АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2011, том 57, № 6, с. 818–827

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 551.463

МЕТОДЫ РАСЧЕТА НИЗКОЧАСТОТНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ ПРИ ИЗВЕСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

© 2011 г. Б. М. Салин, М. Б. Салин

Институт прикладной физики РАН

603950 Н. Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: salin@hydro.appl.sci-nnov.ru; mikesalin@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 24.01.11 г.

Для бистатической схемы локации на тональных и тонально-импульсных сигналах в условиях мелкого моря рассматривается задача об оценке параметров реверберационного сигнала, обусловленного рассеянием звуковых волн на взволнованной поверхности. Найдены относительно простые схемы расчета, позволяющие пересчитывать трехмерные пространственно-временные спектры волнения в частотно-угловые характеристики реверберации, а также определять местоположение областей поверхности, вносящих основной вклад в интегральный уровень реверберации. Для типовых параметров ветрового волнения, характерного для мелководных закрытых водоемов, выполнен расчет спектра реверберации и произведена оценка расположения областей рассеяния, формирующих компоненты указанного спектра.

Ключевые слова: рассеяние на поверхностном волнении, акустическая реверберация, брэгговское рассеяние, распространение в мелком море.

В ряде последних работ [1–7] активно исследуется один из наиболее вероятных механизмов формирования низкочастотного[1] реверберационного сигнала – брэгговское рассеяние акустических волн на пространственной структуре ветрового волнения. Этот механизм основывается на отражении (при выполнении известных условий относительно соотношения волновых векторов акустических и ветровой волн) тонального акустического сигнала от движущихся цугов поверхностных волн.

В настоящей работе основное внимание уделено вопросам, каким образом по известным характеристикам ветрового волнения можно рассчитать основные параметры реверберации. Или, иными словами, предстоит выяснить как основные параметры цуга волн, а именно его характерный размер по фронту волны и нормали к ней, пространственная частота и скорость движения влияют на спектральные и угловые характеристики реверберации.

При выполнении расчетов будем использовать известное [4] выражение для расчета в произвольной точке волновода $\mathbf{r}_0$ комплексной амплитуды поля $\Delta p(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$, обусловленного рассеянием акустической волны с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$ на элементарном участке поверхности Δs,

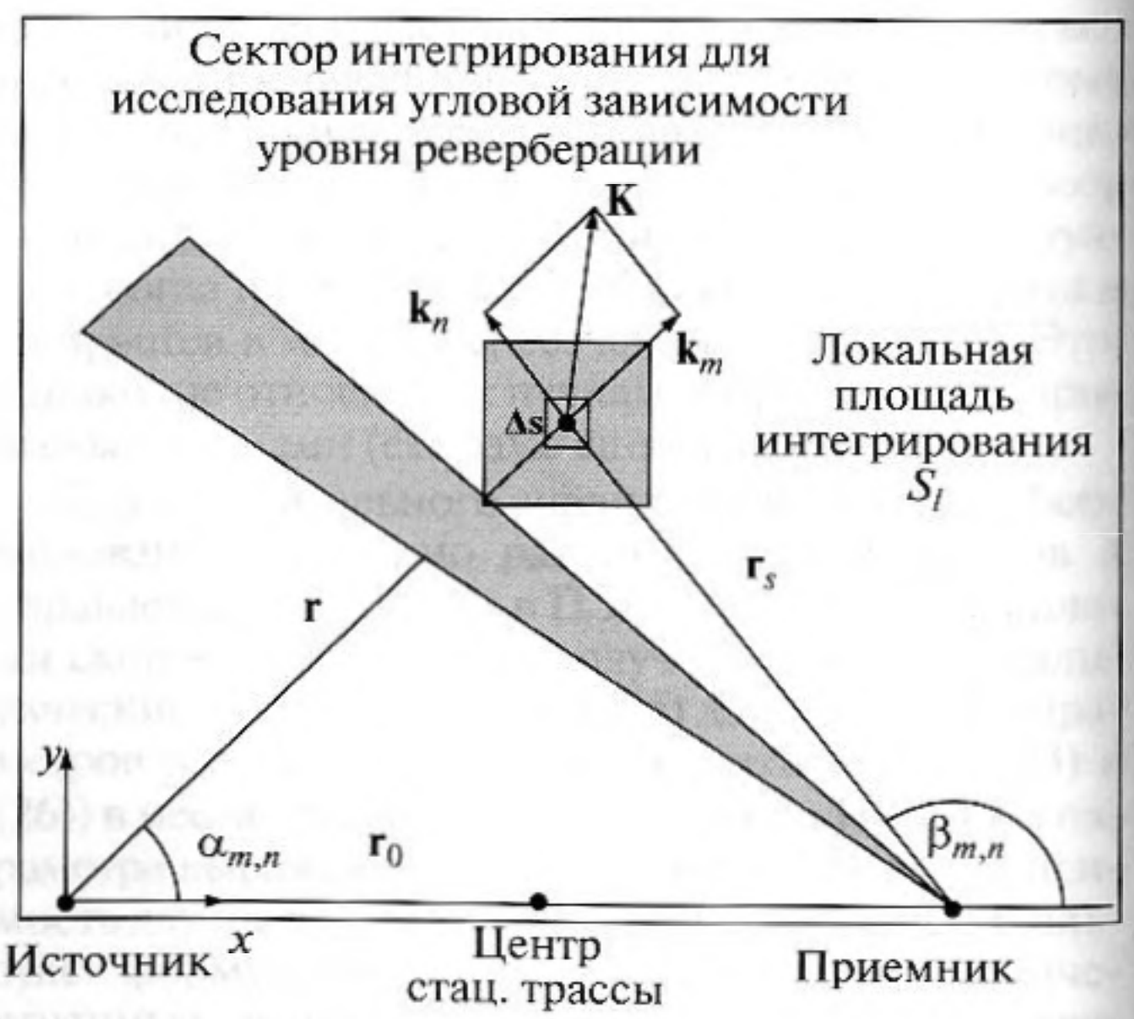

Рис. 1. Схема расположения в плоскости горизонта источника, приемника, области рассеяния, горизонтальных проекций акустических векторов $\mathbf{k}_m$, $\mathbf{k}_n$ и волнового вектора ветровой волны $\mathbf{K}$, удовлетворяющих условию брэгговского рассеяния.

[1] Предполагается выполнение условия Рэлея – произведение вертикальной компоненты волнового вектора акустической волны на характерную высоту ветровой волны меньше единицы.

находящемся в окрестности точки $\mathbf{r}$ (см. рис. 1) и колеблющемся с произвольной временной зависимостью $\eta(\mathbf{r}, t)$

$$\Delta p(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \frac{p_0}{2\sqrt{r_s r}} \sum_{m,n} \frac{\psi'_m(0)\psi'_n(0)\psi_m(z_0)\psi_n(z)}{\sqrt{k_m k_n}} \times \quad (1)$$
$$\times \exp(ik_m r + ik_n r_s)\eta(\mathbf{r}, t)\Delta s.$$

Здесь вектор $\mathbf{r}_s = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ (см. рис. 1); p_0 – амплитуда поля давления точечного источника на расстоянии 1 м; m, n, ψ_m, ψ_n и k_m, k_n – номера мод волновода, вертикальное распределение мод и их продольные волновые числа соответственно; z_0, z – глубины источника и приемника. Временная зависимость $\exp(-i\omega t)$ в (1) опущена. Здесь и далее будем использовать строчные буквы f, ω, λ, k для обозначения величин, относящихся к акустике, а заглавные буквы Ω, Λ, K (исключая F) – для поверхностного волнения. Доплеровский сдвиг акустической частоты, как правило, равный частоте поверхностных волн, будем обозначать f_{dop} или $\Omega/2\pi$.

В правой части (1) также опущено[2] время запаздывания t_{lag}, равное отношению дистанции от рассеивателя до приемника r_s к скорости C ($t_{\text{lag}} = r_s/C$). Возможность исключения из расчетов указанного времени запаздывания t_{lag} будет обоснована далее.

