АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2012, том 58, № 6, с. 723–732

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.222.1

ФОКУСИРОВКА ЗВУКОВЫХ ИМПУЛЬСОВ МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ НА СТОКИЛОМЕТРОВЫХ ТРАССАХ В ГЛУБОКОМ МОРЕ

© 2012 г. А. Л. Вировлянский, А. Ю. Казарова, Л. Я. Любавин

Институт прикладной физики РАН
603950 Н.Новгород, ул. Ульянова 46
E-mail: viro@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 26.04.2012 г.

Численно и аналитически исследовано влияние нестационарности флуктуаций параметров среды в глубоком море на эффективность фокусировки звуковых импульсов методом обращения времени. Рассмотрена простейшая ситуация, когда для излучения и приема используются точечные источники и приемники. Численное моделирование распространения импульсов вдоль акустической трассы в прямом и обратном направлениях выполнено методом параболического уравнения. Расчеты проведены для звуковых сигналов на частотах порядка нескольких сотен герц. Показано, что в присутствии флуктуаций скорости звука, вызванных случайными внутренними волнами, заметное ослабление амплитуды поля в центре фокального пятна может наблюдаться, начиная с дистанций 200–400 км. С ростом центральной частоты импульсного сигнала разрушающее фокусировку влияние нестационарности возмущения усиливается. В приближении геометрической оптики дано качественное и количественное объяснение этого эффекта.

Ключевые слова: подводный звуковой канал, обращение времени, глубокое море, флуктуации, внутренние волны.

ВВЕДЕНИЕ

Известный метод фокусировки волнового поля в окрестности заданной точки среды основан на переизлучении в обратном направлении сигнала, принятого из этой точки, с изменением знака времени [1–3]. В акустике океана анализу потенциальных возможностей данного метода уделяется значительное внимание [2–9]. Однако в большинстве работ по этой тематике изучается применение метода в подводных звуковых каналах (ПЗК) на относительно коротких дистанциях, меньше или порядка 10 километров. В нашей недавней работе [10] теоретически рассмотрено применение метода обращения времени в глубоком море на существенно более длинных трассах (до полутора тысяч километров) в модели ПЗК с флуктуациями показателя преломления, вызванными случайными внутренними волнами.

Хорошо известно, что наличие неподвижных случайных неоднородностей не только не ограничивает возможностей метода обращения времени, но в определенном смысле даже повышает его эффективность. Размер фокального пятна в среде с неподвижными флуктуациями показателя преломления с увеличением дистанции уменьшается и может стать существенно меньше размера пятна, созданного с помощью той же самой приемно-излучающей антенны в свободном пространстве. Этот эффект иногда называют сверхразрешением и говорят, что присутствие случайных неоднородностей позволяет преодолеть дифракционный предел [8].

Результаты численного моделирования, описанные в [10], вполне согласуются с этим утверждением. В этой работе мы пользовались приближением замороженных неоднородностей, т.е. считали, что изменением неоднородностей за время распространения сигналов в прямом и обратном направлениях можно пренебречь. Расчеты, выполненные в этом приближении, свидетельствуют, что эффективность метода практически не снижается с ростом длины трассы.

Однако на достаточно длинных трассах времена распространения сигналов становятся сопоставимы с характерными временами вариаций поля скорости звука, и приближение замороженных неоднородностей становится неприменимым. В качестве примера укажем, что суммарное время прохождения звуковым сигналом 500-километровой трассы в прямом и обратном направлении составляет около 11 минут. Это сопоставимо с минимальным временным масштабом возмущения, индуцированного случайными внутренними волнами [11, 12]. Поэтому на трассах длиной порядка нескольких сотен километров сигнал, распространяясь в прямом и обратном направлениях, может пересекать различающиеся случайные неоднородности. В результате эффект фокуси-

ровки с увеличением длины трассы постепенно разрушается.

Заметим, что нестационарность параметров среды может стать причиной разрушения фокусировки и на десятикилометровых трассах, как это показано в работе [13], в которой обсуждается применение метода обращения времени в мелком море, и причиной нестационарности являются поверхностные волны. Однако в данной статье мы рассматриваем распространение волн в глубоком море на стокилометровых трассах. Кроме того полагаем, что точки излучения и приема расположены на достаточно больших глубинах. В этих условиях принимаемые сигналы формируются вкладами волн, захваченными ПЗК и распространяющимися без отражения не только от поглощающего дна, но и от взволнованной поверхности. В современной акустике океана считается, что в тех случаях, когда акустическая трасса не пересекает морских течений, флуктуации сигналов на больших расстояниях в основном определяются влиянием внутренних волн [11, 14].

Целью данной работы является анализ влияния нестационарности флуктуаций показателя преломления в глубоком море на качество фокусировки и оценка дистанций, на которых метод обращения времени еще эффективен. Этот вопрос исследован на примере реалистичной модели ПЗК с профилем скорости звука, типичным для низких и умеренных широт. Здесь рассматривается простейшая ситуация, когда для приема пробного импульса и его переизлучения с обращением времени используется всего один (точечный) приемно-излучающий элемент.

Эффективность фокусировки проанализирована путем прямого численного расчета поля для отдельных реализаций случайно-неоднородного волновода. Для моделирования пространственно-временных реализаций случайного поля скорости звука используется метод, предложенный в работе [15]. Разрушение фокусировки из-за нестационарности неоднородностей количественно характеризуется ослаблением интенсивности поля в центре фокального пятна по сравнению со случаем замороженных неоднородностей. Параллельно с численным моделированием ослабление интенсивности исследовано аналитически в приближении геометрической оптики. Полученный результат проясняет физический механизм ослабления интенсивности и показывает, каким образом оно зависит от дистанции и центральной частоты фокусируемого импульсного сигнала.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЗК

В пренебрежении горизонтальной рефракцией волн рассматривается двумерное поле скорости звука c, заданное соотношением

$$c(r,z,t) = \overline{c}(z) + \delta c(r,z,t),$$

где r – дистанция, z – глубина, t – время, $\overline{c}(z)$ – невозмущенный профиль скорости звука, а $\delta c(r, z, t)$ – слабое возмущение, вызванное случайными внутренними волнами, статистика которых задается эмпирическим спектром Гарретта–Манка [11, 15, 16]. В качестве $\overline{c}(z)$ возьмем профиль скорости звука (он заимствован из работы [17]):

$$\overline{c}(z) = c_0\left[1 + \varepsilon\left(e^{2(z_a - z)/z_{th}} + 2\frac{z - z_a}{z_{th}} - 1\right)\right]$$

с параметрами $c_0 = 1.48$ км/с, $\varepsilon = 0.00238$, $z_{th} = 0.485$ км и $z_a = 0.7$ км. Этот профиль показан в левой части рис. 1.

