

ОСОБЕННОСТИ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКА НА ГРАНИЦЕ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ

© 2015 г. В. Ш. Шагапов*, **, В. В. Сарапулова**

*Институт механики УНЦ РАН
450054 Уфа, просп. Октября 71

**Бирский филиал Башкирского государственного университета
452450 Бирск, ул. Интернациональная 10

E-mail: Vero_nika_09@mail.ru

Поступила в редакцию 04.04.2014 г.

Изучены особенности отражения и преломления при косом падении акустической волны на границу раздела между чистой и пузырьковой водой. На основе анализа полученных аналитических решений установлено, что в случае падения волны на границу раздела со стороны пузырьковой жидкости существует критический угол падения, зависящий от частоты и параметров дисперсной системы, при углах больше которого волна полностью отражается от границы.

Ключевые слова: акустика пузырьковой жидкости, коэффициенты отражения и преломления, полное внутреннее отражение, звуковой канал.

DOI: 10.7868/S032079191406015X

ВВЕДЕНИЕ

Пузырьковая жидкость по своим акустическим свойствам является уникальной [1, 2]. В частности, завесу из смеси жидкости с газовыми пузырьками можно использовать в качестве защитного слоя для подводных объектов от воздействия ударных волн, для “маскировки” при гидролокации, а также в качестве подводного звукового канала [3]. Особенности акустических свойств пузырьковой жидкости позволяют сканировать размеры и структуру пузырьковых “облаков”, образовавшихся при выбросах газа со дна водоема [4].

Наиболее полная математическая модель, описывающая распространение малых возмущений в жидкости с газовыми пузырьками, представлена в [5]. Другой подход, основанный на приближении среднего поля в теории многократного рассеяния, для описания пузырьковой жидкости представлен в работах [6–9]. Распространение звуковых волн в двухфракционных смесях жидкости рассмотрено в [10], где также приведено сравнение теории с экспериментальными данными из [11]. Особенности отражения и преломления на границе воды и воды с пузырьками при прямом падении акустической волны изучались в [12–14]. Однако проблема отражения и преломления акустических волн при косом падении на границу раздела между “чистой” жидкостью и пузырьковой системой до настоящего времени осталась незатронутой как в теоретическом, так и в экспериментальном плане, хотя отражение и

преломление при косом падении звука на границу раздела между различными однофазными средами изучено достаточно широко [15].

В настоящей работе анализируется отражение и преломление акустических волн на границе чистой и пузырьковой жидкости при косом падении. Установлено, что для волн, падающих со стороны чистой воды, при любом угле падения угол преломления меньше прямого угла и, следовательно, волна всегда проникает в зону, охваченную пузырьковой водой. В обратной ситуации, когда волна падает со стороны воды с пузырьками на границу раздела, для низкочастотной зоны ($\omega < \omega^{(R)}$, $\omega^{(R)}$ – собственная частота пузырька) при углах падения $\theta^{(0)}$, превышающих некоторое предельное значение $\theta_*^{(0)}$ ($\theta^{(0)} \geq \theta_*^{(0)}$), зависящее от параметров дисперсной смеси, происходит полное внутреннее отражение. В связи с этими свойствами слой пузырьковой жидкости в воде является звуковым каналом.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Запишем, согласно [5], линеаризованные уравнения сохранения масс, числа пузырьков, импульсов и изменения давления в пузырьках в предположении однородности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_i}{\partial t} + \rho_{i0} \frac{\partial v_i}{\partial x} + \rho_{i0} \frac{\partial u_i}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v}{\partial x} + n_0 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \\ (\rho_{i0} + \rho_{g0}) \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \quad (\rho_{i0} + \rho_{g0}) \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p_l}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_{g0}}{a_0} \frac{\partial a}{\partial t} - \frac{3(\gamma-1)}{4\pi a_0^3} q, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\rho_{i0} = \rho_{i0}^0 \alpha_i, \quad \alpha_{i0} + \alpha_{g0} = 1, \quad \alpha_{g0} = \frac{4}{3} \pi n a_0^3, \quad i = l, g.$$

Здесь нижние индексы $i = l$ и g относятся к параметрам жидкой и газовой фаз; $\rho_i, \rho_i^0, v_i, p, \alpha_i, a, n$ – средняя по фазе и средняя по смеси плотности, скорость, давление, объемное содержание, радиус пузырьков, число пузырьков в единице объема смеси соответственно, q и γ – интенсивность теплообмена, отнесенная к единице площади поверхности, и показатель адиабаты газа.

Уравнения состояния для жидкой и газовой фаз примем как

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = R_g \rho_g^0 T_g, \quad (2)$$

где R_g – газовая постоянная, T_g и ρ_g^0 – распределение температуры и плотности в пузырьках. Дополнительный нижний индекс (0) относится к начальному равновесному состоянию.

При описании динамики радиального движения пузырьков будем полагать, что радиальная скорость состоит из двух слагаемых:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = w, \quad w = w^{(R)} + w^{(A)}.$$

Причем $w^{(R)}$ описывается уравнением Рэлея–Лэмба

$$a_0 \frac{\partial w^{(R)}}{\partial t} + \frac{4v_l}{a_0} w^{(R)} = \frac{p_g - p_l}{\rho_{l0}^0}. \quad (4)$$

Акустическая добавка $w^{(A)}$ находится из решения задачи о сферической разгрузке [5] на сфере и запишется как

$$w^{(A)} = \frac{p_g - p_l}{\rho_{l0}^0 C_l \alpha_{g0}^{1/3}}.$$

Модель пузырьковой жидкости, когда для радиального движения пузырьков используется уравнение Рэлея–Лэмба, не может адекватно описать эволюцию волн давления, содержащих достаточно “крутые” участки. В частности, явление расслоения волны на упругий предвестник, распространяющийся со скоростью звука в жидкости, и на основную волну, где проявляются нелинейные эффекты и радиальная инерция. Для устранения такого эффекта было предложено уточнение, которое основывается на том, что радиальная скорость пузырька состоит из двух слагаемых. Причем первое слагаемое описывается уравнением Рэлея–Лэмба, а второе (акустическая