Выражение (1) получено для дальней зоны источника и рассеивателя при выполнении условия Релея относительно смещения поверхности $\eta(\mathbf{r}, t)$ и вертикальной компоненты волнового вектора k_z ($k_z\sqrt{\overline{\eta(\mathbf{r},t)^2}} \ll 1$). При выводе (1) предполагалось, что акватория однородна по $\mathbf{r}$, а изменения во времени $\eta(\mathbf{r}, t)$ медленные (не более 1–2 Гц) по сравнению с акустической волной (более десятка Герц). Также предполагается, что амплитуда акустической волны на частоте излучателя ω на всей акватории значительно превышает уровень реверберационной помехи, что позволяет не учитывать эффекты многократного рассеяния звука на неоднородной поверхности.

Используя усредненные значения мод однородного волновода глубиной H ($\overline{|\psi_m(z_0)|^2} = \overline{|\psi_n(z)|^2} = 1/H$), граничное условие на свободной невозмущенной поверхности в виде $\psi'_m(0) = \left(\sqrt{2/H}\right)k\sin\chi_m$, $\psi'_n(0) = \left(\sqrt{2/H}\right)k\sin\chi_n$, где $\chi_{m,n} = \arccos(k_{m,n}/k)$, а также заменяя (для уменьшения громоздкости) отношение $\sin\chi_{m,n}/\sqrt{\cos\chi_{m,n}}$ на $\text{tg}\chi_{m,n}$ и выполняя нормирование (1) на среднее значение уровня прямого сигнала в точке приема $p(r_0)$, ($p(r_0) = p_0\sqrt{2\chi_*/r_0 H}$ [4], χ_* – угол захвата волновода), преобразуем (1) к более простому виду

$$\Delta p_{norm}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \frac{\Delta p(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)}{p(r_0)} =$$
$$= \frac{k\sqrt{r_0}}{H^{3/2}\sqrt{2\chi_* r r_s}} \sum_{m,n} \text{tg}\chi_m \text{tg}\chi_n \exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)\eta(\mathbf{r}, t)\Delta s. \quad (2)$$

Далее путем интегрирования по $\mathbf{r}$ этого выражения по всей поверхности S (за исключением ближних зон источника и приемника), находим для точки $\mathbf{r}_0$ комплексную амплитуду нормированного рассеянного (реверберационного) сигнала

$$p_{norm}(\mathbf{r}_0, t) = \frac{k\sqrt{r_0}}{H^{3/2}\sqrt{2\chi_*}} \times$$
$$\times \sum_{m,n} \text{tg}\chi_m \text{tg}\chi_n \int_S \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{r r_s}} \eta(\mathbf{r}, t) ds. \quad (3)$$

Выражение (3) переводит измеренное в окрестности стационарной трассы поле поверхностного волнения $\eta(\mathbf{r}, t)$ во временную зависимость комплексной амплитуды акустического сигнала на частоте ω, принимаемого гидрофоном в точке $\mathbf{r}_0$.

Вообще говоря, выражение (3), на основе текущих измерений двумерного профиля колебания поверхности $\eta(\mathbf{r}, t)$, позволяет с учетом времени запаздывания t_{lag} рассчитать временную зависимость рассеянного сигнала в произвольном наборе точек $\mathbf{r}_0$. Значения $\eta(\mathbf{r}, t)$ могут быть найдены, например, с использованием оптических методов и средств контроля поверхностного волнения [8]. Однако в большинстве случаев удобнее иметь дело со статистическими характеристиками рассеянного сигнала, полученными на основе усредненных пространственно-временных спектров волнения.

Зная, согласно (3), комплексные значения рассеянного поля в некоторой совокупности точек $\mathbf{r}_0$, можно, например, рассчитать двумерный (частота–угол) спектр мощности рассеянного сигнала, однако первоначально выполним расчет одномерного спектра, используя следующую схему расчета.

Во-первых, разобьем всю поверхность акватории S на отдельные площадки S_l (см. рис. 1), характерный размер которых $d_l \sim \sqrt{s_l}$ (s_l – площадь участка S_l) заведомо больше радиуса корреляции ветровых волн. Представим нормированный выходной сигнал приемного устройства $p_{norm}(\mathbf{r}_0, t)$ в виде суперпозиции некогерентных слагаемых – сигналов, определяемых рассеянием звуковой волны с номе-

[2] В общем виде в правой части (1) должна быть стоять величина вида $\eta(\mathbf{r}, t - (r_s/C))$.

рами m, n на отдельных участках взволнованной поверхности S_l

$$\int_S \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{rr_s}} \eta(\mathbf{r},t)\,ds = \sum_l \int_{S_l} \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{rr_s}} \eta(\mathbf{r},t)\,ds = \sum_l g_{m,n,l}(t), \quad (4)$$

$$p_{norm}(\mathbf{r}_0,t) = \frac{k\sqrt{r_0}}{H^{3/2}\sqrt{2\chi_*}} \sum_{m,n,l} \mathrm{tg}\chi_m \mathrm{tg}\chi_n g_{m,n,l}(t), \quad (5)$$

где l – номер участка рассеивающей поверхности, а $g_{m,n,l}(t) = \int_{S_l} \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{rr_s}} \eta(\mathbf{r},t)\,ds$ – некоррелированные временные зависимости – компоненты (составляющие) рассеянного сигнала, измеренного в точке $\mathbf{r}_0$.

Первоначально оценим необходимость учета или неучета времени запаздывания t_{lag} при расчете поля рассеяния от локального участка S_l в виде (4), (5). Максимальный размер когерентной структуры ветрового волнения, как правило, не превышает десяти длин ветровых волн 10Λ, тогда характерный размер областей S_l можно выбрать в виде $d_l = 10\Lambda$. Полагая, что максимальное время задержки относительно центра области интегрирования $t_{\text{lag}} = d_l/2C$ не должно превышать, например, 1/10 периода ветровой волны $2\pi/\Omega$ ($t_{\text{lag}} < 0.1 \times 2\pi/\Omega$). Исходя из этих соотношений и учитывая дисперсионную зависимость ветровых волн для глубокого океана в виде $\Omega = \sqrt{g\,2\pi/\Lambda}$, мы получаем следующее ограничение на частоту поверхностных волн $\Omega/2\pi > 50g/2\pi C$ или $\Omega/2\pi > 0.05$ Гц. Другими словами, при расчете рассеяния на поверхностном волнении, частоты которого превышают 0.05 Гц (что в реальных условиях, как правило, выполняется), можно не учитывать время запаздывания t_{lag} и использовать для вычислений $p_{norm}(\mathbf{r}_0, t)$ выражения (4) и (5).

Во-вторых, перейдем от временного описания процессов к усредненному по определенному числу реализаций спектральному представлению. Расчет текущих спектров ветрового волнения $\eta_j(\mathbf{r}, \Omega)$ в некоторой совокупности точек $\mathbf{r}$ будем выполнять согласно выражению

$$\eta_j(\mathbf{r},\Omega) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{Tj}^{T(j+1)} \eta(\mathbf{r},t) e^{i\Omega(t-Tj)}\,dt. \quad (6)$$

Преобразуем (5) с учетом (6) к виду

$$p_{norm\,j}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{k\sqrt{r_0}}{H^{3/2}\sqrt{2\chi_*}} \sum_{m,n,l} \mathrm{tg}\chi_m \mathrm{tg}\chi_n g_{m,n,l,j}(\Omega), \quad (7)$$

где $p_{norm\,j}(\mathbf{r}_0, \Omega)$ – j-я реализация спектра нормированного реверберационного сигнала, измеренного в точке $\mathbf{r}_0$,

$$g_{m,n,l,j}(\Omega) = \int_{S_l} \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{rr_s}} \eta_j(\mathbf{r},\Omega)\,ds \quad (8)$$

с точностью до коэффициента $1/\sqrt{rr_s}$ пропорционально комплексному значению (не усредненному) пространственного спектра волнения, взятому по поверхности S_l (интеграл берется по точкам $\mathbf{r}$, которые попадают в область S_l) от комплексных амплитуд колебаний поверхности на частоте Ω.