Для моделирования случайных реализаций возмущения δc использован метод, предложенный в работе [15]. Возмущение в точке водной среды с декартовыми координатами (x, y, z) определяется вертикальным (вдоль оси z) смещением частицы жидкости под влиянием внутренних волн $\zeta(x, y, z, t)$. Возмущение скорости звука, вызванное этим смещением, равно

$$\delta c = \left(\frac{\partial c}{\partial z}\right)_{pot}\zeta = c_0\frac{\mu}{g}N^2\zeta,$$

где $(\partial c/\partial z)_{pot}$ – так называемый потенциальный градиент скорости звука [11], $g = 9.8$ м/с^2 – ускорение свободного падения, $\mu = 24.5$ – безразмерная постоянная, $N(z)$ – профиль частоты плавучести. В численном моделировании мы пользуемся профилем $N(z) = N_0e^{-z/B}$ с параметрами $B = 1$ км и $N_0 = 2\pi/12$ мин $= 0.0087$ 1/с. Случайную функцию ζ можно представить в виде суперпозиции мод внутренних волн

$$\zeta(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\left[\iint d\kappa_x d\kappa_y \times \right.$$

$$\left. \times \sum_j g(j,\kappa_x,\kappa_y)W_{j\kappa}(z)e^{i(\kappa_x x + \kappa_y y - \Omega(j,\kappa)t)}\right],$$

где $\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$ – модуль горизонтального волнового числа, j – номер моды, а $W_{j\kappa}(z)$ – собственные функции, структуры которых определяются профилем частоты плавучести $N(z)$.

Явные выражения для собственных функций $W_{j\kappa}(z)$ и дисперсионное соотношение, выражающее частоту собственных колебаний моды внутренних волн Ω через номер j и горизонтальное волновое число κ, приведены в работах [15, 18]. Функции $g(j, \kappa_x, \kappa_y)$ представляют собой коэффициенты разложения амплитуд мод в интегралы Фурье по горизонтальным координатам. Основным результатом работы [15] является метод генерации этих случайных коэффициентов таким образом, чтобы статистика поля $\zeta(x, y, z, t)$ соответствовала модели Гарретта–Манка. Конкретные соотношения, которые мы использовали при ге-

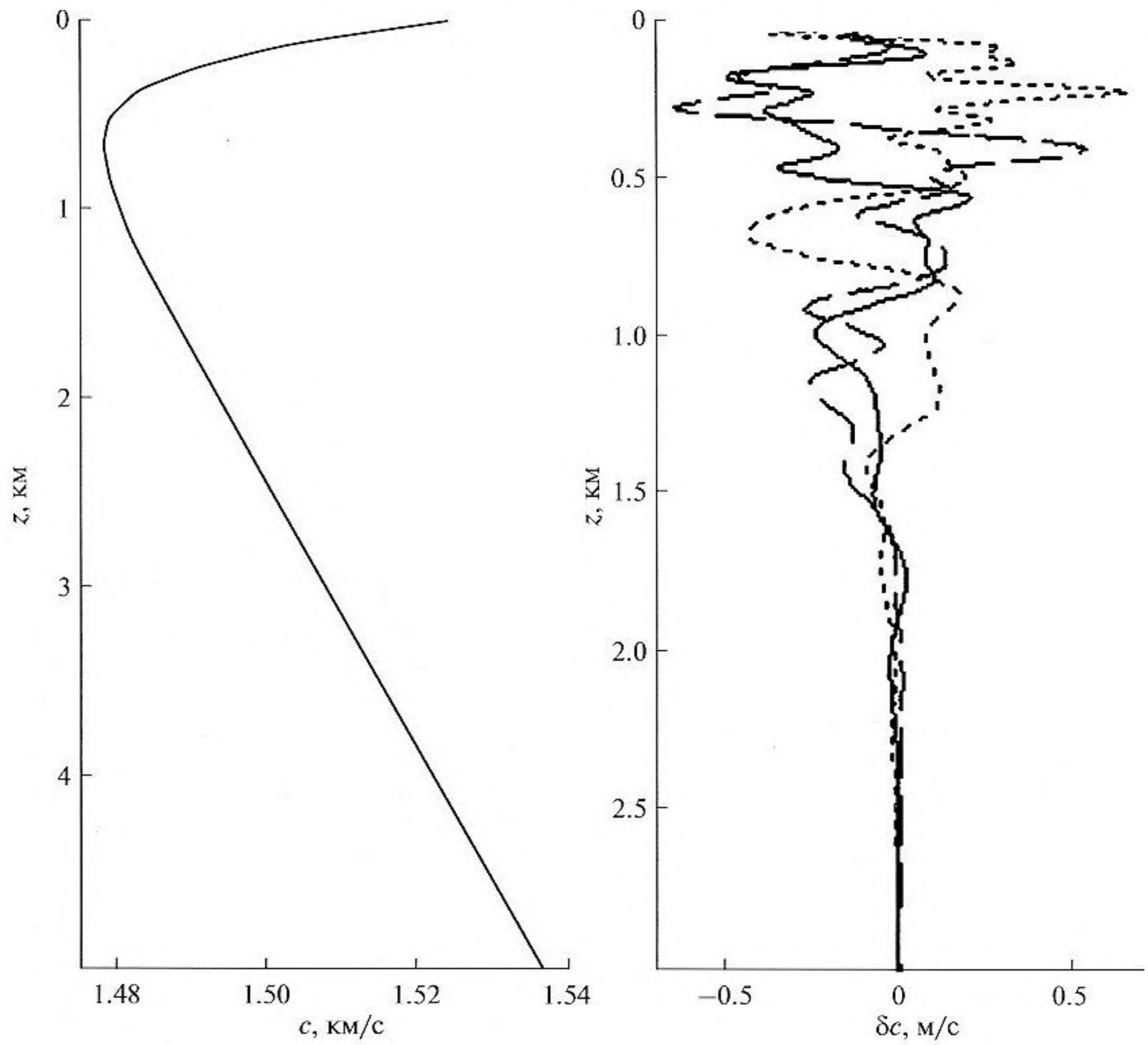

Рис. 1. Невозмущенный профиль скорости звука $\bar{c}(z)$ (слева) и зависимости возмущения δc от глубины z на трех разных дистанциях (справа).

нерации отдельных реализаций поля внутренних волн и вызванных ими реализаций поля скорости звука, взяты из работ [15, 18]. Эти соотношения несколько громоздки и здесь мы их не выписываем. Отметим только, что случайное поле возмущения изотропно в горизонтальной плоскости. Оно моделируется суммированием большого числа пространственных гармоник, каждой из которых отвечает пара пространственных частот (κ_x, κ_y). Фазы комплексных амплитуд этих гармоник независимы и равномерно распределены в интервале $(0, 2\pi)$. При моделировании реализаций возмущения они задаются с помощью стандартного генератора случайных чисел. Поскольку, как отмечено выше, мы пренебрегаем горизонтальной рефракцией волн, то для расчета звуковых полей нужно знать реализацию случайного поля лишь в одном вертикальном сечении, например в сечении $x = 0$.