добавка) получено на основе решения задачи о сферической разгрузке. Как показывает дисперсионный анализ, такое уточнение никак не сказывается на динамике низкочастотных возмущений, когда частота гармонических волн ниже собственных частот включений. В то же время, такое уточнение неплохо описывает затухание упругого предвестника, наблюдаемого в экспериментах [16]. Следовательно, такое уточнение модели практически не сказывается при распространении длинных волн (когда характерные времена изменения давления жидкости не превышают период собственных колебаний пузырьков). Эта акустическая добавка “начинает работать” при быстрых изменениях давления, когда радиальное движение пузырьков, описываемое уравнением Рэлея–Лэмба, “замораживается”. Все это, в свою очередь, в значительной степени оправдывает правомерность такого уточнения модели.

Для описания межфазного теплообмена необходимо добавить уравнение теплопроводности и граничные условия для газа в пузырьках:

$$\begin{aligned} \rho_{g0} c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_g r^2 \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_g}{\partial t}, \quad r < a_0; \\ T_g = T_0, \quad r < a_0; \quad \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0, \\ r = 0; \quad q = -\lambda_g \left(\frac{\partial T_g}{\partial r} \right)_{a_0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где c_g – теплоемкость газовой фазы при постоянном давлении.

Решение вышеприведенной системы ищется в виде затухающей бегущей волны

$$\begin{aligned} (p, v, a, n) = A_{(p)}, A_{(v)}, A_{(a)}, A_{(n)} \exp[i(Kx - \omega t)], \\ T = A_{(T)}(r) \exp[i(Kx - \omega t)], \\ (K = k + i\delta, C_p = \omega/k), \end{aligned} \quad (6)$$

где ω – частота возмущений, K – волновой вектор, действительная часть которого отвечает за фазовую скорость C_p , а мнимая – за коэффициент затухания δ . Из условия существования нетривиального решения вида (6) системы (1)–(5) следует дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} \frac{K^2}{\omega^2} = \frac{(1 - \alpha_{g0})^2}{C_l^2} + \frac{1}{C_M^2 \Psi}, \quad \Psi = \frac{1}{Q} - \frac{\omega^2}{\chi \omega^{(R)2}} + \frac{4v_l}{a_0} w^{(R)}, \\ Q = 1 + 3(\gamma - 1)(z \operatorname{cthz} - 1)/z^2, \\ C_M = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}}, \quad z = \sqrt{-i\omega a_0^2 / v_g^{(T)}}, \\ \omega^{(R)} = a_0^{-1} \sqrt{3\gamma p_0 / \rho_{l0}^0}, \\ v_g^{(T)} = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_{g0}}, \quad \chi = 1 - i\omega t_A, \quad t_A = a_0 \alpha_{g0}^{-1/3} C_l^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Запишем уравнение, которое следует из уравнений импульсов (1) для решений вида (6):

$$A_{(v)} = \frac{K}{\omega \rho_{l0} + \rho_{g0}} A_{(p)}. \quad (8)$$

Здесь $A_{(v)}$ и $A_{(p)}$ – амплитуды для возмущения скорости и давления воды в пузырьковой жидкости.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Пусть на плоскую границу раздела между жидкостью и газонасыщенной жидкостью падает волна. Будем полагать, как и в случае обычных однофазных сред, что отраженная от границы и преломленная волны представляют собой плоские гармонические волны [17]. Тогда в зоне воды малые возмущения представляют собой сумму из двух гармонических волн, а в зоне пузырьковой жидкости – одну гармоническую волну. Возмущения, соответствующие падающей, отраженной и преломленной волнам, снабдим верхними значками (0), (r) и (s). В рамках принятой модели для пузырьковой жидкости, когда вязкостные и теплообменные процессы учитываются лишь вблизи межфазных границ, смесь односкоростная, тензор напряжений – шаровой (следовательно, пузырьковая среда в целом идеальная), поведение жидкости изотермическое. Поэтому на границе, как и в случае однофазных сред, можно ограничиться лишь двумя граничными условиями: непрерывности давления и нормальной компоненты скорости:

$$\begin{aligned} p^{(0)} + p^{(r)} &= p^{(s)}, \\ v_a^{(0)} \cos \theta^{(0)} - v_a^{(r)} \cos \theta^{(r)} &= v_a^{(s)} \cos \theta^{(s)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\theta^{(0)}$, $\theta^{(r)}$ и $\theta^{(s)}$ – соответственно углы падения, отражения и преломления. Ось x направим вертикально вверх в сторону воды, а ось y направим так, чтобы волновой вектор был параллелен координатной плоскости xOy . Тогда для падающей, отраженной и преломленной волн вида (6) при косом падении можем записать

$$\begin{aligned} p^{(0)} &= A_p^{(0)} \exp[i(K^{(0)}(n_x^{(0)}x + n_y^{(0)}y) - \omega t)], \\ p^{(r)} &= A_p^{(r)} \exp[i(K^{(r)}(-n_x^{(r)}x + n_y^{(r)}y) - \omega t)], \\ p^{(s)} &= A_p^{(s)} \exp[i(K^{(s)}(n_x^{(s)}x + n_y^{(s)}y) - \omega t)], \\ n_x^{(0)} &= \cos \theta^{(0)}, \quad n_y^{(0)} = \sin \theta^{(0)}, \quad n_x^{(r)} = \cos \theta^{(r)}, \\ n_y^{(r)} &= \sin \theta^{(r)}, \quad n_x^{(s)} = \cos \theta^{(s)}, \quad n_y^{(s)} = \sin \theta^{(s)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для волновых чисел $K^{(0)}$ и $K^{(r)}$ имеет место $K^{(0)} = K^{(r)} = \omega/C_l$. Волновое число $K^{(s)}$ определяется из дисперсионного уравнения (7). Амплитуда возмущений скоростей с амплитудами давления связаны выражениями вида (8). Тогда имеет место