Размер временного окна T для преобразования Фурье (6) необходимо выбирать, исходя из характерной ширины основного пика в спектре колебаний поверхности. Для морских условий при положении спектрального максимума в диапазоне 0.1–0.2 Гц длительность T должна составлять порядка 50–100 с. Для мелководных ограниченных участков с максимумом ветрового на частотах ~ 0.2–0.5 Гц, T ~ 20–50 с.

Разбиение поверхностного волнения на некоррелируемые участки позволяет (без учета интерференцию мод) вычислять спектральную плотность мощности рассеянного одной площадкой сигнала и затем, например, складывая энергетические спектры со всех площадок, находить нормированную спектральную плотность мощности реверберационного сигнала в точке приема $p^2_{norm}(\mathbf{r}_0, \Omega)$

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = C_0 \sum_{m,n,l} \mathrm{tg}^2(\chi_m)\mathrm{tg}^2(\chi_n) g^2_{m,n,l}(\Omega), \quad (9)$$

где

$$C_0 = \frac{k^2 r_0}{H^3 2\chi_*},$$

$$g^2_{m,n,l}(\Omega) = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} \left| \int_{S_l} \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{rr_s}} \eta_j(\mathbf{r},\Omega)\,ds \right|^2. \quad (10)$$

Предполагая, что все площадки с номерами l унифицированы (одинаковые размеры и площадь поверхности интегрирования s), выражение (9) можно еще более упростить путем обратного перехода от дискретного суммирования по l квадратичных величин $g^2_{m,n,l}(\Omega)$ к непрерывному интегрированию по всей поверхности акватории S.

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = C_0 \sum_{m,n} \mathrm{tg}^2(\chi_m)\,\mathrm{tg}^2(\chi_n) \int_S g^2_{m,n}(\tilde{\mathbf{r}},\Omega)\,ds, \quad (11)$$

где

$$g^2_{m,n}(\tilde{\mathbf{r}},\Omega) = \frac{1}{sJ}\sum_{j=1}^{J} \left| \int_{S_r} \frac{\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)}{\sqrt{rr_s}} \eta_j(\mathbf{r},\Omega)\,ds \right|^2, \quad (12)$$

S_r – область пространства интегрирования вокруг точки $\tilde{\mathbf{r}}$ с унифицированными размерами и площа-

дью поверхности, равной s; S – вся область акватории, на которой происходит рассеяние (границы области $\longrightarrow \infty$); $\tilde{\mathbf{r}}$ (и соответственно $\tilde{\mathbf{r}}_s$) – координата центра унифицированной площадки S_r.

Представленная операция по замене выражений (9), (10) на (11), (12) аналогичная нахождению среднеквадратичных значений текущего спектра, когда смещение окна анализа осуществляется не на длину окна и даже не на пол окна, а, например, на период дискретизации сигнала по пространству.

Исследуем более подробно вид слагаемых (10), (12), входящих в выражение для суммарного спектра реверберации в точке $\mathbf{r}_0$ (9), (11).

Выражение (10), (12) напоминает выборку из пространственного спектра мощности ветрового волнения

$$G^2(\mathbf{K},\Omega) = \frac{1}{4\pi^2 sJ}\sum_{j=1}^{J}\left|\int_{S_r}\exp(-i\mathbf{K}\mathbf{r})\,\eta_j(\mathbf{r},\Omega)ds\right|^2 \qquad (13)$$

для значения волнового вектора $\mathbf{K}$, равного $\mathbf{K} = -\mathbf{K}_{m,n}(\tilde{r},\tilde{r}_s) = -k_m\frac{\tilde{\mathbf{r}}}{\tilde{r}} - k_n\frac{\tilde{\mathbf{r}}_s}{\tilde{r}_s}$, но с двумя оговорками.

1. Значение волнового вектора $\mathbf{K}_{m,n}(r, r_s)$ в указанных выражениях (10), (12), вообще говоря, изменяется на площади интегрирования S_r как по направлению, так и по модулю. Однако, если характерный размер площадки $\sqrt{s}$ много меньше значений r, r_s, r_0, то отличием пространственной структуры вида $(rr_s)^{-0.5}\exp(i\kappa_m r + i\kappa_n r_s)$ от плоской волны в первом приближении можно пренебречь, особенно при широком угловом спектре волнения или при r, и $r_s \gg r_0$.

В этом случае средние значения $1/r$, и $1/r_s$ можно вынести за знак интеграла, а в (12) вместо $\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r}) = k_m\frac{\mathbf{r}}{r} + k_n\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_0}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}$ можно подставить значение волнового вектора $\mathbf{K}_{m,n}(\tilde{r},\tilde{r}_s)$, соответствующее центру области интегрирования S_r. Выражение (12) при этом преобразуется к виду

$$g^2_{m,n}(\tilde{\mathbf{r}},\Omega) \simeq \frac{1}{s\tilde{r}|\tilde{\mathbf{r}}-\mathbf{r}_0|J}\times$$

$$\times\sum_{j=1}^{J}\left|\int_{S_r}\eta_j(x,y,\Omega)\exp\left(iKx_{m,n}(\tilde{\mathbf{r}})x + iKy_{m,n}(\tilde{\mathbf{r}})y\right)ds\right|^2 \qquad (14)$$

где x, y – координаты точек внутри области интегрирования, а $Kx_{m,n}$ и $Ky_{m,n}$ – проекции вектора $\mathbf{K}_{m,n}(\tilde{\mathbf{r}})$ на оси $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$.

2. Выражение (14) написано для положительных частот Ω. Так как колебания поверхности $\eta(\mathbf{r}, t)$ описывается действительной функцией, то спектр колебаний (6) в области отрицательных частот Ω является комплексно сопряженным по отношению к спектру для положительных Ω.

$$\text{Для } \Omega < 0 \quad \eta_j(\mathbf{r},\Omega) = \eta_j^*(\mathbf{r},|\Omega|). \qquad (15)$$

Подставляя (14) в (13), получаем формулу для расчета величины $g^2_{m,n}(\mathbf{r},\Omega)$ в отрицательной области частоты Ω (для устранения громоздкости в формулах волнистая линия над r здесь и в дальнейшем не ставится, подразумевая при этом, что r – центр площадки интегрирования S_r). Для $\Omega < 0$

$$g^2_{m,n}(\mathbf{r},\Omega) \simeq \frac{1}{sr|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|J}\times$$

$$\times\sum_{j=1}^{J}\left|\int_{S_r}\eta_j(x,y,|\Omega|)\exp\left(-iKx_{m,n}(\mathbf{r})x - iKy_{m,n}(\mathbf{r})y\right)ds\right|^2 \qquad (16)$$

Выражения (14) и (16) показывают, что расходящиеся от центра трассы поверхностные волны дают вклад в отрицательную область доплеровских частот сигнала рассеяния, а сходящиеся – в положительную область. С учетом указанных условий значения $g^2_{m,n}(\mathbf{r},\Omega)$, определяемые выражениями (14) и (16), с точностью до множителя $4\pi^2/r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|$ фактически совпадают с выборкой из измеряемой величины – пространственно-временной спектральной плотностью мощности поверхностного волнения $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$.

На рис. 2 для примера представлены пространственно-временные спектры ветрового волнения $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$ для частот $\Omega/2\pi = 1.0$, 1.2 и 1.6 Гц, измеренные в мелководной (H = 20 м), ограниченной по пространству акватории Ладожского озера с использованием оптической схемы и метода измерений [8, 9]. Измеренные значения относительной ширины линий ($\Delta K/K$) пространственного спектра представлены в таблице.