В нашей модели спектр зависимости возмущения от горизонтальной координаты r сосредоточен в интервале пространственных частот от $2\pi/1$ км$^{-1}$ до $2\pi/100$ км$^{-1}$, а среднеквадратичная амплитуда δc вблизи поверхности равна 0.5 м/с и спадает с глубиной по закону $\exp(-z/L)$, где $L = 0.66$ км. В правой части рис. 1 изображены вертикальные сечения поля $\delta c(r, z)$ на трех разных дистанциях.

Отметим, что самый малый временной масштаб вариаций поля внутренних волн и, соответственно, поля скорости звука определяется приповерхностным (максимальным) значением частоты плавучести N_0. В нашей модели он составляет 12 мин. На рис. 2 показана временная функция корреляции возмущения

$$K(\tau) = \langle \delta c(0, z_0, t + \tau)\delta c(0, z_0, t)\rangle,$$

численно рассчитанная на глубине $z_0 = 300$ м. Из этого графика видно, что за время двукратного прохождения сигналом дистанции порядка нескольких сотен километров (около десяти минут) флуктуации скорости звука, вызванные случайными внутренними волнами, успевают изменить-

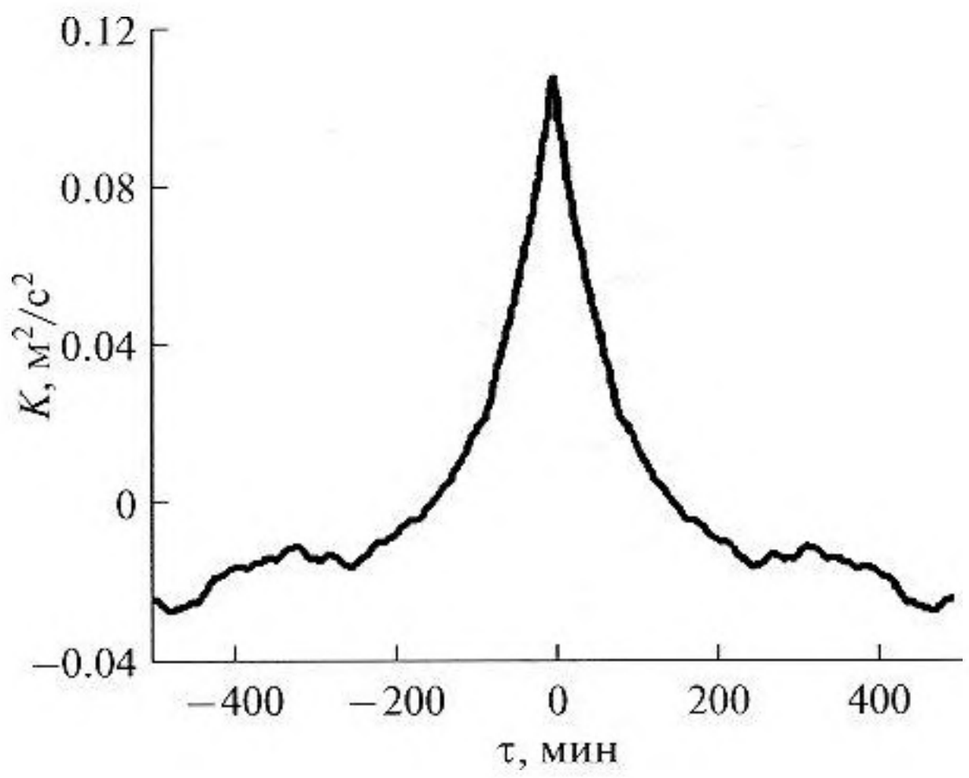

Рис. 2. Функция корреляции возмущения скорости звука от времени $K(\tau)$ на глубине 300 м.

ся лишь незначительно. Тем не менее, мы увидим, что этого изменения, особенно на высоких частотах, может быть вполне достаточно для существенного ослабления эффективности обсуждаемого метода фокусировки.

Описанный метод позволяет генерировать реализации случайного поля флуктуаций скорости звука, зависящие от пространственных координат и времени. В следующем разделе показано, каким образом данная модель неоднородностей может быть использована при анализе влияния нестационарности возмущения на эффективность фокусировки поля.

МЕТОД ОБРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ

Вначале рассмотрим ситуацию, когда возмущение δc можно считать замороженным, т.е. не зависящим от времени t. Фокусировка поля в заданной точке $(r, \bar{z})$ методом обращения времени выполняется в два этапа. Вначале из данной точки следует излучить пробный импульс

$$w(t) = \int d\Omega \tilde{w}(\Omega) e^{-i\Omega t}.$$

После этого приемно-излучающим элементом, расположенным в точке $(0, z_0)$, будет зарегистрирован сигнал, который в приближении замороженных неоднородностей равен

$$u_p(t) = \int d\Omega G(0, z_0, r, \bar{z}, \Omega) \tilde{w}(\Omega) e^{-i\Omega t},$$

где $G(r_0, z_0, r, z, \Omega)$ – функция Грина уравнения Гельмгольца [12], т.е. поле точечного монохроматического источника, помещенного в точке (r_0, z_0). По теореме взаимности

$$G(r_0, z_0, r, z, \Omega) = G(r, z, r_0, z_0, \Omega). \quad (1)$$

Следующий шаг заключается в переизлучении сигнала $u_p(t)$ с изменением знака времени. Приемно-излучающий элемент должен излучить звуковой импульс $w_1(t) = u_p(T - t)$, где T – некоторое время задержки. Пользуясь соотношением (1), возбуждаемое в среде звуковое поле представим в форме

$$u(r, z, t) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega G(0, z_0, r, z, \Omega) G^*(0, z_0, r, \bar{z}, \Omega) \tilde{w}^*(\Omega) e^{i\Omega(T-t)}, \quad (2)$$

где символ * означает комплексное сопряжение. Для простоты далее будет считать, что $T = 0$. Это приводит лишь к формальному смещению начала излучения пробного импульса в область отрицательных времен. Максимального значения амплитуда сигнала на дистанции наблюдения r достигает при $z = \bar{z}$ (т.е. в выбранной точке фокусировки) в момент времени $t = 0$.

