

МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

© 2015 г. Ю. И. Папкина

Севастопольский национальный технический университет

Севастополь, ул. Университетская 33

E-mail: yulia.papkova@gmail.com

Поступила в редакцию 04.03.2014 г.

Рассматривается моделирование нижней границы гидроакустического волновода. Исследуется применимость и связь моделей жесткого дна и жидкого полупространства в зависимости от параметров донных осадков. Рассматривается влияние донных потерь на характеристики звукового поля в волноводе. Приведены примеры численного моделирования.

Ключевые слова: гидроакустический волновод, нормальные моды, дисперсионное уравнение, бесконечные системы линейных алгебраических уравнений.

DOI: 10.7868/S0320791914060124

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время теория слоистых сред составляет основную часть раздела акустики, который связан с распространением звука в жидкости. Важность этого класса неоднородных сред обусловлена тем, что в большом числе геофизических и технических задач среды действительно являются слоистыми или мало отличаются от них [1, 2]. При теоретическом исследовании распространения звука в океане в основном используется приближение плоскостроистой среды, когда скорость звука $c(z)$, плотность $\rho(z)$ считаются зависящими лишь от глубины z . В этом случае для описания акустических свойств волновода используют два основных подхода: плоскостроистая модель на абсолютно жестком основании и плоскостроистая модель на жидком или упругом полупространстве [1–3]. В реальных природных волноводах применение первого или второго подхода определяется структурой и свойствами донного слоя [1]. Для расчета звукового поля в волноводе с более сложной геометрией дна актуальным является моделирование нижней границы гидроакустического волновода. Цель настоящей работы состоит в исследовании границ для слоистых моделей волноводов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В акустике шельфа для нахождения звукового поля в морской среде широко используется метод нормальных мод [2, 4]. В случае цилиндрической симметрии звуковое поле точечного гармонического источника излучающего волну круговой частоты $\omega = 2\pi f$, описывается скалярной функцией

$\Phi(r, z, t) = \Phi(r, z) \exp(-i\omega t)$, удовлетворяющей уравнению Гельмгольца

$$\Delta\Phi + \frac{\omega^2}{c^2(z)}\Phi = -\frac{\delta(z - z_0)\delta(r)}{2\pi r},$$

где Δ – оператор Лапласа; $\Phi(r, z)$ – амплитуда потенциала скорости; δ – дельта-функция Дирака; $c(z)$ – вертикальное распределение скорости звука в волноводе.

Поверхность гидроакустического волновода моделируется как акустически свободная, что соответствует краевому условию

$$\Phi_{z=0} = 0.$$

В качестве первого приближения к реальным гидроакустическим волноводам можно использовать известную модель плоскостроистого гидроакустического волновода [1]. Рассмотрим двухслойную модель гидроакустического волновода, где донный слой лежит на абсолютно жестком основании. Расположим начало цилиндрической системы координат на поверхности волновода над источником звука с координатами $(0, z_0)$, ось Oz направлена к дну. Пусть гидроакустический волновод имеет радиальную симметрию и ограничен свободной поверхностью и жидким дном на абсолютно жестком основании:

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right|_{z=h_1} = 0.$$

На границе раздела слоев $z = h$ должны выполняться условия непрерывности звукового поля:

$$\lim_{z \rightarrow h^-} \rho_1 \Phi = \lim_{z \rightarrow h^+} \rho_2 \Phi; \quad \lim_{z \rightarrow h^-} \frac{\partial\Phi}{\partial z} = \lim_{z \rightarrow h^+} \frac{\partial\Phi}{\partial z},$$

где ρ_1 – плотность слоя воды; ρ_2 – плотность донных осадков. Общее решение $\Phi(r, z)$ краевой задачи, удовлетворяющее как граничным условиям, так и условию излучения, строится в виде суммы нормальных мод:

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi_n(z) H_0^{(1)}(\xi_n r), \quad (1)$$

где $H_v^{(1)}(z) = J_v(z) + iY_v(z)$ – функция Ханкеля 1-го рода порядка v , $J_v(z)$ и $Y_v(z)$ – функции Бесселя 1-го и 2-го рода соответственно; $\{\xi_n\}_{n=0}^{\infty}$ и $\{\varphi_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ – собственные числа и собственные функции следующей краевой задачи:

$$\begin{aligned} \varphi'' + \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - \xi^2 \right) \varphi &= 0, \\ \varphi_1(0) &= 0, \\ \lim_{z \rightarrow h^-} \rho_1 \varphi_1(z) &= \lim_{z \rightarrow h^+} \rho_2 \varphi_2(z), \\ \lim_{z \rightarrow h^-} \varphi_1'(z) &= \lim_{z \rightarrow h^+} \varphi_2'(z), \\ \varphi_2'(h) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

при этом A_n – произвольные постоянные.