$$A_{(v)}^{(0)} = \frac{A_{(p)}^{(0)}}{\rho_{l0}^0 C_l}, \quad A_{(v)}^{(r)} = -\frac{A_{(p)}^{(r)}}{\rho_{l0}^0 C_l}, \quad A_{(v)}^{(s)} = \frac{K^{(s)}}{\omega} \frac{A_{(p)}^{(s)}}{\rho_{l0} + \rho_{g0}}. \quad (11)$$

На основе условий (9) для решений вида (10) с учетом (11) при $x = 0$ получим

$$\begin{aligned} A_{(p)}^{(0)} \exp(iK^{(0)}n_y^{(0)}y) + A_{(p)}^{(r)} \exp(iK^{(r)}n_y^{(r)}y) &= \\ = A_{(p)}^{(s)} \exp(iK^{(s)}n_y^{(s)}y), \\ A_{(p)}^{(0)} \cos \theta^{(0)} \exp(iK^{(0)}n_y^{(0)}y) - & \\ - A_{(p)}^{(r)} \cos \theta^{(r)} \exp(iK^{(r)}n_y^{(r)}y) &= \\ = A_{(p)}^{(s)} \cos \theta^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\omega} \frac{\rho_{l0}^0 C_l}{\rho_{l0} + \rho_{g0}} \exp(iK^{(s)}n_y^{(s)}y). \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы эти уравнения выполнялись для любых значений y , должны выполняться равенства

$$K^{(0)}n_y^{(0)} = K^{(r)}n_y^{(r)} = K^{(s)}n_y^{(s)}. \quad (13)$$

Отсюда имеем

$$\sin \theta^{(0)} = \sin \theta^{(r)}, \quad \sin \theta^{(0)} = \left(\frac{K^{(s)}}{\omega} \right) C_l \sin \theta^{(s)}. \quad (14)$$

Поскольку волновое число $K^{(s)}$ комплексное, то, как это следует из второго равенства (14), угол преломления также имеет мнимую часть. Для коэффициентов отражения и преломления, определенных как $R = A_{(p)}^{(r)}/A_{(p)}^{(0)}$ и $S = A_{(p)}^{(s)}/A_{(p)}^{(0)}$, на основе (12) с учетом (13) получим

$$S = 2 \left/ \left(1 + \frac{C_l K^{(s)}}{\omega} \frac{\rho_{l0}^0}{\rho_{l0} + \rho_{g0}} \frac{\cos \theta^{(s)}}{\cos \theta^{(0)}} \right) \right., \quad R = S - 1. \quad (15)$$

Формулы (15) для случая прямого падения имеют небольшое отличие от формул для коэффициентов отражения и преломления, полученных в [6]. Это связано с тем, что в уравнении импульсов автором [6] за плотность пузырьковой жидкости принимается плотность несущей фазы. Если мы примем аналогичное допущение, то формулы станут идентичными.

В том случае, когда волна падает со стороны пузырьковой жидкости на границу раздела, вместо второго равенства (14) получим

$$\sin \theta^{(0)} = \left(\omega / K^{(s)} C_l \right) \sin \theta^{(s)}. \quad (16)$$

Для коэффициентов отражения и преломления в этом случае будем иметь

$$S = 2 \left/ \left(1 + \frac{\omega}{C_l K^{(s)}} \frac{\rho_{l0} + \rho_{g0}}{\rho_{l0}^0} \frac{\cos \theta^{(s)}}{\cos \theta^{(0)}} \right) \right., \quad R = S - 1. \quad (17)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве примера пузырьковой жидкости рассмотрим смесь воды с воздушными включениями. В численных расчетах использовались следующие значения теплофизических параметров при $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 300$ К [18]: для воды – $C_l = 1500$ м/с, $\rho_{l0}^0 = 1000$ кг/м³; для воздуха – $\rho_{g0}^0 =$