На длинных трассах, как отмечено выше, необходим учет нестационарности возмущения δc и поэтому формула (2) становится несправедливой. При ее корректировке примем во внимание тот факт, что характерные масштабы возмущения δc в горизонтальной плоскости не превышают нескольких десятков километров. Такие расстояния звук пробегает всего за несколько секунд. В течение этого времени неоднородность можно считать замороженной. Предполагается, что длительность распространяющегося звукового импульса, даже с учетом его затягивания из-за многолучевости, не превышает нескольких секунд. Следовательно, протяженность озвученной области ПЗК вдоль оси r в каждый момент времени имеет размер порядка 10 км. Принимая во внимание сказанное, для упрощения учета нестационарности возмущения мы можем формально считать, что в прямом и обратном направлениях звук распространяется через замороженные, но различающиеся между собой неоднородности. Сигналы, распространяющиеся в прямом и обратном направлениях, оказываются на дистанции r в моменты времени, различающиеся приблизительно на $2r/c_0$. Поэтому моделирование неоднородностей среды выполняется следующим образом.

Метод, описанный в разд. 2, позволяет сгенерировать реализацию случайного поля $\delta c(r, z, t)$. При расчете сигнала, распространяющегося из точки фокусировки к приемно-излучающему элементу, используется полученная из $\delta c(r, z, t)$ реализация замороженных неоднородностей $\delta c_1(r, z) = \delta c(r, z, -r/c_0)$. При моделировании распространения в обратном направлении используется реализация замороженных неоднородностей $\delta c_2(r, z) = \delta c(r, z, r/c_0)$. Предполагается, что сигнал, зарегистрированный приемно-излучающим элементом, сразу же переизлучается и интервал времени между окончанием приема сигнала и началом переизлучения мал по сравнению с характерным временем флуктуаций поля внутренних волн. При малых r, т.е. вблизи приемно-излучающего эле-

мента, возмущения δc_1 и δc_2 примерно совпадают. По мере удаления от данного элемента различия между этими случайными функциями накапливаются.

Таким образом, нестационарность среды в нашей модели учитывается введением двух замороженных реализаций возмущения δc_1 и δc_2, одна из которых используется при моделировании распространения звука из точки наблюдения к приемно-излучающему элементу, а другая – в противоположном направлении. При этом (2) при $T = 0$ переходит в выражение

$$u(r,z,t) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega G_1(0,z_0,r,z,\Omega) G_2^*(0,z_0,r,\overline{z},\Omega)\tilde{w}^*(\Omega)e^{-i\Omega t}, \quad (3)$$

где G_1 и G_2 – функции Грина, рассчитанные для реализаций возмущения $\delta c_1(r, z)$ и $\delta c_2(r, z)$ соответственно. Формула (3) лежит в основе нашего численного моделирования фокусировки сигналов методом обращения времени.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОКУСИРОВКИ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

На интересующих нас длинных трассах "выживают" только волны с малыми углами скольжения, которые захватываются ПЗК и распространяются без отражения от сильно поглощающего дна. Поэтому для расчета функций Грина можно воспользоваться методом параболического уравнения. В настоящее время имеется большое количество программ для выполнения такого рода вычислений. Наши расчеты выполнены с помощью одной из них, которая называется MMPE [19]. Мы пользуемся модифицированным вариантом программы, предназначенным для решения так называемого стандартного параболического уравнения [20].

Все приведенные ниже расчеты выполнены для ситуации, когда приемно-излучающий элемент расположен на глубине $z_0 = 0.7$ км, т.е. на оси ПЗК, а пробный импульс имеет форму

$$w(t) = \exp\left(-\frac{\pi t^2}{2T_0^2} - i\Omega_0 t\right). \quad (4)$$

Эффективную длительность импульса T_0 во всех расчетах примем равной 0.033 с. Ниже будут рассмотрены четыре таких импульса с центральными частотами $f_0 = \Omega_0/(2\pi)$, равными 250, 400, 600 и 800 Гц. В нашей предыдущей работе [10] фокусировка данного импульса методом обращения времени изучалась в аналогичной модели волновода. Было показано, что в случае полностью замороженных неоднородностей, т.е. в ситуации, когда $\delta c_1 = \delta c_2$, метод эффективно работает даже на тысячекилометровых трассах. Из формулы (3) следует, что при выполнении данного условия амплитуда сигнала, регистрируемого в точке $(r, \overline{z})$, всегда имеет ярко выраженный максимум в момент времени $t = 0$.

Основной задачей данной работы является учет влияния нестационарности возмущения, которым, как уже говорилось выше, в реальном флуктуирующем океане на длинных трассах пренебрегать нельзя. Накапливающееся с дистанцией влияние нестационарности проявляется в том, что из-за увеличения разницы между функциями Грина G_1 и G_2 в формуле (3) амплитуда максимума сигнала $|u(r, \overline{z}, t)|$, регистрируемого в точке фокусировки, с ростом r уменьшается. Символом $\tilde{u}(r, z, t)$ далее будем обозначать комплексную амплитуду звукового поля, заданного формулой (3) при $\delta c_1 = \delta c_2$, т.е. в ситуации, когда $G_1 = G_2$. На рис. 3 сопоставлены звуковые импульсы $|u(r, \overline{z}, t)|$ и $|\tilde{u}(r, \overline{z}, t)|$ с центральной частотой $f_0 = 400$ Гц в нескольких точках фокусировки на горизонте $\overline{z} = 1.5$ км. Амплитуды импульсов выражены в относительных единицах. Расчет выполнен для конкретной реализации случайного возмущения. Как видим, на дистанции $r = 100$ км влияние нестационарности еще пренебрежимо мало. При $r = 300$ км оно становится заметным, а на расстоянии $r = 700$ км уже сильно снижает эффект фокусировки. Похожим образом выглядят результаты расчета для других частот f_0, других реализаций случайных неоднородностей и других глубин точки фокусировки.

В работе [10] показано, что в приближении замороженных неоднородностей среднее значение амплитуды поля в центре фокально пятна на стокилометровых трассах слабо зависит от дистанции (после корректировки цилиндрической расходимости). Поэтому в качестве безразмерного параметра, количественно характеризующего ослабление эффекта фокусировки из-за нестационарности возмущения, удобно принять отношение

$$\alpha(r,\overline{z}) = \frac{|u(r,\overline{z},0)|}{|\tilde{u}(r,\overline{z},0)|}. \quad (5)$$

Следует отметить, что величина данного параметра на длинных трассах может заметно флуктуировать даже при небольших изменениях глубины точки фокусировки $\overline{z}$. Она также может заметно изменяться при переходе от одной реализации возмущения δc к другой.