После подстановки выражения (1) в неоднородное уравнение Гельмгольца, с учетом ортогональности собственных функций $\{\varphi_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ в пространстве $L_2[0; h_1]$, значения произвольных постоянных A_n определяются как [5]:

$$A_n = \frac{i}{4} \frac{\rho(z_0) \varphi_n(z_0)}{\int_0^{h_1} \rho(z) \varphi_n^2(z) dz}.$$

В результате выражение для амплитуды потенциала скорости $\Phi(r, z)$ имеет вид

$$\Phi(r, z) = \frac{i}{4} \rho(z_0) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n(z_0) \varphi_n(z)}{\int_0^{h_1} \rho(z) \varphi_n^2(z) dz} H_0^{(1)}(\xi_n r). \quad (3)$$

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ И ЧИСЕЛ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим алгоритм построения собственных функций и чисел краевой задачи (2) на основе линейной аппроксимации квадрата волнового числа $k^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2(z)}$. Пусть профиль скорости звука $c_1(z)$ в водном слое определен системой опорных точек $c(z_i) = c_i$, тогда отрезок $[0; h]$ разбивается на N частей системой точек $\{z_k\}_{k=0}^N$ ($z_0 = 0, z_N = h$), на

каждой из которых профиль скорости звука допускает аппроксимацию $c(z) = c_k(z)$, $z \in [z_{k-1}; z_k]$, обеспечивающую существование аналитических решений дифференциального уравнения (2). Линейно независимые решения уравнения для аппроксимации вида

$$\begin{aligned} \left(\frac{\omega}{c_k(z)} \right)^2 &= a_k + b_k z \left(a_k = \frac{\omega^2}{z_{k+1} - z_k} \left(\frac{z_{k+1}}{c_k^2} - \frac{z_k}{c_{k+1}^2} \right); \right. \\ b_k &= \frac{\omega^2}{z_{k+1} - z_k} \left(\frac{1}{c_{k+1}^2} - \frac{1}{c_k^2} \right) \end{aligned}$$

при $b_k \neq 0$ выражаются через функции Эйри:

$$\begin{aligned} \varphi_{1,k}(z, \xi) &= Ai \left(\frac{\xi^2 - a_k}{\sqrt[3]{b_k}} - \sqrt[3]{b_k} z \right); \\ \varphi_{2,k}(z, \xi) &= Bi \left(\frac{\xi^2 - a_k}{\sqrt[3]{b_k}} - \sqrt[3]{b_k} z \right), \end{aligned} \quad (4)$$

при $b_k = 0$ – через показательную и тригонометрические функции:

$$\begin{aligned} \varphi_{1,k}(z, \xi) &= \begin{cases} \cos(\sqrt{a_k - \xi^2} z), & a_k - \xi^2 \geq 0, \\ \exp(\sqrt{a_k - \xi^2} z), & a_k - \xi^2 < 0; \end{cases} \\ \varphi_{2,k}(z, \xi) &= \begin{cases} \sin(\sqrt{a_k - \xi^2} z), & a_k - \xi^2 \geq 0, \\ \exp(-\sqrt{a_k - \xi^2} z), & a_k - \xi^2 < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Таким образом, на отрезке аппроксимации $z \in [z_{k-1}; z_k]$ профиля скорости звука общее решение однородного дифференциального уравнения (2) имеет вид

$$\Psi_k = \varphi_{1,k} C_{1,k} + \varphi_{2,k} C_{2,k}, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

При $z \rightarrow \infty$ скорость звука достаточно быстро выходит на постоянное значение, поэтому в донном слое будем иметь

$$k_2 = \frac{\omega}{c_2}, \quad c_2 = \lim_{z \rightarrow \infty} c_2(z).$$

Построив непрерывные со своей первой производной линейно-независимые решения для всего водного слоя в точках z_1, z_2, \dots, z_{N-1} с учетом условий (2), получим однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно $C_{1,k}$ и $C_{2,k}$. Необходимым условием для существования у полученной системы нетривиального решения является равенство нулю ее определителя, что дает дисперсионное уравнение для определения собственных чисел $\{\xi_n\}$. Данные формулы остаются справедливыми и в случае, когда поглощение звука в слое осадков описывается постоянной величиной коэффициента потерь η , $\bar{k}_2 = k_2(1 - i\eta)$.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ
ДЛЯ ПЛОСКОСЛОИСТОГО ВОЛНОВОДА

Гидрофизический волновод, как правило, имеет слоистую структуру, дно которого расположено на жидком или упругом полупространстве [1, 2]. Для исследования волноводных эффектов в гидроакустическом волноводе, таких как распространение звука вдоль трассы, влияние структуры осадков на акустическое поле, энергетические характеристики мод, необходимо предварительно ограничивать область волновода. Данную проблему можно решить путем введения искусственных границ [6, 7].