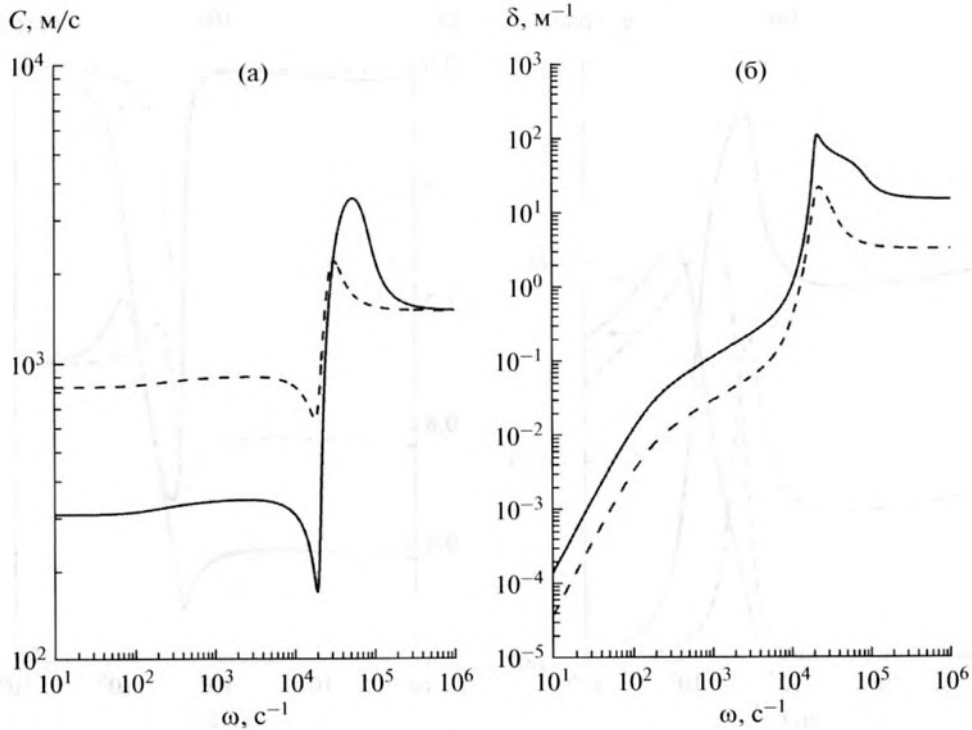


Рис. 1. Влияние объемного содержания α_{g0} на фазовую скорость (а) и коэффициент затухания (б).

$= 1.3 \text{ кг/м}^3$, $c_g = 1006 \text{ Дж/(кг К)}$, $\lambda_g = 0.026 \text{ Вт/(м К)}$. Для значений радиуса пузырьков приняли значение $a_0 = 10^{-3} \text{ м}$.

На рис. 1 представлены зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания звука от частоты, иллюстрирующие влияние величины объемного содержания воздуха. Сплошные и пунктирные линии здесь и в дальнейшем соответствуют значениям объемного содержания газовой фазы $\alpha_{g0} = 10^{-3}$ и 10^{-4} . На этих графиках наблюдаются три характерных диапазона частот, где существенно различаются не только количественная, но и качественная картина дисперсионных кривых. Из анализа дисперсионного уравнения (7) следует, что эффект дисперсии звука в низкочастотной области ($\omega \leq \omega^{(R)}$) определяется межфазной температурной неравновесностью. Величина фазовой скорости звука с ростом частоты также растет от значения, определяемого из выражения

$$\frac{1}{C_e^{(T)2}} = \frac{\rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}{p_0} + \left(\frac{1 - \alpha_{g0}}{C_l} \right)^2, \quad (18)$$

до значения

$$\frac{1}{C_f^{(T)2}} = \frac{\rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}{\gamma p_0} + \left(\frac{1 - \alpha_{g0}}{C_l} \right)^2. \quad (19)$$

Характерная частота, отвечающая за эту дисперсию, определяется как

$$\omega^{(T)} = v_g^{(T)} / a_0^2. \quad (20)$$

При этой частоте ($\omega = \omega^{(T)}$) характерное расстояние проникания температурных возмущений в пузырек порядка их радиуса. Величины характерных частот, отвечающих за радиальную инерцию пузырьков и температурную неравновесность, для рассмотренного примера составляют соответственно: $\omega^{(R)} = 2 \times 10^4 \text{ с}^{-1}$ и $\omega^{(T)} = 20 \text{ с}^{-1}$.

На основе дисперсионного уравнения (7), пренебрегая влиянием вязкости в уравнении Рэлея–Лэмба, нетрудно получить следующие асимптотические формулы для зависимости коэффициента затухания от частоты возмущений:

$$\delta^{(T)} = \frac{(1 - \gamma^{-1}) C_e^{(T)} \rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0}) \omega^2}{30 p_0 \omega^{(T)}}$$

при $\omega \ll \omega^{(T)}$

и

$$\delta^{(T)} = \frac{3 (1 - \gamma^{-1}) C_f^{(T)} \rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0}) \sqrt{\omega^{(T)}}}{2\sqrt{2} p_0}$$

при $\omega^{(T)} \ll \omega \ll \omega^{(R)}$.

(21)

В диапазоне частот $\omega^{(R)} < \omega < \omega^{(C)}$ ($\omega^{(C)} = \omega^{(R)} \sqrt{1 + \rho_{l0}^0 \alpha_{g0} C_l^2 / \gamma p_0}$) величины коэффициента затухания и фазовой скорости принимают ано-