Для получения представления о типичных значениях α и зависимости этого параметра от длины трассы и центральной частоты f_0 нами была выполнена серия численных расчетов сфокусированных звуковых полей (3) на четырех центральных частотах f_0, указанных после формулы (4). В этих расчетах глубина точки фокусировки варьировалась внутри двух интервалов: $\overline{z} = 1.5 \pm 0.1$ км и $\overline{z} = 0.7 \pm 0.1$ км. Длина трассы r варьировалась от 0 до 700 км. Все расчеты были

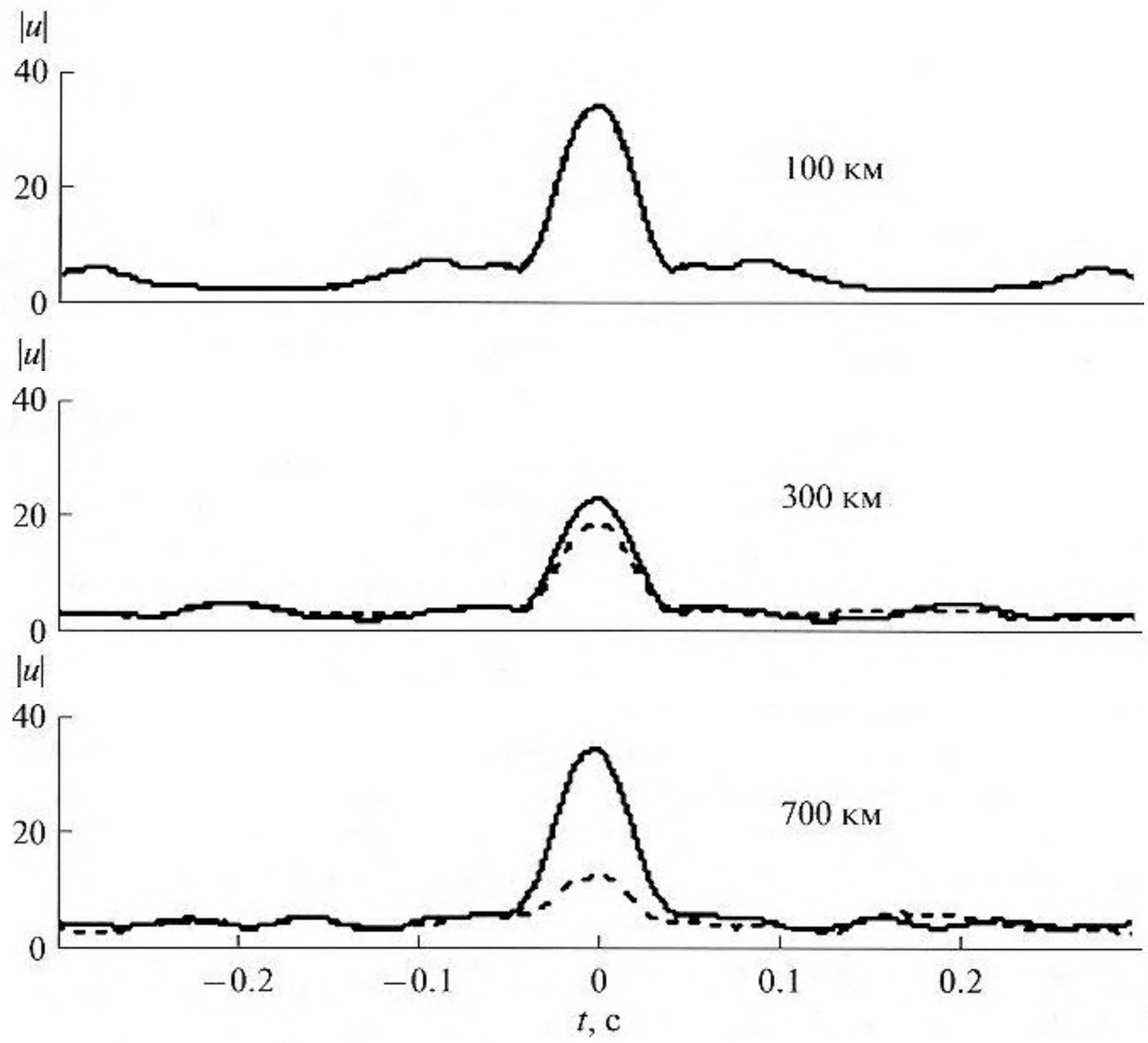

Рис. 3. Сфокусированные звуковые импульсы в точке наблюдения на глубине $\overline{z} = 1.5$ км на дистанциях r, равных 100 (вверху), 300 (в середине) и 700 км (внизу). Центральная частота импульса $f_0 = 400$ Гц. Сплошная линия – импульс $|\tilde{u}(r, z, t)|$ в приближении замороженных неоднородностей ($\delta c_2 = \delta c_1$). Пунктир – импульс $|u(r, \overline{z}, t)|$ в нестационарной среде ($\delta c_1 \neq \delta c_2$).

повторены для пяти различных реализаций возмущения δc. В верхней части рис. 4 показаны зависимости от дистанции параметра α для четырех несущих частот. Каждая точка на графике получена усреднением отношения (5), рассчитанного для 10 глубин внутри указанного выше интервала с центром в точке $\overline{z} = 1.5$ км. Усреднение по глубинам дополнено усреднением по пяти случайным реализациям возмущения. Аналогичные результаты для $\overline{z} = 0.7$ км представлены в нижней части рис. 4. Полученные результаты показывают, что параметр α существенно зависит от несущей частоты. С ростом частоты возрастает разрушающее фокусировку влияние нестационарности возмущения. В следующем разделе дано количественное объяснение этого эффекта.

ОПИСАНИЕ ЭФФЕКТА ФОКУСИРОВКИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Для получения аналитической оценки, выражающей зависимость α от расстояния r и частоты f_0, воспользуемся приближением геометрической оптики [12]. В этом приближении функция Грина уравнения Гельмгольца в среде с замороженными неоднородностями представлена в виде

$$G(0, z_0, r, z, \Omega) = \sum_{\nu} A_\nu e^{i\Omega t_\nu}, \quad (6)$$

где индекс ν нумерует лучи, попадающие в точку наблюдения (r, z), $A_\nu(r, z)$ – амплитуда сигнала, приходящего в эту точку по ν-му лучу, а $t_\nu(r, z)$ – время пробега звукового импульса вдоль ν-й лучевой траектории, которое для краткости называют временем прихода луча. Подставляя (6) в (3), получаем

$$u(r, z, t) = \sum_{\nu, \nu'} A_\nu^{(1)} \left(A_{\nu'}^{(2)}\right)^* w\left(t - t_\nu^{(1)}(r, z) + t_{\nu'}^{(2)}(r, \overline{z})\right), \quad (7)$$

где верхние индексы "(1)" и "(2)" указывают, что соответствующая величина относится к лучу, распространяющемуся в волноводе с возмущением $\delta c_1(r, z)$ и $\delta c_2(r, z)$ соответственно.