С учетом сделанных замечаний, преобразуем выражения (14) и (16), подставив в них соответствующие значения пространственного спектр волнения $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$ на частотах $\mathbf{K} = -\mathbf{K}_{m,n}(r, r_s)$

$$g^2_{m,n}(\mathbf{r},\Omega) \simeq \frac{4\pi^2}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}G^2\left(-\text{sign}\Omega\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r}),|\Omega|\right). \qquad (17)$$

Подставляя (17) в (11), находим искомое выражение нормированного спектра реверберационного сигнала в виде интеграла по всей поверхности S от значений трехмерного спектра мощности поверхностного волнения

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{2\pi^2 k^2 r_0}{H^3\chi_*}\sum_{m,n}\text{tg}^2(\chi_m)\,\text{tg}^2(\chi_n)\times$$
$$\times\int_S\frac{G^2\left(-\text{sign}\Omega\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r}),|\Omega|\right)}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}ds. \qquad (18)$$

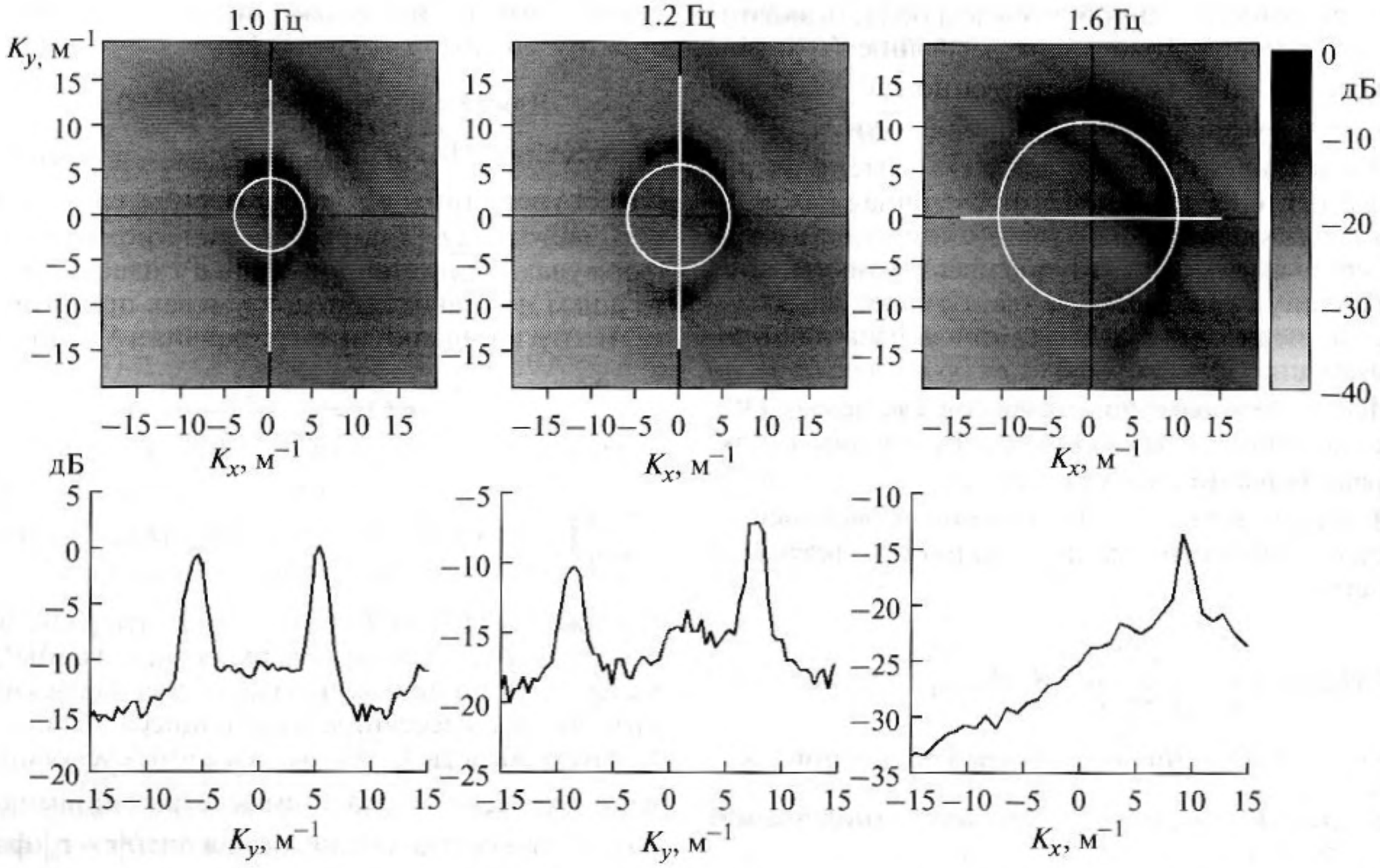

Рис. 2. Спектральная плотность мощности поверхностного волнения $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$, ее сечения по оси K_y ($K_x = 0$) (рис. 2а, 2б) и оси K_x ($K_y = 0$) (рис. 2в), измеренные на частотах $\Omega/2\pi = 1.0$, 1.2 и 1.6 Гц (рис. 2а–2в соответственно). Разрешение спектрального анализа по частоте 0.1 Гц, по пространственной координате $\Delta K = 0.9$ м$^{-1}$. Сечения $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$ построены в едином масштабе, за 0 дБ принят максимум спектра на частоте 1.0 Гц. Двумерные спектры нормированы на максимум в каждом рисунке.

Здесь (см. рис. 1) $r|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = \sqrt{\left(x^2 + y^2\right)\left((x - r_0)^2 + y^2\right)}$,

Проекция $\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r})$ на ось x

$$\left(\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r})\right)_x = \frac{xk_m}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{(x - r_0)k_n}{\sqrt{(x - r_0)^2 + y^2}}, \qquad (19)$$

проекция $\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r})$ на ось y

$$\left(\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r})\right)_y = \frac{yk_m}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{yk_n}{\sqrt{(x - r_0)^2 + y^2}}. \qquad (20)$$

При необходимости модуль вектора $\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r})$ можно рассчитать, исходя из указанных значений его проекций.

Аналогичное (18) выражение приводится в [1], однако в данной работе авторами рассматриваются характеристики ветрового волнения не в виде трехмерных $G^2(\mathbf{K}, \Omega) = G^2(|\mathbf{K}|, \theta, \Omega)$, а в виде двумерных $G^2(\Omega^2/g, \theta, \Omega)$ спектров, полагая существование жесткой взаимосвязи модуля вектора $\mathbf{K}$ и частоты ветрового волнения Ω в виде известного дисперсионного соотношения $K = \Omega^2/g$. В нашей работе ис-

Таблица

Частота $\Omega/2\pi$ (Гц)	1.0	1.2	1.6
Экспериментально измеренные (по уровню −5 дБ) значения относительной ширины компоненты спектра $\Delta K/K$	1/3	1/3	1/3
Оценка минимальной относительной ширины линии из разрешения спектрального анализа по временной координате	1/5	1/6	1/8
Оценка минимальной относительной ширины линии из разрешения спектрального анализа по пространственным координатам	1/6	1/8	1/9

пользуются более общее представление ветрового волнения в виде 3-D спектров с конечной шириной полосы ΔK при фиксированном значении Ω.