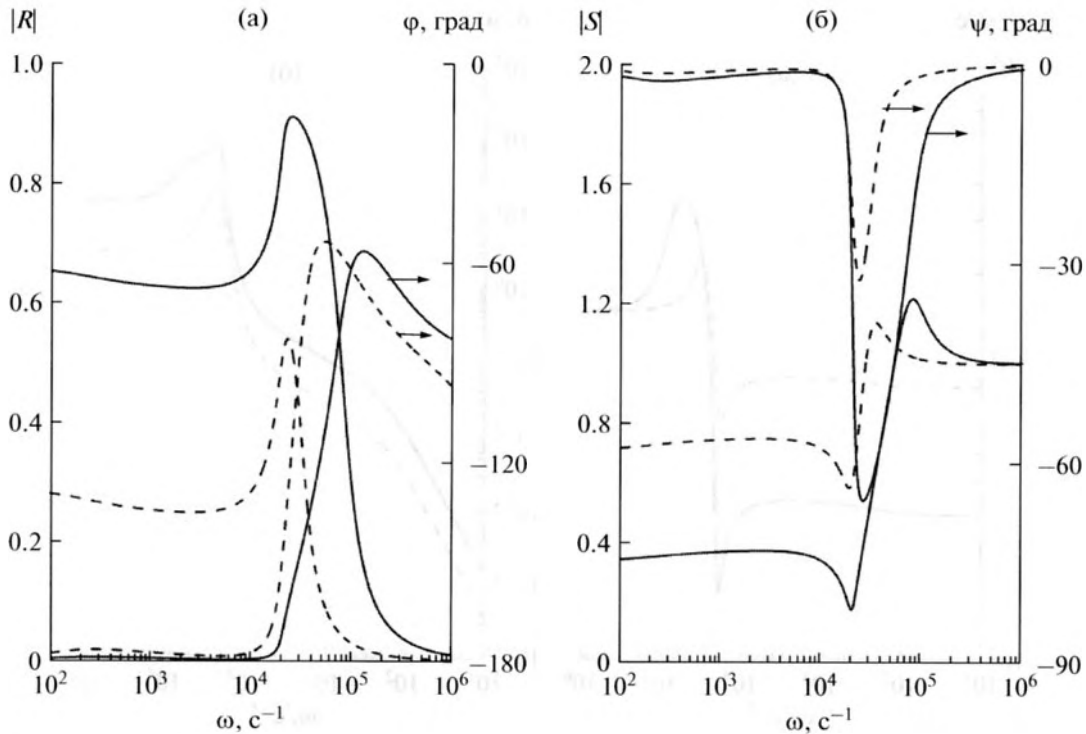


Рис. 2. Зависимость коэффициентов отражения (а) и преломления (б) (модулей — левая ось, аргументов — правая ось) при прямом падении волны со стороны воды на границу раздела от угла падения.

мально высокие значения, поэтому эта зона частот соответствует полосе непропускания. Вне этого диапазона ($\omega \geq \omega^{(C)}$) скорость звука и коэффициент затухания стремятся к значениям

$$C_f = \frac{C_\ell}{1 - \alpha_{g0}} = C_e \text{ и } \delta_f = \frac{3\alpha_{g0}^{2/3}}{2a_0}. \quad (22)$$

Из формул (17) и (18) для фазовой скорости следует, что если величина объемного содержания пузырьков удовлетворяет условию $\alpha_{g0} \gg \alpha_{g0}^0$ ($\alpha_{g0}^0 = p_0 / \rho_{l0}^0 C_\ell^2$), то скорость звука определяется выражениями

$$C_e^{(T)} = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}} \text{ и } C_f^{(T)} = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}}. \quad (23)$$

В обратной ситуации ($\alpha_{g0} \ll \alpha_{g0}^{(C)}$) будем иметь

$$C_e^{(T)} \approx C_f^{(T)} \approx C_l.$$

Для водовоздушной смеси величина минимального критического объемного содержания пузырьков, когда сжимаемость жидкости (в плане определения скорости распространения звука) незначительна, равна $\alpha_{g0}^{(C)} \approx 2 \times 10^{-4}$. Следовательно, для достаточно широкого диапазона объемного содержания пузырьков ($\alpha_{g0} \gg 10^{-4}$) скорость звука для низкочастотных возмущений определя-

ется выражениями (22). Второе из них, соответствующее адиабатическому поведению газа в пузырьках, называется формулой Мэллока [2]. Из этих формул, а также из дисперсионных зависимостей (рис. 1), следует, что наличие небольшого содержания пузырьков, расположенных по объему, делает жидкость акустически более мягкой средой по сравнению с “чистой” жидкостью (акустический импеданс при этом может снижаться в десятки раз). Все это, в свою очередь, делает пузырьковый слой в жидкости привлекательным объектом в плане отражения и преломления акустических волн.

На рис. 2 представлены зависимости модулей и аргументов (в градусах) коэффициентов отражения и преломления от частоты возмущений при прямом падении волны со стороны чистой жидкости на границу раздела. Видно, что в низкочастотном диапазоне для коэффициентов отражения и преломления наблюдается небольшая дисперсия, причем величина их аргументов составляет $\phi \approx -180^\circ$ и $\psi \approx 0^\circ$ соответственно. Следовательно, достаточно протяженные импульсы давления будут отражаться в виде отрицательных импульсов, имеющих амплитуду несколько ниже, чем амплитуда исходной падающей волны. Для представленных примеров они составляют примерно 0.65 и 0.35 от исходной амплитуды при $\alpha_{g0} = 10^{-3}$ и 10^{-4} соответственно. При этом в пузырь-