На стокилометровых трассах во флуктуирующем океане общее количество лучей, попадающих в точку (r, z), велико, а их фазы практически независимы. В ситуации, когда разницей между δc_1 и δc_2 можно пренебречь, т.е. $u(r, z, t) = \tilde{u}(r, z, t)$, величина $|u|$ имеет пиковое значение при $t = 0$ и $z = \overline{z}$, так как слагаемые с $\nu = \nu'$ суммируются в

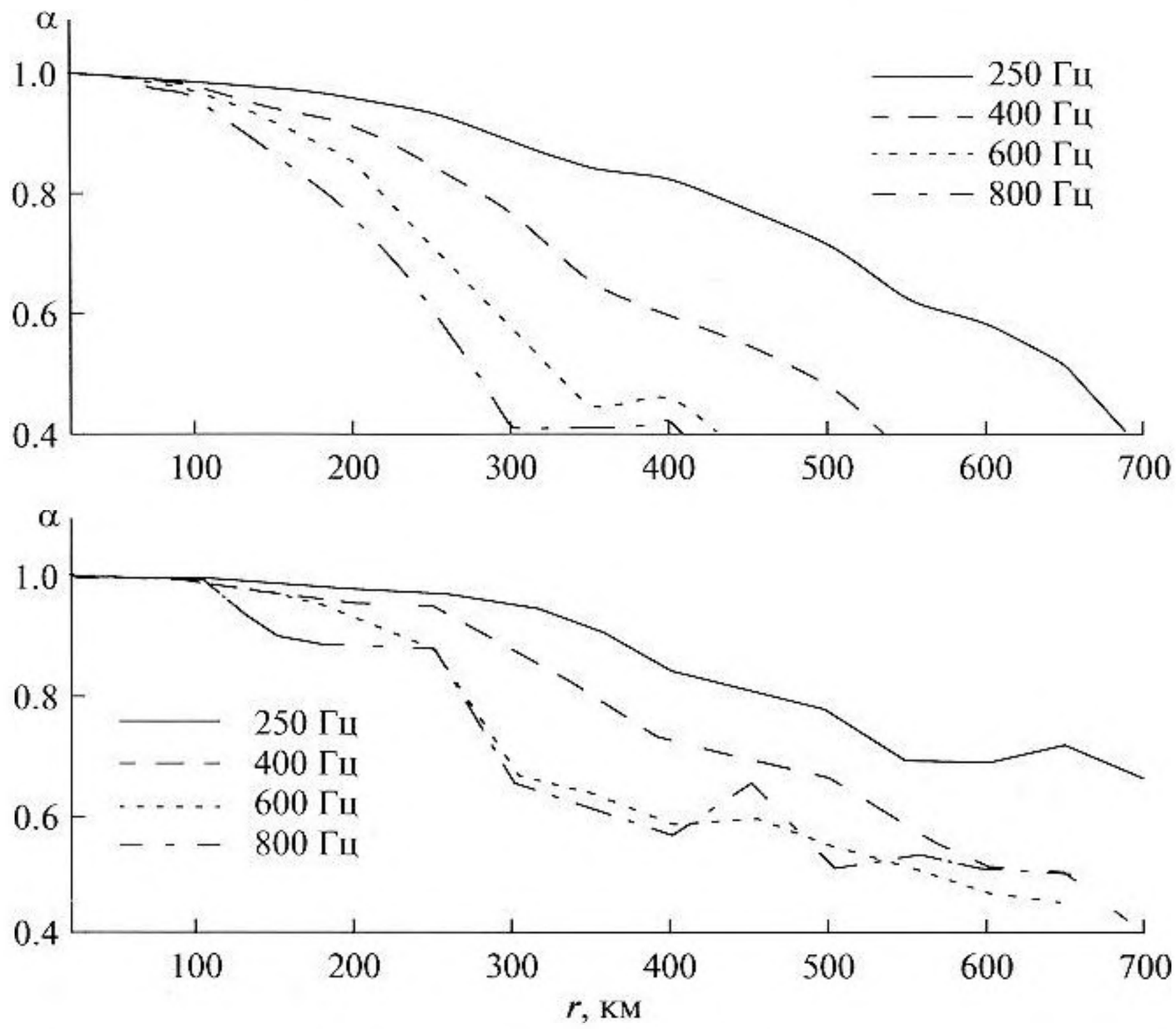

Рис. 4. Вверху: зависимость параметра α на частотах 250, 400, 600 и 800 Гц от расстояния r для точки наблюдения, расположенной на глубинах, близких к $\overline{z} = 1.5$ км. Значения α получены усреднением результатов расчета для 10 глубин $\overline{z}$ в интервале 1.5 ± 0.1 км и по пяти реализациям случайного возмущения. Внизу: то же самое, но для точки фокусировки на глубине 0.7 км.

фазе. Оставляя в сумме только их (другие слагаемые "гасят" друг друга), получаем

$$\tilde{u}(r,\overline{z},0) = \sum_{\nu} |A_\nu|^2. \tag{8}$$

Обратимся к ситуации, когда различием возмущений δc_1 и δc_2 пренебрегать нельзя. Воспользуемся тем, что при оценке вариации времени прихода лучей на стокилометровой трассе под влиянием возмущения обычно можно пренебречь изменением формы лучевой траектории. Тем самым предполагается, что изменение времени прихода связано лишь с тем, что в присутствии возмущения луч пересекает уже немного другие неоднородности [11, 12]. При этом

$$\delta t_\nu(r,z) \equiv t_\nu^{(2)}(r,z) - t_\nu^{(1)}(r,\overline{z}) \simeq$$
$$\simeq -\frac{1}{c_0^2}\int_0^r dr'\left[\delta c_2(r,z_\nu(r)) - \delta c_1(r,z_\nu(r))\right],$$

где $z_\nu(r)$ – невозмущенная траектория ν-го луча.

Для оценки среднеквадратичного значения δt_ν для точки наблюдения на глубине 1.5 км мы поступили следующим образом. Поскольку звуковое поле на указанной глубине формируется лучами с углами выхода из источника $|\chi| > 6°$, мы рассчитали 80 невозмущенных лучевых траекторий с начальными углами скольжения, удовлетворяющих условию $6° < |\chi| < 12°$ (более крутые лучи отражаются от поглощающего дна и поэтому дают малый вклад в поле). По формуле

$$\delta t = -\frac{1}{c_0^2}\int_0^r dr'\left[\delta c_2(r,\overline{z}(r)) - \delta c_1(r,\overline{z}(r))\right] \tag{9}$$

для каждой траектории рассчитано случайное возмущение времени прихода луча. Такие расчеты выполнены для пяти различных пространственно-временных реализаций случайного поля внутренних волн. Для каждой из дистанций r, равномерно (с шагом 50 км) покрывающих интервал от 0 до 700 км, найдена среднеквадратичная величина $|\delta t|$, которую мы обозначаем τ. Усреднение по всем траекториям дополнялось усреднением по реализациям. Результат показан в верхней части рис. 5 сплошной жирной линией. Аналогичное вычисление было выполнено для лучей с углами выхода из источника в интервале углов $|\chi| < 6°$. Такие лучи дают основной вклад в сигнал, регистрируемый на оси ПЗК, т.е. на глубине 0.7 км. Зависимость τ от дистанции, полученная усреднением по таким лучам, изображена сплошной жирной линией в нижней части рис. 5.