Выражение (18) записано без учета затухания, что, вообще говоря, приводит к увеличению вклада в рассеяние звука от удаленных ($r \gg r_0$) участков поверхности. При учете затухания и использовании в (2) более точной комбинации тригонометрических функций, выражение (18) преобразуется к виду

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{2\pi^2 k^2 r_0 \exp(\alpha_0 r_0)}{H^3 \chi_*} \sum_{m,n} \frac{\sin^2(\chi_m)\sin^2(\chi_n)}{\cos(\chi_m)\cos(\chi_n)} \times \tag{18*}$$
$$\times \int_S \frac{G^2(-\mathrm{sign}\Omega \cdot \mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r}), |\Omega|)}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|\exp(\alpha_m r)\exp(\alpha_n|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)} ds,$$

где коэффициенты α_m, α_n характеризуют затухание мод с номерами m и n, α_0 – усредненный коэффициент затухания звука на трассе r_0. При наличии информации о номенклатуре мод на различных участках поверхности S, в подынтегральное выражение формулы (18*) можно добавить множитель, зависящий от m, n и $\mathbf{r}$, который будет учитывать информацию относительно изменения модового состава акустического поля на акватории.

В предыдущих работах, посвященных рассеянию на поверхностном волнении [4–7], использовалась модель брэгговского рассеяния звука на плоской безграничной в продольном и поперечном направлениях поверхностной волне. При этом область интегрирования S_r и фактически область когерентности ветрового волнения определялась характерными размерами зон Френеля $\sqrt{\lambda r}$ и $\sqrt{\lambda|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}$. В выражении (18) входит реальная измеряемая характеристика волнения – частотно-угловая зависимость спектральной плотности мощности поверхностного волнения $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$. В связи с этим возникает естественный вопрос: будет ли указанное выражение трансформироваться в ранее построенные зависимости при стремлении пространственного спектра ветрового волнения к дельта-функции вида $G^2(\mathbf{K}, \Omega) = \delta(\mathbf{K}-\mathbf{K}_0)G^2(\Omega)$.

Предположим, что пространственный спектр ветрового волнения определяется выражением $G^2(\mathbf{K}, \Omega) = G^2(\Omega)/(\Delta K_x \Delta K_y)$ для волнового вектора $\mathbf{K}$, проекции которого K_x, K_y удовлетворяют условиям $K_{0x} < K_x < K_{0x} + \Delta K_x$ и $K_{0y} < K_y < K_{0y} + \Delta K_y$ ($\Delta K_x/K_{0x}$; $\Delta K_y/K_{0y} \ll 1$), а вне прямоугольника со сторонами ΔK_x, ΔK_y $G^2(\mathbf{K}, \Omega) = 0$.

Исходя из условия, что на плоскости x, y (см. рис. 1) для мод с волновыми числами k_m и k_n найдется реальная точка, определяемая углами $\alpha_{m,n}$ и $\beta_{m,n}$, в которой выполняется условие Брэгга

$$\begin{cases} k_m \cos\alpha_{m,n} + k_n \cos\beta_{m,n} = K_x \\ k_m \sin\alpha_{m,n} + k_n \sin\beta_{m,n} = K_y \end{cases}, \tag{21}$$

вычислим нормированное поле рассеяния в виде интеграла (18). Несложно показать, что прямоугольник в системе координат K_x, K_y со сторонами ΔK_x, ΔK_y в системе координат x, y будет иметь площадь

$$\Delta s = \frac{\Delta K_x \Delta K_y r_0^2 \sin\alpha_{m,n} \sin\beta_{m,n}}{k_m k_n \sin^4(\alpha_{m,n} - \beta_{m,n})}. \tag{22}$$

Подставляя (22) в (18) и вынося из-под интеграла значение спектральной плотности волнения $G^2(\mathbf{K}, \Omega) = G^2(\Omega)/(\Delta K_x \Delta K_y)$, приходим к выражению для уровня рассеянного сигнала

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{2\pi^2 k^2 r_0 G^2(\Omega)}{H^3 \chi_*} \sum_{m,n} \frac{\mathrm{tg}^2(\chi_m)\mathrm{tg}^2(\chi_n)}{k_m k_n \sin^2(\alpha_{m,n} - \beta_{m,n})}.$$

или, считая $k_m k_n \approx k^2$, получаем следующее выражение спектра реверберации

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{2\pi^2 r_0 G^2(\Omega)}{H^3 \chi_*} \sum_{m,n} \frac{\mathrm{tg}^2(\chi_m)\mathrm{tg}^2(\chi_n)}{\sin^2(\alpha_{m,n} - \beta_{m,n})}. \tag{23}$$

В работе [7], в которой использована модель рассеяния звука на плоских безграничных поверхностных волнах, для расчета нормированного сигнала рассеяния $p^2_{norm.pl}$ получено выражение

$$p^2_{norm.pl}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{2\pi^2 r_0 G^2(\Omega)}{H^3 \chi_*} \sum_{m,n} \mathrm{tg}^2(\chi_m)\mathrm{tg}^2(\chi_n), \tag{24}$$

которое отличается от (23) только отсутствием в знаменателе квадрата синуса разности азимутальных углов падающего и рассеянного сигналов, определяемых системой уравнений (21). Таким образом, отношение этих величин в среднем равно

$$p^2_{norm.pl}(\mathbf{r}_0,\Omega) \Big/ p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \sin^2(\alpha - \beta), \tag{25}$$

где $\sin^2(\alpha-\beta)$ – среднее значение от $\sin^2(\alpha_{m,n} - \beta_{m,n})$. При выводе (24) для оценки площади зоны Френеля использовалось произведение $\sqrt{\lambda r}$ на $\sqrt{\lambda|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}$, при этом предполагалось, что вектора $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}-\mathbf{r}_0$ ортогональны. Из этого следует, что $|\alpha-\beta| = 90°$. Отсюда можно сделать вывод, что для случая квазиплоской ветровой волны расчет нормированного спектра реверберации, выполненный с использованием выражения (18) и с использованием ранее полученных формул, дает очень близкие результаты (расхождение для случая $|\alpha-\beta| = 90°$ составило 0 дБ).

Выполним аналитический расчет временного спектра реверберации, основываясь на 2-х моделях ветрового волнения. В качестве условий распространения выберем характеристики акватории, на которой были измерены спектры ветрового волнения рис. 2 и получены определенные данные по параметрам реверберации [9, 10].

Модель 1. Первоначально выберем изотропный по углу спектр волнения (26), существующий в