В простейшем случае гидроакустический волновод представляет собой однородный слой воды глубины h с постоянным профилем скорости звука c_1 , лежащий на жидком грунте с профилем скорости звука c_2 . Из приведенных выше теоретических результатов следует, что решение краевой задачи (2) дает дисперсионное уравнение для определения собственных чисел $\{\xi_n\}$:

$$\operatorname{tg}(\mu_1 h) \operatorname{tg}\left(i\sqrt{\xi^2 - \bar{k}^2}(h_1 - h)\right) = -\frac{\mu_1}{b_{12}\mu_2},$$

где $\mu_1^2 = k_1^2 - \xi^2$, $\mu_2^2 = \bar{k}_2^2 - \xi^2$, $b_{12} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$. Используя известное разложение $\operatorname{th}z$ при больших $|z|$ [8]:

$$\operatorname{th}z = 1 - 2e^{-2z} + 3e^{-4z} - 2e^{-6z} + \dots,$$

для достаточно большой глубины донного слоя h_1 получим, что характеристическое уравнение совпадает с характеристическим уравнением для волновода на жидком полупространстве [3] $\operatorname{tg}(\mu_1 h) = i\mu_1/b_{12}\mu_2$, несмотря на различный характер их построения.

В случае типичного для ПЗК профиля скорости звука проведем линейную аппроксимацию $(\omega/c_1(z))^2$ на двух отрезках $[0; z_1]$ и $(z_1; h]$. Используя предложенный выше метод, можем найти решение задачи (2). При достаточно большой глубине донного слоя h_1 спектр горизонтально-волновых чисел ξ задачи (2) совпадает с дискретным спектром краевой задачи для волновода на жидком полупространстве $\Delta(\xi) = 0$, где

$$\begin{aligned} \Delta &= \varphi_{1,1}(0) \left(\Delta_1 - \frac{i}{b_{12}\mu_2} \Delta_2 \right) - \varphi_{2,1}(0) \left(\Delta_3 - \frac{i}{b_{12}\mu_2} \Delta_4 \right); \\ \Delta_1 &= \varphi_{1,2}(h) \left(\varphi'_{2,2}(z_1)\varphi_{2,1}(z_1) - \varphi_{2,2}(z_1)\varphi'_{2,1}(z_1) \right) + \\ &+ \varphi_{2,2}(h) \left(\varphi'_{2,1}(z_1)\varphi_{1,2}(z_1) - \varphi_{2,1}(z_1)\varphi'_{1,2}(z_1) \right); \\ \Delta_2 &= \varphi'_{1,2}(h) \left(\varphi'_{2,2}(z_1)\varphi_{2,1}(z_1) - \varphi_{2,2}(z_1)\varphi'_{2,1}(z_1) \right) + \\ &+ \varphi'_{2,2}(h) \left(\varphi'_{2,1}(z_1)\varphi_{1,2}(z_1) - \varphi_{2,1}(z_1)\varphi'_{1,2}(z_1) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \varphi_{1,2}(h) \left(\varphi'_{2,2}(z_1)\varphi_{1,1}(z_1) - \varphi_{2,2}(z_1)\varphi'_{1,1}(z_1) \right) + \\ &+ \varphi_{2,2}(h) \left(\varphi'_{1,1}(z_1)\varphi_{1,2}(z_1) - \varphi_{1,1}(z_1)\varphi'_{1,2}(z_1) \right); \\ \Delta_4 &= \varphi'_{1,2}(h) \left(\varphi'_{2,2}(z_1)\varphi_{1,1}(z_1) - \varphi_{2,2}(z_1)\varphi'_{1,1}(z_1) \right) + \\ &+ \varphi'_{2,2}(h) \left(\varphi'_{1,1}(z_1)\varphi_{1,2}(z_1) - \varphi_{1,1}(z_1)\varphi'_{1,2}(z_1) \right), \end{aligned}$$

а $\varphi_{1,1}$, $\varphi_{2,1}$, $\varphi_{1,2}$, $\varphi_{2,2}$ – функции Эйри (4). Таким образом, при достаточно большой глубине жесткого дна h_1 модели волноводов с жестким дном и дном в виде жидкого полупространства отличаются лишь вкладом сплошной составляющей спектра (интегралом по разрезу). Предложенный результат можно обобщить и на случай нескольких слоев.