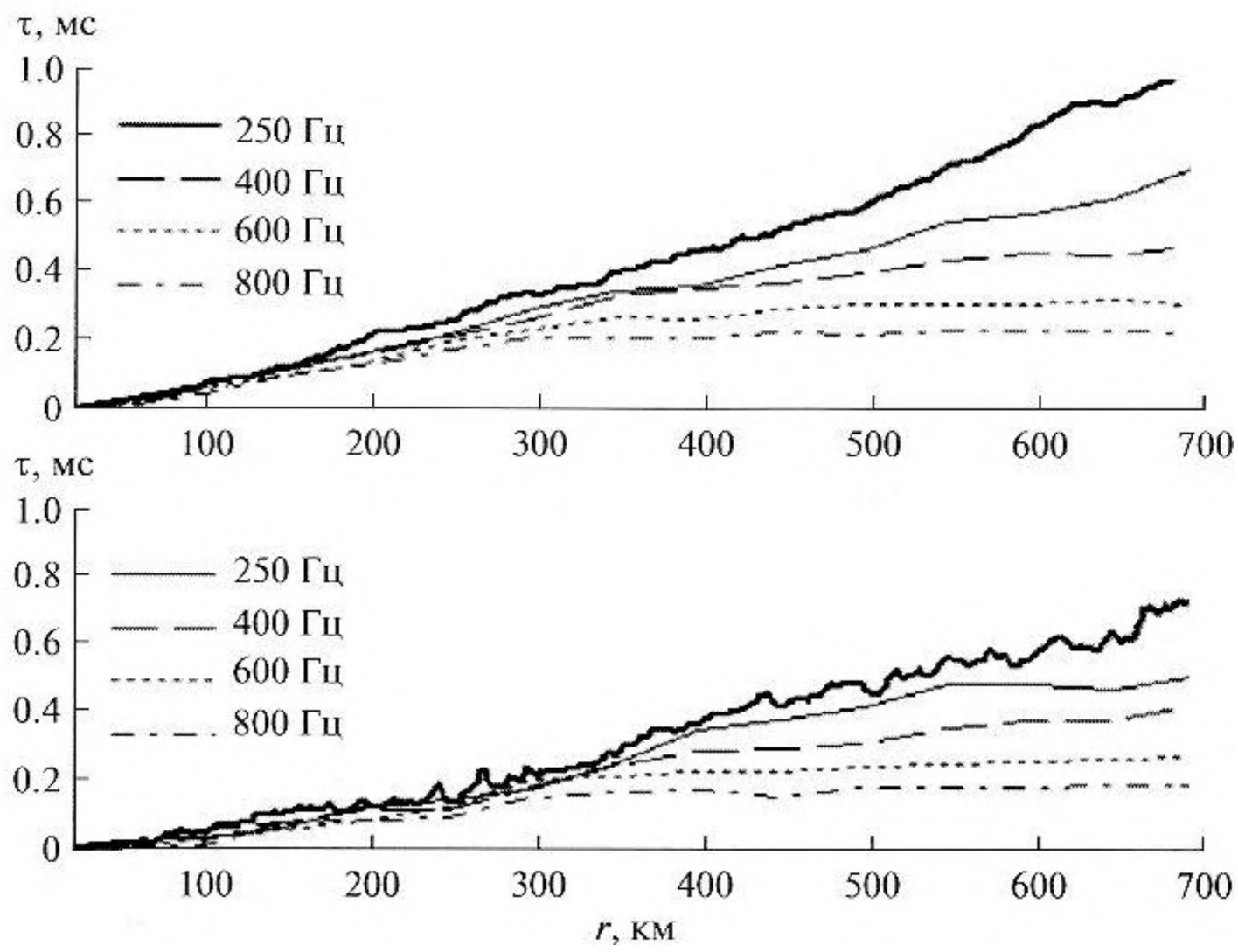

Рис. 5. Среднеквадратичная оценка флуктуаций времен прихода лучей, формирующих поле на глубине 1.5 км (вверху) и 0.7 км (внизу), в присутствии случайного возмущения. Жирная линия – лучевая оценка, выполненная с помощью формулы (9). Тонкие линии – оценки по формуле (13).

Как видим, в обоих случаях среднеквадратичная величина $|\delta t|$ не превышает 1 мс, что намного меньше характерной длительности излучаемого импульса $T_0 = 33$ мс. Аргумент функции w в (7) может быть мал только при $\nu = \nu'$. Поэтому максимум поля при $t = 0$, если он существует, формируется слагаемыми с $\nu = \nu'$. Пользуясь тем, что $\tau \ll T_0$, приближенно заменим (7) на

$$u(r,\bar{z},0) = \sum_{\nu} A_{\nu}^{(1)}\left(A_{\nu}^{(2)}\right)^{*}\exp\left(-i\Omega_0\delta t_{\nu}\right). \qquad (10)$$

Суммирование по лучам, попадающим в точку фокусировки в случайно-неоднородной среде, можно трактовать как аналог статистического усреднения. При этом естественно предположить, что амплитуды и эйконалы (времена прихода) лучей статистически независимы. Для грубой оценки пренебрежем различиями между $A_{\nu}^{(1)}$ и $A_{\nu}^{(2)}$. С учетом сказанного после подстановки (8) и (10) в (5) получаем

$$\alpha = \left\langle \exp\left(-i\Omega_0\delta t_{\nu}\right)\right\rangle, \qquad (11)$$

где угловые скобки в правой части означают усреднение как по лучам, попадающим в точку фокусировки, так и по реализациям случайного возмущения. Рассмотрим ситуацию, когда произведение $\Omega_0\delta t_{\nu}$ достаточно мало для того, чтобы можно было пользоваться приближенной формулой $\exp(-i\Omega_0\delta t_{\nu}) = 1 - i\Omega_0\delta t_{\nu} - \Omega_0^2(\delta t_{\nu})^2/2$. Естественно ожидать, что $\langle\delta t_{\nu}\rangle = 0$. Тогда из (11) следует, что при $\Omega_0\tau < 1$ имеет место приближенное равенство

$$\alpha = 1 - \frac{1}{2}\Omega_0^2\tau^2. \qquad (12)$$

Обратим внимание на тот факт, что условие $\Omega_0\tau < 1$ фактически не ограничивает применимости полученного результата. Ведь при приближении произведения $\Omega_0\tau$ к единице значение параметра α становится малым, что свидетельствует о разрушении фокусировки. Вычисление α при больших значения $\Omega_0\tau$ уже не представляет практического интереса. Согласно формуле (12) величину τ, которая не зависит от частоты, можно оценить, зная зависящий от частоты (усредненный) параметр α, полученный на основе обработки данных численного (или натурного) эксперимента. Оценка имеет вид

$$\hat{\tau} = \frac{1}{\Omega_0}\sqrt{2(1-\alpha)}. \qquad (13)$$

В верхней части рис. 5 приведены зависимости от дистанции оценок $\hat{\tau}$, полученных подстановкой в (13) значений α для точки фокусировки на глубине $z = 1.5$ км, приведенных в верхней части рис. 4. Это сделано для того, чтобы сопоставить $\hat{\tau}$ с результатами прямого расчета τ с помощью лучевой формулы (9), показанными сплошной линией. В нижней части рис. 5 аналогичные графики построены для случая, когда точка наблюдения находится на глубине $\bar{z} = 0.7$ км. На обоих рисунках видно, что до тех пор, пока выполняется