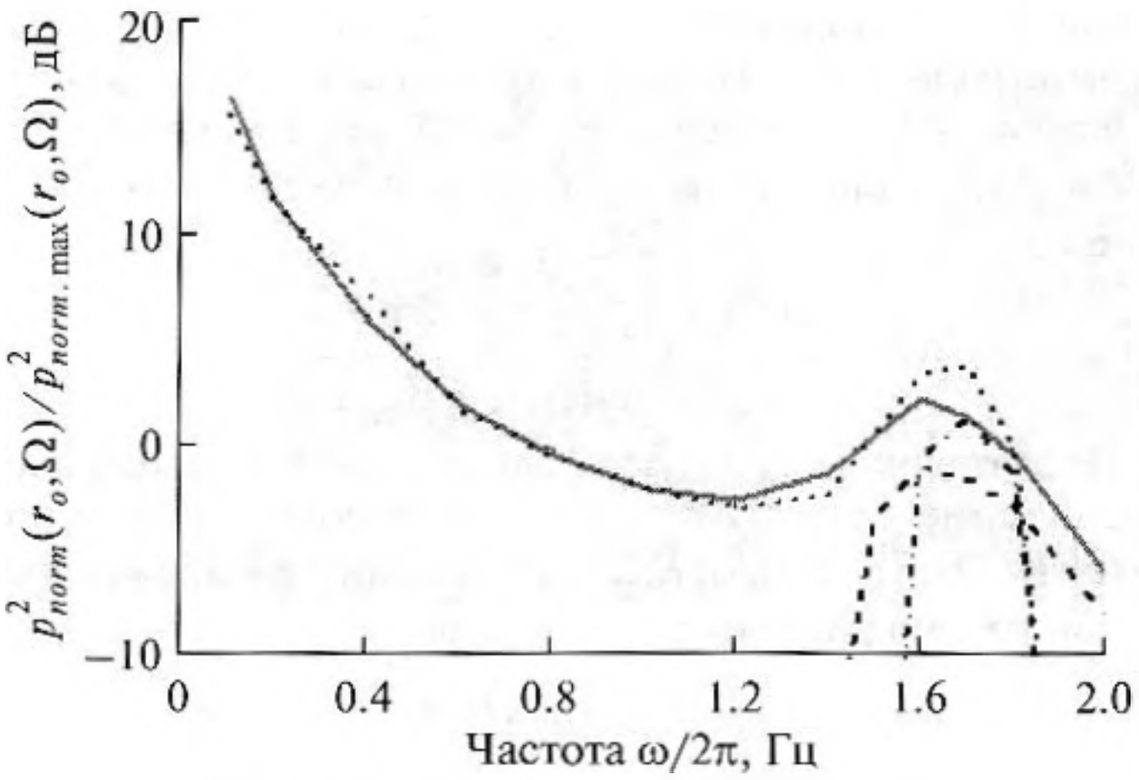

Рис. 3. Отношение $p^2_{norm}(r_0,\Omega)\big/ p^2_{norm.\max}(r_0,\Omega)$, рассчитанное для ветрового волнения с изотропной диаграммой направленности и относительной шириной спектра по пространственной частоте $\Delta K/K_0 = 1/2$ (сплошная линия) и $\Delta K/K_0 = 1/4$ (пунктир). Штрихами и штрих пунктиром изображены спектры реверберации, обусловленные рассеянием звука на поверхности, находящейся на расстоянии 1–3 км от центра стац. трассы (см. рис. 1), для широкой ($\Delta K/K_0 = 1/2$) и узкой ($\Delta K/K_0 = 1/4$) полосы пространственного спектра волнения соответственно.

определенном интервале изменения модуля волнового числа K,

$$G^2(K,\Omega) = \begin{cases} C_1\left(1+\cos\left(\pi\dfrac{K-K_0}{\Delta K}\right)\right) \\ \text{для } K_0-\Delta K < K < K_0+\Delta K, \\ 0 \quad \text{вне интервала} \end{cases} \tag{26}$$

где K_0 определяется значением частоты ветрового волнения Ω и дисперсионным соотношением вида $K_0 = \Omega^2/g$, ΔK – ширина пространственного спектра на частоте Ω по уровню 0.5 от его максимального значения[3].

Значение C_1 находится из условия нормировки

$$G^2(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G^2(K,\Omega)\,dKx\,dKy = 2\pi\int_0^{\infty} KG^2(K,\Omega)\,dK = 4\pi C_1 K_0 \Delta K$$

или

$$C_1 = G^2(\Omega)\big/4\pi K_0\Delta K. \tag{27}$$

[3] Помимо физических предпосылок, ширина ΔK зависит также от ширины полосы (разрешения) спектрального анализа по Ω и K.

В ряде случаев удобнее использовать не ширину пространственного спектра ΔK, а безразмерную величину – относительную длину цуга волн $\Theta = K_0/\Delta K$. Параметр Θ (обратная величина для относительной ширины полосы спектральной линии) определяет характерное количество периодов в цуге ветровой волны.

С учетом (26), (27) и дисперсионной зависимости $K_0 = \Omega^2/g$ выражение (18) можно привести к виду

$$p^2_{norm}(\mathbf{r}_0,\Omega) = \frac{\pi g^2 k^2 r_0 \Theta G^2(\Omega)}{2\Omega^4 H^3 \chi_*}\sum_{m,n}\mathrm{tg}^2(\chi_m)\,\mathrm{tg}^2(\chi_n)\times \\ \times\int_S\left(1+\cos\left(\Theta\pi\left(\frac{K_{m,n}(\mathbf{r})}{\Omega^2/g}-1\right)\right)\right)\frac{\sigma(K_{m,n}(\mathbf{r}),|\Omega|)}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\,ds, \tag{28}$$

где $\sigma(K_{m,n},|\Omega|)$ – ступенчатая функция, равная 1 для $K_{m,n}$, удовлетворяющих неравенству $\frac{\Omega^2}{g}(1-1/\Theta) < K_{m,n} < \frac{\Omega^2}{g}(1+1/\Theta)$, и равная 0 в остальных случаях. Выражение (28) близко по своей структуре к приводимой ранее [4, 5] оценке максимального нормированного уровня рассеянного сигнала

$$p^2_{norm.\max}(r_0,\Omega) = \frac{2k^2 r_0 \chi_*^5}{9H}G^2(\Omega). \tag{29}$$

Из сравнения (28) и (29) видно, что в указанные выражения одинаковым образом входят дистанция r_0, волновое число k и одномерный спектр ветрового волнения $G^2(\Omega)$, поэтому в дальнейшем имеет смысл приводить и рассчитывать отношение этих величин

$$\frac{p^2_{norm}(r_0,\Omega)}{p^2_{norm.\max}(r_0,\Omega)} = \frac{9\pi g^2\Theta}{4\Omega^4 H^2\chi_*^6}\sum_{m,n}\mathrm{tg}^2(\chi_m)\,\mathrm{tg}^2(\chi_n)\times \\ \times\int_S\left(1+\cos\left(\Theta\pi\left(\frac{K_{m,n}(\mathbf{r})}{\Omega^2/g}-1\right)\right)\right)\frac{\sigma(K_{m,n}(\mathbf{r}),|\Omega|)}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\,ds. \tag{30}$$

На рис. 3 в децибельном масштабе приведены результаты расчетов нормированных спектров поля $p^2_{norm}(r_0,\Omega)\big/ p^2_{norm.\max}(r_0,\Omega)$ (положительные доплеровские частоты) для акустической трассы [9, 10] с параметрами: $r_0 = 400$ м, глубина волновода $H = 20$ м, частота сигнала источника $f = 1.5$ кГц, угол захвата лучей в волноводе $\chi_* = 26.7°$. Спектр волнения $G^2(K, \Omega)$ выбран в виде (26), (27) для Θ, равного 2 (сплошная линия) и 4 (пунктир). Вычисление интеграла (18) производилось в радиусе 1600 м от центра