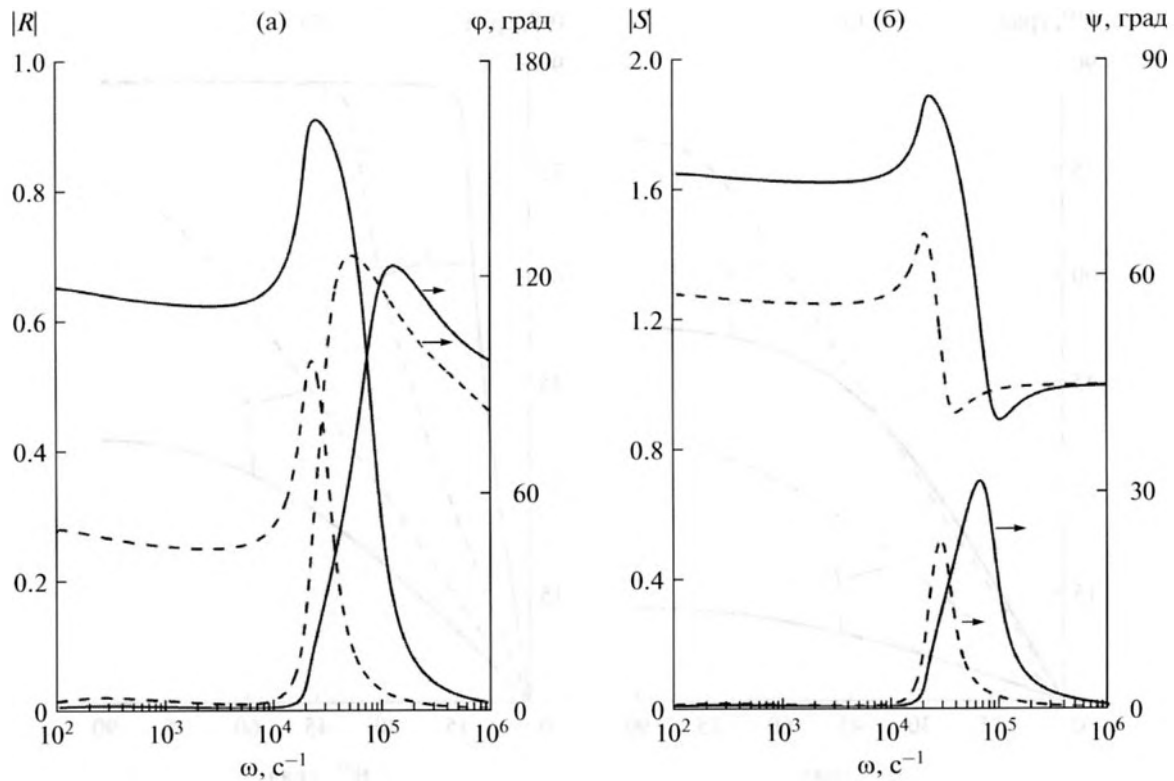


Рис. 3. Зависимость коэффициентов отражения (а) и преломления (б) (модулей — левая ось, аргументов — правая ось) при прямом падении волны со стороны пузырьковой жидкости на границу раздела от угла падения.

ковую смесь преломляется как импульсы с амплитудами 0.35 и 0.65 соответственно от амплитуды падающей волны. Для высоких частот ($\omega \geq \omega^{(C)}$) имеет место $|R| \approx 0$ и $|S| \approx 1$. Следовательно, короткие импульсы давления проходят границу раздела “жидкость—пузырьковая жидкость” без искажения.

Когда волна падает со стороны пузырьковой жидкости (рис. 3) на границу раздела, для низких частот имеем соответственно: $|R| = 0.65$ и 0.3 ; $|S| = 1.65$ и 1.3 ; $\varphi = \psi = 0^\circ$. В этом случае импульс, отраженный от границы раздела, будет несколько ослабленный. Проходящий же в жидкость сигнал будет иметь амплитуду, превышающую амплитуду исходного импульса (для представленного примера примерно в полтора раза).

Короткие сигналы ($\omega \geq \omega^{(C)}$), аналогично предыдущей ситуации, будут проникать без особой трансформации. Как следует из графиков для коэффициента затухания (рис. 1б) и формулы для δ_f , в данном случае происходит сильное затухание акустических сигналов. Поэтому пузырьковая завеса сравнительно небольшой толщины (для представленных примеров — порядка несколько десятков сантиметров) имеет свойство полностью “проглатывать” короткие импульсы. Это, в свою очередь,

предсказывает использование пузырьковых завес для маскировки подводных объектов от гидроэхолокатора, например.

Зависимость угла преломления от угла падения представлена на рис. 4. Фрагменты (а) и (б) соответствуют падению волны со стороны “чистой” жидкости и пузырьковой смеси на границу раздела. Линии 1 и 2 построены для двух характерных значений частот $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$, когда выполняется условие $\omega \leq \omega^{(R)}$, и $\omega = 10^5 \text{ с}^{-1}$ ($\omega \geq \omega^{(C)}$). Отметим, что согласно второй формуле (14) угол преломления $\theta^{(s)}$ является комплексным числом, поскольку волновое число $K^{(s)}$ для пузырьковой системы комплексное. Чтобы формально избавиться от комплексности $\theta^{(s)}$, в формуле (14) вместо $K^{(s)}$ достаточно использовать действительную часть волнового числа, т.е. $\text{Re}(K^{(s)})$. Такое допущение означает пренебрежение диссипативными процессами в плане определения акустической жесткости сред. Как показывают численные расчеты, действительная часть комплексной величины, определенной из (14), практически идентична со значением, когда за волновое число принимается только его действительная часть. Поэтому в дальнейшем под углом преломления будем понимать действительную часть $\theta^{(s)}$.