условие $\Omega_0\tau < 1$, то есть на достаточно коротких трассах, величина $\hat{\tau}$ примерно совпадает с τ и слабо зависит от частоты f_0. Этот факт подтверждает применимость оценки (12), полученной на основе простых лучевых соображений. Моделирование показывает, что величина τ растет с дистанцией примерно по линейному закону. Поэтому предельная длина трассы, на которой оценка (13) еще применима, обратно пропорциональна частоте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследовано применение метода фокусировки импульсных сигналов методом обращения времени в глубоководном ПЗК на трассах длиной порядка нескольких сотен километров. Рассмотрена модель среды с флуктуациями показателя преломления, индуцированными случайными внутренними волнами. Она широко используется в современной акустике океана для изучения дальнего распространения звука в океане [14, 21].

В рамках рассматриваемой модели среды единственным фактором, ограничивающим применимость метода обращения времени на длинных трассах, является нестационарность случайного возмущения. Нашей основной задачей была оценка дистанций, на которых нестационарность приводит к разрушению фокусировки. Ответ на этот вопрос получен методом численного моделирования. Мы воспользовались тем обстоятельством, что при моделировании распространения звукового импульса от пробного источника к приемно-излучающему элементу и в обратном направлении с хорошей точностью можно считать, что сигналы проходят через несколько различающиеся, но не зависящие от времени (замороженные) реализации случайного возмущения. Различия между этими реализациями учитывают нестационарность возмущения. Этот прием позволил применить для расчета поля стандартную программу для решения параболического уравнения в неподвижной среде.

Расчеты, выполненные для импульсных сигналов на центральных частотах от 250 до 800 Гц, показали, что фокусировка начинает нарушаться на дистанциях порядка 200–400 км. При этом влияние нестационарности увеличивается с ростом частоты. Соответственно, на высоких частотах метод обращения времени применим на более коротких дистанциях, чем на низких частотах.

Качественное и количественное объяснения этого эффекта даны в рамках приближения геометрической оптики. Для оценки качества фокусировки в этом приближении удалось получить простую (хотя и довольно грубую) аналитическую оценку (12). Она показывает, что ослабление фокусировки определяется двумя параметрами: центральной частотой фокусируемого импульсного сигнала и среднеквадратичной вариацией времени прихода луча τ. Более глубокий анализ потенциальных возможностей фокусировки сигналов методом обращения на длинных трассах требует детального исследования влияния нестационарного возмущения на продольный и поперечный размеры фокального пятна и на распределение амплитуды поля внутри пятна. Эти вопросы мы планируем исследовать в другой статье.

Работа выполнена при поддержке программы ОФН РАН “Фундаментальные основы акустической диагностики искусственных и природных сред”, грантов РФФИ №№ 10-02-00228 и 10-02-01019, гранта государственной поддержки ведущих научных школ № НШ-333.2012.2 и Проекта ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” (Контракт № 02.740.11.0565).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fouque J.P., Garnier J., Papanicolaou G., Solna K.* Wave propagation and time reversal in randomly layered media. Springer Science, Berlin, 2007. 612 p.
2. *Fink M., Prada C.* Acoustic time-reversal mirrors // Inverse problems. 2001. V. 17. P. R1–R38.
3. *Jackson D.R., Dowling D.R.* Phase conjugation in underwater acoustics // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 89. № 1. P. 171–181.
4. *Зверев В.А., Коротин П.И., Стромков А.А.* Численное временное обращение волн // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 69–76.
5. *Зверев В.А., Коротин П.И., Стромков А.А.* Пространственная протяженность области акустического обращения волн // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 5. С. 823–830.
6. *Dowling D.R., Jackson D.R.* Narrow-band performance of phase-conjugate arrays in dynamic random media // J. Acoust. Soc. Am. 1992. V. 91. № 6. P. 3257–3277.
7. *Derode A., Tourin A., Fink M.* Limits of time-reversal focusing through multiple scattering: Long-range correlation // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. № 6. P. 2987–2998.
8. *Blomgrena P., Papanicolaou G., Zhaoc H.* Super-resolution in time-reversal acoustics // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1. P. 230–248.
9. *Kim S., Kuperman W.A., Hodgkiss W.S., Song H.C., Edelmann G., Akai T.* Echo-to-reverberation enhancement using a time reversal mirror // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 115. № 4. P. 1525–1531.
10. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я.* Фокусировка акустических полей в случайно-неоднородном волноводе методом обращения времени // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54. № 5. С. 368–380.
11. Распространение звука во флуктуирующем океане. Под ред. Флатте С. М.: Мир, 1982. 336 с.
12. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.

13. *Луньков А.А., Петников В.Г., Стромков А.А.* Особенности фокусировки низкочастотных звуковых полей в мелком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 2. С. 256–262.

14. *Van Uffelen L.J., Worcester P.F., Dzieciuch M.A., Rudnick D.L.* The vertical structure of shadow-zone arrivals at long range in the ocean // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 125. № 6. P. 3569–3588.

15. *Colosi J.A., Brown M.G.* Efficient numerical simulation of stochastic internal-wave-induced sound-speed perturbation field // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. P. 2232–2235.

16. *Makarov D., Prants S., Virovlyansky A., Zaslavsky G.* Ray and wave chaos in ocean acoustic. Word Scientific, New Jersey, 2010. 389 p.

17. *Colosi J.A., Flatté S.M.* Mode coupling by internal waves for multimegameter acoustic propagation in the ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 100. P. 3607–3620.

18. *Вировлянский А.Л.* Лучевая теория дальнего распространения звука в океане. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2006. 164 с.

19. *Smith K.B.* Convergence, stability, and variability of shallow water acoustic predictions using the split-step fourier parabolic equation model // J. Comp. Acoust. 2001. V. 9. № 1. P. 243–285.

20. *Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H.* Computational ocean acoustics. AIP, Woodbury, New York, 1994.

21. *Beron-Vera F.J., Brown M.G., Colosi J.A., Tomsovic S., Virovlyansky A.L., Wolfson M.A., Zaslavsky G.M.* Ray dynamics in a long-range acoustic propagation experiment // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 114. № 3. P. 1226–1242.