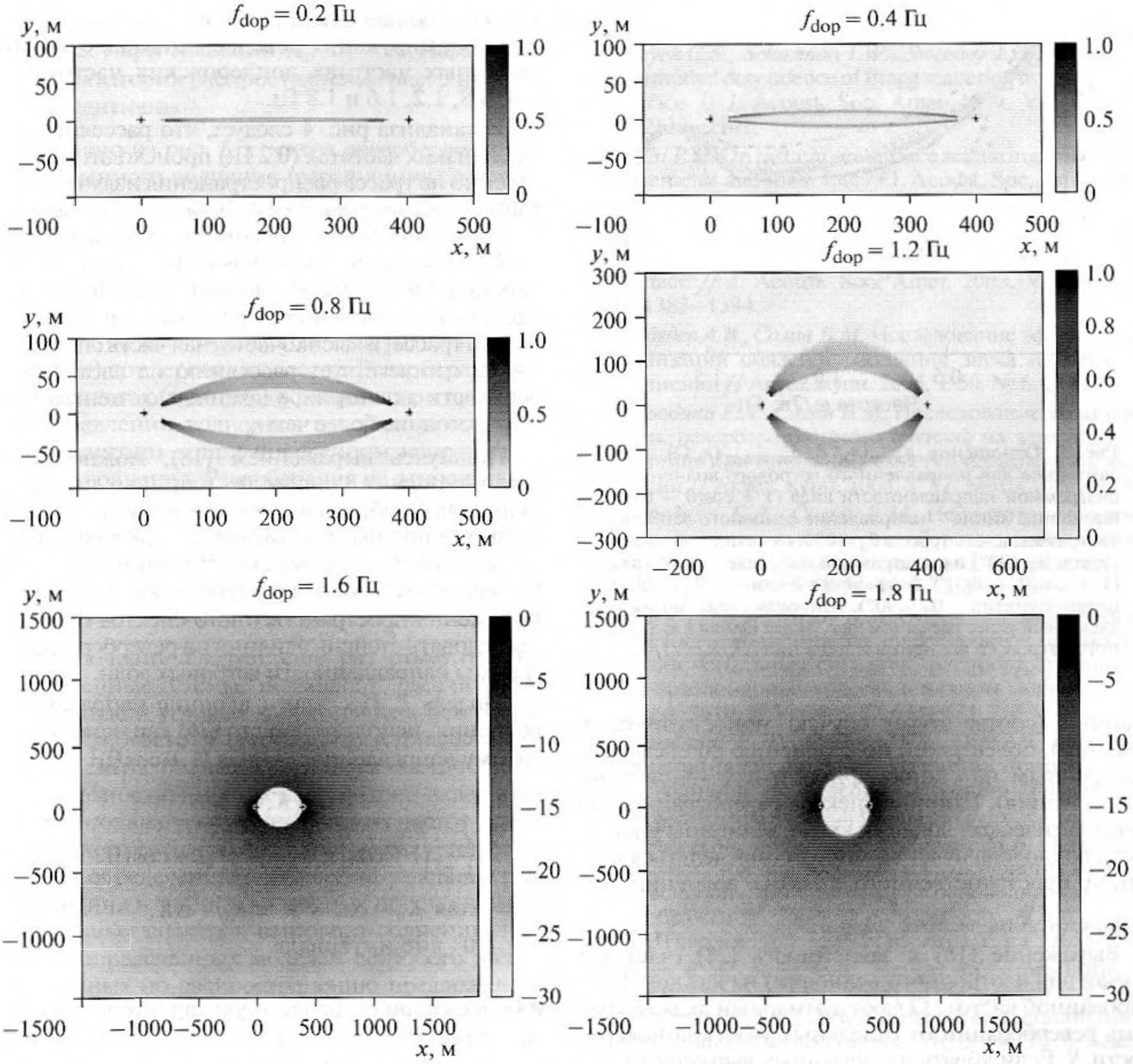

Рис. 4. Нормированное распределение локальных вкладов $U(x, y)$, формирующих реверберацию на 6-ти фиксированных частотах $\Omega/2\pi = f_{dop} = 0.2$, 0.4, 0.8, 1.2, 1.6 и 1.8 Гц для изотропного волнения и параметров трассы: $r_0 = 400$ м, $f = 1500$ Гц, $H = 20$ м, $\chi^* = 26.7°$. Относительная ширина спектра волнения 1/4. Звездочками обозначено местоположение излучателя и приемника.

трассы распространения для всего набора частот ветрового волнения (практически от 0 до критической частоты $\Omega_{limit}/2\pi = \sqrt{2kg}/2\pi \approx 1.8$ Гц). Как видно из рис. 3, для изотропного спектра ветрового волнения данные расчета спектра реверберации с использованием (18) на частотах свыше 0.5 Гц мало отличаются от оценок, основанных на приближенных выражениях, используемой в работах [4, 5]. На низких доплеровских частотах (менее 0.4 Гц) точный расчет с использованием (18) дает бóльшие значения уровня реверберации по сравнению с приближенной схемой расчета.

Выражение (18) позволяет легко оценивать вклад отдельных областей взволнованной поверхности в суммарное поле реверберации на различных доплеровских частотах. Например, можно сопоставить спектр реверберации на стационарной трассе со спектром реверберационного сигнала, приходящего с больших дистанций. На рис. 3 штриховой и штрихпунктирной линиями изображены спектры реверберационного сигнала (расчет выполнялся для указанных выше условий), приходящего с интервала дистанций от 1 до 3 км, отсчитываемых от центра трассы. Как видно из рисунка, спектр реверберационного сигнала, приходящего с больших по сравнению с длиной стац. трассы ди-

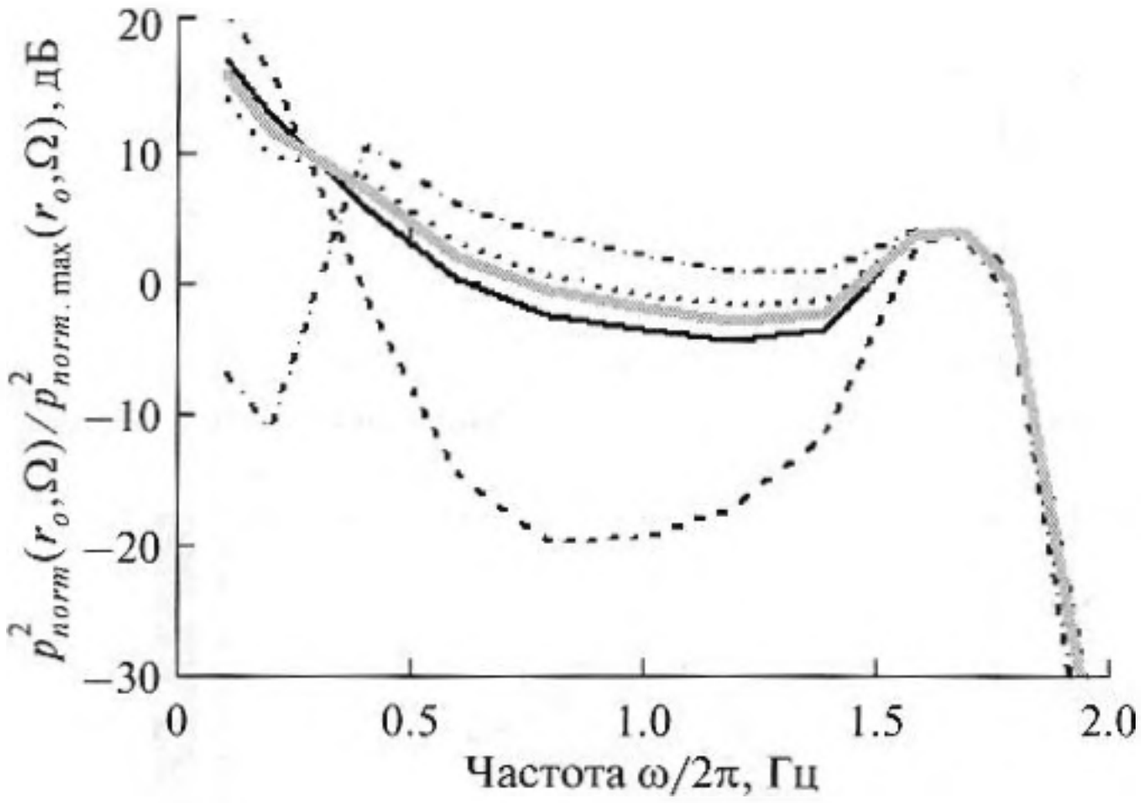

Рис. 5. Отношение $p^2_{norm}(r_0,\Omega)\big/ p^2_{norm.\max}(r_0,\Omega)$, рассчитанное для направленного ветрового волнения с диаграммой направленности вида $(1 + \cos(\theta - \theta_0))^2$ (сплошная линия – направление основного лепестка диаграммы вдоль трассы $\theta_0 = 0°$ и пунктир – поперек трассы $\theta_0 = 90°$) и с диаграммой направленности вида $(1 + \cos(\theta - \theta_0))^{10}$ (штриховая линия – $\theta_0 = 0°$ и штрих-пунктир – $\theta_0 = 90°$). Широкая серая линия – сделанный ранее расчет (см. рис. 3) для случая изотропного ветрового волнения и значения $\Delta K/K_0 = 1/4$.

станций (соответствует случаю моностатической локации), более узкий по сравнению со спектром, измеренным на стационарной трассе (бистатическая локация). Ширина спектра реверберации при моностатической локации кроме величины угла захвата волновода будет во многом определяться шириной пространственного спектра волнения ΔK, измеренной на частоте[4] $\Omega = \sqrt{2kg}$.