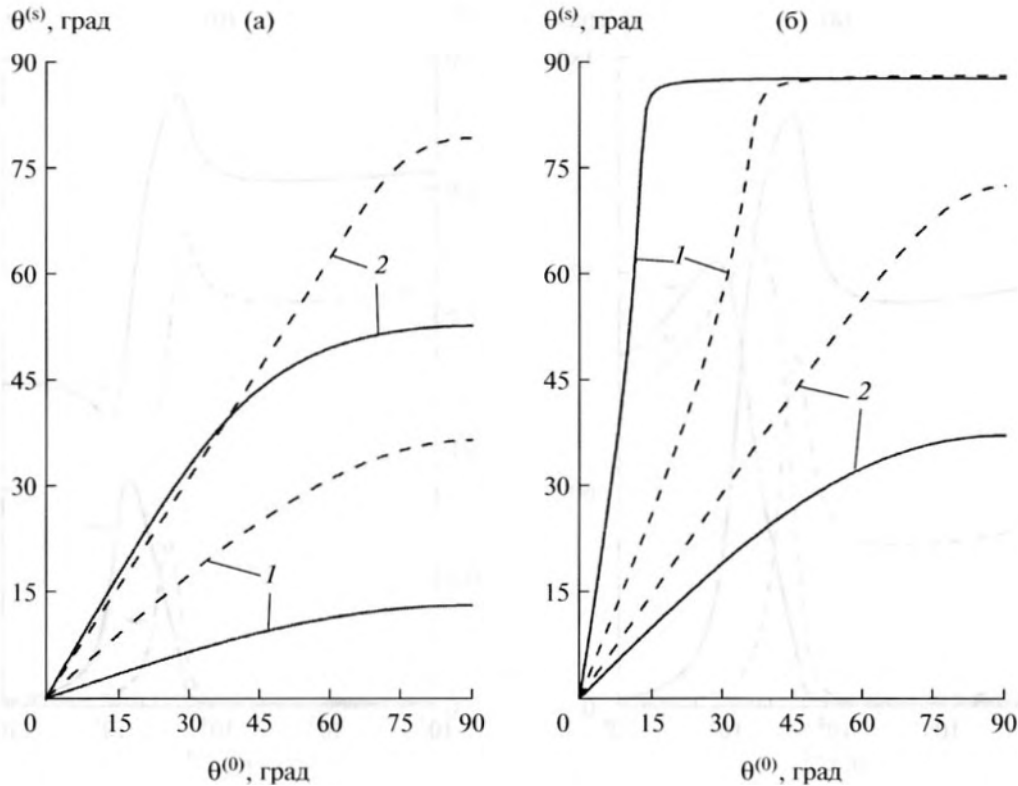


Рис. 4. Зависимость угла преломления (а) при падении волны со стороны воды на границу раздела и угла преломления (б) при падении волны со стороны пузырьковой жидкости на границу раздела от угла падения.

Из рис. 4а видно, что на всем диапазоне изменения угла падения ($0 \leq \theta^{(0)} \leq 90^\circ$), угол преломления меньше прямого угла ($\theta^{(s)} < 90^\circ$). Следовательно, при любом угле падения акустическая волна всегда проникает из чистой жидкости в зону пузырьковой смеси. В обратной ситуации (рис. 4б), когда волна падает со стороны пузырьковой жидкости на границу раздела, линии 1 уже при углах падения, превышающих значение $\theta^{(0)} = 15^\circ$ ($\alpha_{g0} = 10^{-3}$) и 30° ($\alpha_{g0} = 10^{-4}$), асимптотически приближаются к значению $\theta^{(s)} = 90^\circ$. И, тем самым, для углов падения, превышающих отмеченные значения, происходит полное внутреннее отражение [17]. Следовательно, для низкочастотных возмущений пузырьковая жидкость становится звуковым каналом [19]. Для высоких частот такая особенность, связанная с полным внутренним отражением, исчезает.

На рис. 5 показана зависимость коэффициентов отражения и преломления от угла падения волны со стороны “чистой” жидкости на границу раздела. Для низкочастотного диапазона наблюдается увеличение модуля коэффициента отражения с ростом угла падения, т.е. для более косо падения волны пузырьковая жидкость становится более

акустически мягкой. При этом модуль величины коэффициента прохождения снижается.

Из рис. 6 следует, что значение модуля коэффициента отражения растет и стремится к единице с увеличением угла падения до критического значения ($\theta_*^{(0)} = 15^\circ$ и 30°), когда наступает условие полного внутреннего отражения ($|R| = 1$). Что же касается модуля коэффициента преломления, то он монотонно растет до максимального значения $|S| = 2$ при $0 < \theta^{(0)} < \theta_*^{(0)}$, а затем монотонно падает ($\theta_*^{(0)} < \theta^{(0)} < 90^\circ$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что при падении волны со стороны воды на границу раздела она при любом угле падения проходит в пузырьковую жидкость. Для высокочастотных волн амплитуда проходящих волн меняется незначительно. Получено, что при падении акустической волны со стороны пузырьковой среды на границу раздела для низкочастотных волн существует критический угол падения, при углах больше которого она полностью отражается от границы раздела. Установлено, что пу-

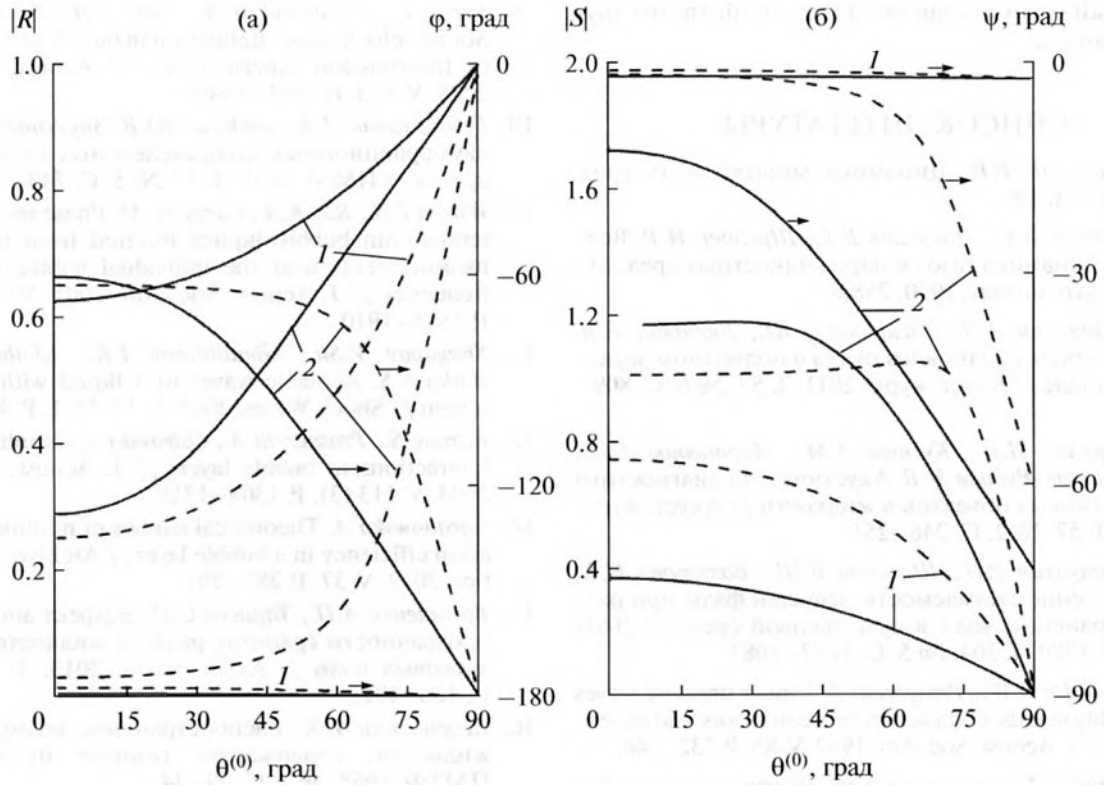


Рис. 5. Коэффициенты отражения (а) и преломления (б) (сплошная линия – модуль, пунктирная линия – аргумент) при косом падении волны со стороны воды на границу раздела в зависимости от угла падения.