В качестве энергетической характеристики моды номера k [9] возьмем величину, пропорциональную энергии, сконцентрированной в слое воды и в донных слоях, при этом предполагаем, что коэффициент потерь $\eta \neq 0$ в последнем слое осадков:

$$E_k = \frac{1}{h} \left| \int_0^h \varphi_k^2(z) dz \right| + \sum_{l=1}^n \frac{1}{h_l - h_{l-1}} \left| \int_h^{h_n} \rho(z) \varphi_{lk}^2(z) dz \right|,$$

где n – количество донных слоев, $h_0 = h$. В случае двухслойного волновода данная формула будет иметь вид

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2h} \left| h - \frac{\sin(\mu_{1k}h) \cos(\mu_{1k}h)}{\mu_{1k}} \right| + \frac{1}{2(h_1 - h)} \times \\ &\times \left| b_{12}^2 \sin^2(\mu_{1k}h) \operatorname{tg}(\mu_{1k}h) \frac{(\exp(-2i\mu_{2k}(h_1 - h) - 1))}{\mu_{1k}} \right|. \end{aligned}$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ
В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ С НЕРОВНЫМ ДНОМ

В настоящее время множество экспериментальных данных о рельефе дна (степени его изрезанности, вертикального расчленения, углах наклона) океана показывают, что для структуры донных слоев во многих случаях не характерна горизонтальная слоистость. Ниже предлагается модель гидроакустического волновода с цилиндрическим выступом (впадиной), который можно моделировать варьированием параметров слоев (рис. 1) в областях декомпозиции гидроакустического волновода. При моделировании нижней границы волновода используем предложенный выше подход отдельно к областям декомпозиции и выбираем нижнюю границу волновода как $h_N = \max(h_{A,N}; h_{B,N})$.

Общее решение $\Phi_A(r, z)$ краевой задачи для области (A), удовлетворяющее как граничным условиям, так и условию излучения, есть линейная комбинация стоячих и бегущих мод [1, 2]. Для об-

ласти (B) общее решение $\Phi_B(r, z)$ описывает уходящую от излучателя волну:

$$\begin{aligned} \Phi_A &= \frac{i\rho_A(z_0)}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_{A,n}(z_0)\varphi_{A,n}(z)}{h_N} H_0^{(1)}(\xi_{A,n}r) + \\ &\quad \int_0^{h_N} \rho_A(s)\varphi_{A,n}^2(s)ds \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} A_n\varphi_{A,n}(z)J_0(\xi_{A,n}r), \\ \Phi_B &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n\varphi_{B,n}(z)H_0^{(1)}(\xi_{B,n}r). \end{aligned}$$

Из условия непрерывности звукового поля, используя ортогональность вертикальных собственных функций, получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неопределенных коэффициентов в представлении потенциала скорости:

$$\begin{cases} x_m = \frac{1}{\gamma_m^A} \sum_{n=0}^{\infty} I_{n,m}y_n - \frac{i}{4\gamma_m^A} \rho_A(z_0)\varphi_{A,m}(z_0)H_0^{(1)}(\xi_{A,m}r_0), \\ y_m = \frac{1}{\gamma_m^B \xi_{B,m}} \frac{H_0^{(1)}(\xi_{B,m}r_0)}{H_1^{(1)}(\xi_{B,m}r_0)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_1(\xi_{A,n}r_0)}{J_0(\xi_{A,n}r_0)} \xi_{A,n} I_{m,n}x_n + \\ + \frac{i\rho_A(z_0)}{4\gamma_m^B \xi_{B,m}} \frac{H_0^{(1)}(\xi_{B,m}r_0)}{H_1^{(1)}(\xi_{B,m}r_0)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi_{A,n}}{\gamma_n^A} \varphi_{A,n}(z_0)H_1^{(1)}(\xi_{A,n}r_0)I_{m,n} \end{cases}$$

$(m = 0, 1, 2, \dots)$,

где

$$\begin{aligned} I_{m,n} &= \int_0^{h_N} \rho_B(z)\varphi_{A,n}(z)\varphi_{B,m}(z)dz; \\ \gamma_m^\sigma &= \int_0^{h_N} \rho_\sigma(z)\varphi_{\sigma,m}^2(z)dz \quad (\sigma \in \{A, B\}), \end{aligned}$$

$$x_m = A_m J_0(\xi_{A,m}r_0), \quad y_m = B_m H_0^{(1)}(\xi_{B,m}r_0).$$

Аналитическая форма решения, полученная в результате декомпозиции области гидроакустического волновода, позволяет значительно упростить исследование энергетических характери-

стик звукового поля, в частности, при анализе структуры ближнего поля рассматриваются энергетические характеристики распространения звуковой волны через зону сопряжения двух областей волновода.