Выражение (18) и зависимость (28) (частный случай для изотропного волнения) на каждой фиксированной частоте Ω дают суммарный вклад в уровень реверберации от отдельных участков поверхности S. Если убрать из указанных выражений интегрирование по S, то мы получим распределение величины локальных вкладов в уровень реверберации от элементов поверхности S.

На рис. 4 для изотропного спектра ветрового волнения (26), (27), зависимости (28), относительной длины цуга волн $\Theta = 4$ и параметров трассы, указанных выше, построена функция

$$U(x,y) = \sum_m \sum_n \mathrm{tg}^2\chi_m \mathrm{tg}^2\chi_n \frac{G(\mathbf{K}_{mn},\Omega)}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} = \sum_{m,n} \mathrm{tg}^2(\chi_m) \times$$
$$\times \mathrm{tg}^2(\chi_n)\left(1+\cos\left(\Theta\pi\left(\frac{K_{m,n}(\mathbf{r})}{\Omega^2/g}-1\right)\right)\right)\frac{\sigma(K_{m,n}(\mathbf{r}),|\Omega|)}{r|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}. \quad (31)$$

[4] Кроме указанной частоты Ω, определяемой дисперсионным соотношением, при моностатической локации в спектре реверберации могут появляться частоты, кратные минимальной частоте Ω, на которой амплитуда ветрового волнения, как правило, максимальна.

показывающая распределение локальных вкладов, формирующих реверберацию на 6-и фиксированных частотах доплеровских частотах: 0.2, 0.4, 0.8, 1.2, 1.6 и 1.8 Гц.

Из анализа рис. 4 следует, что рассеяние на самых низких частотах (0.2 Гц) происходит непосредственно на трассе распространения излучатель приемник (за счет взаимодействия мод с существенно отличающимися продольными волновыми числами k_m и k_n). Среднечастотная область спектра реверберации 0.4–1.2 Гц обусловлена рассеянием на областях взволнованной поверхности, примыкающей к стац. трассе, а высокочастотная часть спектра 1.6–1.8 Гц соответствует рассеянию на элементах поверхности акватории, удаленных от центра трассы на расстояние более чем r_0.

Пользуясь выражением (18), можно количественно оценит влияние тех или иных параметров. Например, выбирая на плоскости x, y определенные сектора пространства относительно точки приема сигнала (см. рис. 1), можно исследовать угловую (по θ) зависимость уровня реверберации, а изменяя вид выражения пространственного спектра $G^2(K, \Omega)$, – исследовать степень влияния на реверберацию диаграммы направленности ветровых волн.

Модель 2. Исследуем влияние направленности волнения, используя вместо (26) кардиоидную диаграмму направленности вида $(1 + \cos\theta)^2$

$$G^2(K,\theta,\Omega) =$$
$$= \begin{cases} \dfrac{C_1}{1.5}\left[\left(1+\cos\left(\pi\dfrac{K-K_0}{\Delta K}\right)\right)(1+\cos(\theta-\theta_0))^2\right] \\ \text{для } K_0-\Delta K < K < K_0+\Delta K, \\ 0 \quad \text{вне интервала} \end{cases} \quad (32)$$

и более остронаправленную характеристику вида $(1 + \cos\theta)^{10}$

$$G^2(K,\theta,\Omega) =$$
$$= \begin{cases} \dfrac{C_1}{180}\left[\left(1+\cos\left(\pi\dfrac{K-K_0}{\Delta K}\right)\right)(1+\cos(\theta-\theta_0))^{10}\right] \\ \text{для } K_0-\Delta K < K < K_0+\Delta K, \\ 0 \quad \text{вне интервала,} \end{cases} \quad (32)$$

где направление главного лепестка диаграммы направленности θ_0 отсчитывается от направления трассы распространения $\mathbf{r}_0$. Ширина главного лепестка по уровню 0.5 от квадрата диаграммы направленности составляет: 120° для $n = 2$ и 60° для $n = 10$. Коэффициенты 1/1.5 и 1/180 в (32) и (33) выбраны из условия нормировки.

На рис. 5, аналогичном рис. 3, в децибельном масштабе приведены результаты расчетов нормированных спектров поля $p^2_{norm}(r_0,\Omega)\big/ p^2_{norm.\max}(r_0,\Omega)$ для пространственно-временного спектра ветрово-

го волнения $G^2(K, \theta, \Omega)$, описываемого выражениями (32), (33) при значении $K_0/\Delta K = 4$. Параметры трассы и акватории распространения рис. 3 и 5 полностью идентичны.

Как видно из рис. 5, спектра реверберации для ненаправленного волнения (серая линия) и ветрового волнения с широкой диаграммой 120° (темная линия и пунктир) мало отличаются друг от друга. Для волнения с относительно узкой диаграммой (60°) спектр реверберации имеет значительную зависимость от направления основного лепестка диаграммы θ_0 для низких (0.1–0.2 Гц) и средних (0.4–1.4 Гц) доплеровских частот. Реверберация на низких частотах (пунктир) возникает при продольном направлении волнения, на средних частотах (штрих пунктир) – при поперечном направлении ветрового волнения. Реверберация на относительно высоких доплеровских частотах (1.6–1.8 Гц) не зависит от направления ветрового волнения. Полученные из анализа рис. 5 выводы хорошо согласуются с результатами расчетов по локализации областей рассеяния, представленными на рис. 4.

В заключении следует еще раз отметить, что представленные схемы позволяют рассчитывать спектральные и угловых характеристик реверберации для низкочастотных тональных и тонально-импульсных сигналов, выполнять локализацию областей поверхности, дающих наибольший вклад в тот или иной поддиапазон доплеровских частот реверберационного сигнала. Выполнение расчетов базируется на определенных данных по условиям распространения и знании 3-х мерных пространственно-временных спектров ветрового волнения. При наличии определенных моделей ветрового волнения и данных по распространению предложенная схема может быть использована для выполнения прогнозных оценок уровней реверберации и расчетов дальности действия гидроакустических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hayek C.S., Schurman I.W., Sweeney J.H., Boyles C.A.* Azimuthal dependence of Bragg scattering from the ocean surface // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 4. P. 2129–2141.
2. *Dahl P.H.* On bistatic sea surface scattering: Field measurements and modeling // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 4. P. 2155–2169.
3. *Gragg R.F.* Doppler sidebands in the cross spectral density of narrow-band reverberation from a dynamic sea surface // J. Acoust. Soc. Amer. 2003. V. 114. № 3. P. 1387–1394.
4. *Лебедев А.В., Салин Б.М.* Исследование эффектов локализации областей рассеяния звука на ветровом волнении // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 6. С. 813–826.
5. *Бородина Е.Л., Салин Б.М.* Исследование характеристик реверберационного сигнала на вертикальной антенне при тональной засветке мелководной акватории // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 753–759.
6. *Бородина Е.Л., Салин Б.М.* Исследование азимутальной зависимости реверберационного сигнала при тональной засветке мелководной акватории // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 380–389.
7. *Бородина Е.Л., Салин Б.М.* Оценка влияния поверхностного волнения на спектральные характеристики тональных сигналов, распространяющихся на стационарных трассах в мелком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 5. С. 633–641.
8. *Бородина Е.Л., Салин М.Б.* Оценка пространственно-временных характеристик поверхностного волнения по видеоизображению // Изв. РАН. ФАО. 2010. Т. 46. № 2. С. 263–273.
9. *Салин Б.М., Бородина Е.Л., Салин. М.Б.* Оценка поверхностной реверберации и характеристик ветрового волнения, выполненные на основе анализа видеоизображения морской поверхности // Сб. трудов XXII сессии РАО. М.: ГЕОС, 2010. Т. 2. С. 305–309.
10. *Salin B.M., Salin M.B., Spindel R.C.* Investigation of the Influence of Wind Waves on the Spectral and Angular Characteristics of Sea Surface Reverberation from a CW Source // Proceedings of OCEANS 2010, Seattle, USA, 2010.