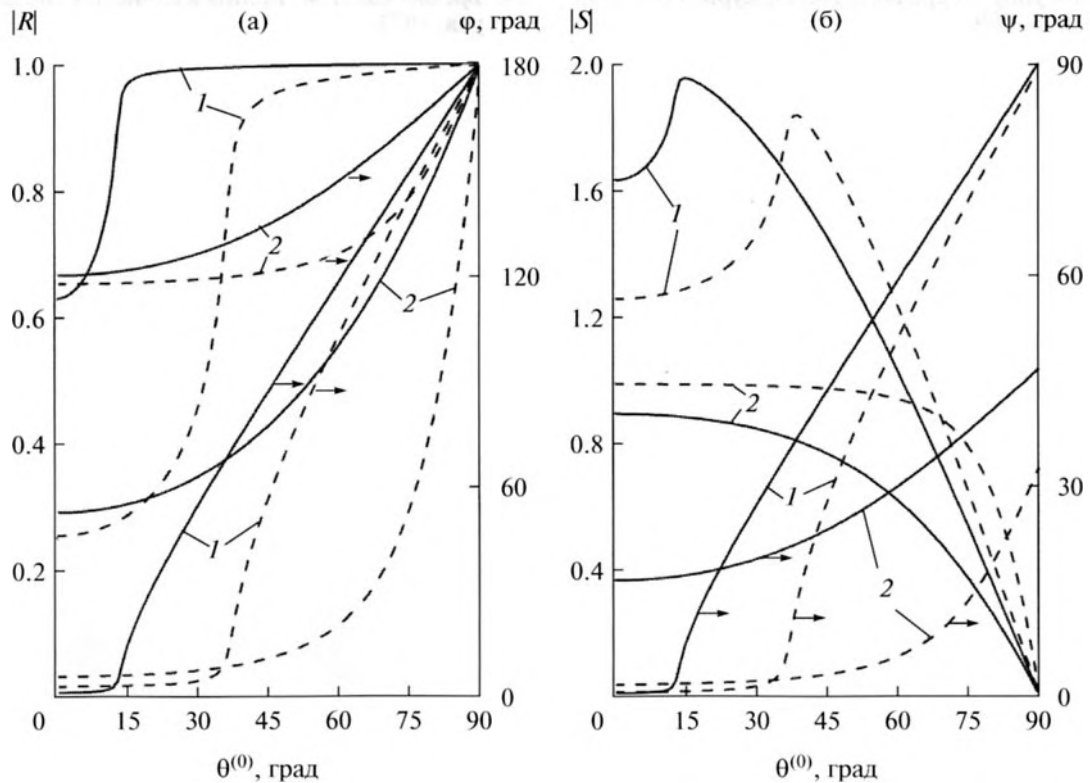


Рис. 6. Коэффициенты отражения (а) и преломления (б) (сплошная линия – модуль, пунктирная линия – аргумент) при косом падении волны со стороны пузырьковой смеси на границу раздела в зависимости от угла падения.

зырьковый слой в воде обладает свойствами звукового канала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматуллин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
2. *Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
3. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я.* Фокусировка волнового пучка в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 6. С. 809–817.
4. *Диденкулов И.Н., Кустов А.М., Мартыанов А.И., Прончатов-Рубцов Н.В.* Акустическая диагностика пузырьков объектов в жидкости // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 2. С. 246–251.
5. *Нигматуллин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К.* Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // ДАН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1077–1081.
6. *Commander K.W., Prosperetti A.* Linear pressure waves in bubbly liquids: comparison between theory and experiments // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 85. P. 732–746.
7. *Feuillade C.* The attenuation and dispersion of sound in water containing multiply interacting bubbles // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 99. P. 3412–3430.
8. *Алексеев В.Н., Рыбак С.А.* Колебания газовых пузырьков в упругих средах // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 5. С. 603–609.
9. *Leroy V., Strybulevych A., Page J.H., Scanlon M.G.* Sound velocity and attenuation in bubbly gels measured by transmission experiments // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. P. 1931–1940.
10. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах // ПММ. 2013. Т. 77. № 5. С. 743–753.
11. *Wilson P.S., Roy R.A., Carey W.M.* Phase speed and attenuation in bubbly liquids inferred from impedance measurements near the individual bubble resonance frequency // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 4. P. 1895–1910.
12. *Shagapov V.Sh., Gimaltdinov I.K., Khabeev N.S., Bailey S.S.* Acoustic waves in a liquid with a bubble screen // Shock Waves. 2003. V. 13. № 1. P. 49–56.
13. *Karpov S., Prosperetti A., Ostrovsky L.* Nonlinear wave interactions in bubble layers // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113 (3). P. 1304–1316.
14. *Baranowska A.* Theoretical studies of nonlinear generation efficiency in a bubble layer // Archives of Acoustics. 2012. V. 37. P. 287–294.
15. *Волощенко А.П., Тарасов С.П.* Эффект аномальной прозрачности границы раздела жидкость–газ для звуковых волн // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 186–192.
16. *Кедринский В.К.* Распространение возмущений в жидкости, содержащей газовые пузырьки // ПМТФ. 1968. № 4. С. 29–34.
17. *Лепендин Л.Ф.* Акустика. М.: Высшая школа, 1978.
18. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
19. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.

