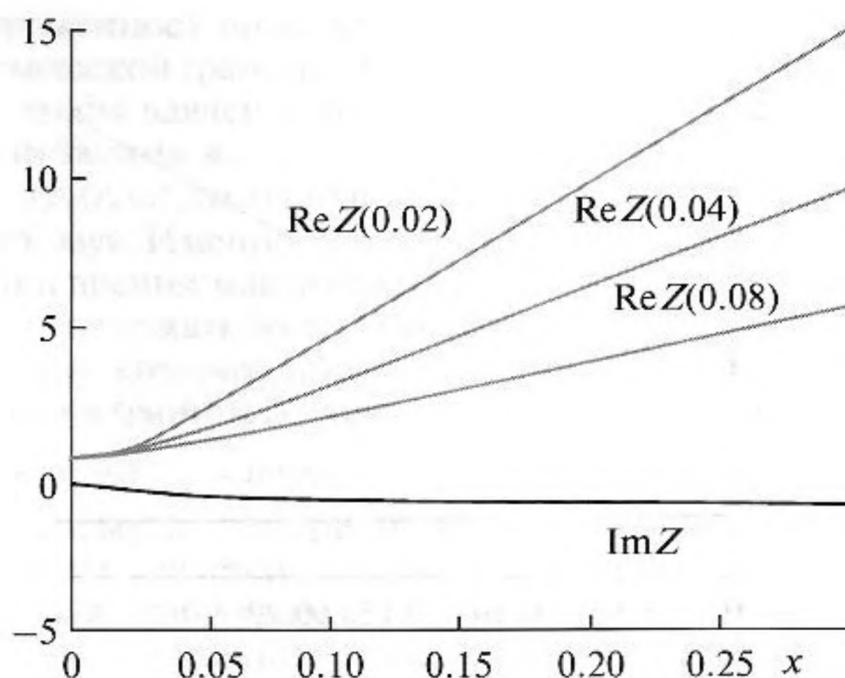


Рис. 6. Оптимальный импеданс для поля диполя при разных расстояниях диполя до плоскости.

сти импеданса. Мнимая часть импеданса не зависит от z_0 и при всех x отрицательна.

Переход к более сложным, трехмерным полям, моделирующим реальные поля источников лопаточных машин, не вносит никаких изменений в алгоритм нахождения оптимального импеданса. Эффективные монопольные и дипольные источники, в любом количестве, можно распределить внутри контрольной поверхности, окружающей реальные источники звука — движущиеся и неподвижные лопатки двигателя. Можно также задавать первичное поле непосредственно на контрольной поверхности в виде потенциалов простого и двойного слоя. Если имеется возможность экспериментального определения первичного поля, то в нем не должно быть компонент, приходящих извне — рассеянных стенками канала.

Выводы. Предложенный подход к оптимизации импеданса ЗПК стенок канала позволяет полностью поглотить ту часть первичного поля источников звука, которая взаимодействует со стенками канала. Оптимальный импеданс вычисляется по формуле (1). Главное следствие рассмотренного подхода и простейших примеров состоит в том, что параметры ЗПК нужно обязательно делать переменными вдоль стенок. Чем дальше от области источников звука, тем жестче должен быть импеданс. Существенно, что оптимальный импеданс является оптимальным только для определенного поля. При изменении поля изменяется и оптимальный импеданс. В дальнейшем необходимо исследовать чувствительность эффективности поглощения звука к отклонениям импеданса от оптимального. Впрочем, можно надеяться, что при малых отклонениях параметров покрытия от оптимального уменьшение эффективности будет иметь квадратичную зависи-

мость от этих отклонений и, следовательно, будут малым. Также представляет практический интерес исследование реализуемости найденного оптимального распределения при многочастотном поле. Необходимо ответить на вопрос: хватит ли места на поверхности канала для размещения оптимальных импедансов для каждой частоты? Разумеется, в практических задачах необходимо учитывать влияние на импеданс сдвигового течения около отверстий резонаторов и влияние амплитуды звука на импеданс резонаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tester B.J.* The optimization of modal sound attenuation in ducts in the absence of mean flow // *J. Sound Vibrat.* 1973. V. 27. P. 477–513.
2. *Campos L.M., Oliveira J.M.* On the acoustic modes in a cylindrical duct with an arbitrary wall impedance distribution // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. P. 3336–3346.
3. *Elnady T., Bod'en H., Glav R.* Application of the point matching method to model circumferentially segmented non-locally reacting liners // *AIAA.* 2001–2202.
4. *Zheng S., Zhuang M., Thiele F.* Noise prediction and optimization system for turbofan engine inlet duct design // *AIAA.* 2004–3031.
5. *Stanescu D., Mathelin L., Hussaini M.Y.* optimal acoustic design of fan inlets for tone noise radiation // *AIAA.* 2003–3269.
6. *Law T.R., Dowling A.P.* Optimization of annular and cylindrical liners for mixed exhaust aeroengines // *AIAA.* 2007–3546.
7. *Бобровницкий Ю.И.* Новое решение задачи об акустически прозрачном теле // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 6. С. 751–755.
8. *Бобровницкий Ю.И.* Импедансная теория рассеяния звука: общие соотношения // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 5. С. 601–606.
9. *Бобровницкий Ю.И.* Импедансная теория рассеяния и поглощения звука: предельные возможности пассивных рассеивателей и поглотителей // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 6. С. 742–752.
10. *Бобровницкий Ю.И.* Теория новых поглощающих и нерассеивающих покрытий повышенной эффективности // *Акуст. журн.* 2007. Т. 53. № 5. С. 613–624.