Средний поток мощности от источника области A , проходящий через сечение $r = r_0$, есть сумма средних потоков мощности распространяющихся и затухающих нормальных волн. Для случая $\eta = 0$ средний поток мощности можно найти по формуле

$$\begin{aligned} w_A &= \frac{\pi f \rho(z)\rho_A(z_0)}{4} \sum_{n=0}^{N_A} \left(\frac{\varphi_{A,n}(z_0)}{4\gamma_n^A} + \text{Im } A_n \right) \varphi_{A,n}(z_0) \times \\ &\quad \times \xi_{A,n} (J_1(\xi_{A,n}r_0)Y_0(\xi_{A,n}r_0) - J_0(\xi_{A,n}r_0)Y_1(\xi_{A,n}r_0)) + \\ &\quad + \frac{f\rho(z)}{2} \sum_{n=N_A+1}^{\infty} \rho_A(z_0)\varphi_{A,n}(z_0)|\xi_{A,n}| \text{Im } A_n \times \\ &\quad \times (I_1(|\xi_{A,n}|r_0)K_0(|\xi_{A,n}|r_0) + I_0(|\xi_{A,n}|r_0)K_1(|\xi_{A,n}|r_0)), \end{aligned}$$

где $N_A + 1$ – число распространяющихся нормальных волн области A ; $I_\nu(z)$ и $K_\nu(z)$ – модифицированные функции Бесселя 1-го и 3-го рода. Средний поток мощности в области B , подводимый через сечение $r = r_0$, есть сумма средних потоков мощности распространяющихся нормальных волн:

$$w_B = \pi f \rho(z) \sum_{n=0}^{N_B} |B_n|^2 \gamma_n^B \xi_{B,n} \times$$

$$\times (J_1(\xi_{B,n}r_0)Y_0(\xi_{B,n}r_0) - J_0(\xi_{B,n}r_0)Y_1(\xi_{B,n}r_0)),$$

где $N_B + 1$ – число распространяющихся нормальных волн области B .

Для случая $\eta \neq 0$ средние потоки мощности в областях декомпозиции вычисляются численно, при этом число распространяющихся мод в области A определяется из условия $\text{Im}(\mu_{A,n}) < 0$, а в области B –

$\text{Im}(\mu_{B,n}) < 0$, так как $\mu_2 = \sqrt{\frac{\omega^2(1-in)^2}{c_n^2(z)} - \xi^2}$, очевидно, должны удовлетворять условию затухания в последнем донном слое. Из закона сохранения

Таблица 1.

m	$\xi_m^0 (h_1 = 500 \text{ м})$	$\xi_m^0 (h_1 = 1000 \text{ м})$	ξ_m
0	$-0.213500 + 0.000150i$	$-0.213502 + 0.000149i$	$-0.213500 + 0.000150i$
1	$-0.211434 + 0.000679i$	$-0.211436 + 0.000672i$	$-0.211432 + 0.000678i$
2	$-0.210880 + 0.001665i$	$-0.210259 + 0.001824i$	$-0.210425 + 0.001942i$
3	$-0.209453 + 0.001631i$	$-0.209631 + 0.001817i$	$-0.209289 + 0.001953i$
4	$-0.206853 + 0.001267i$	$-0.207074 + 0.001569i$	$-0.207369 + 0.001530i$

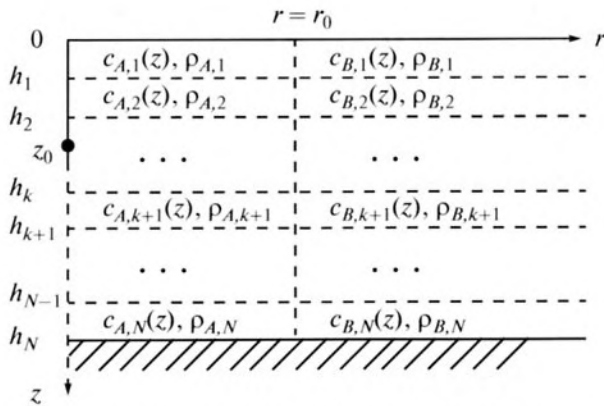


Рис. 1. Модель слоистой среды на жестком основании, позволяющая моделировать неровности дна (выступ или впадину).

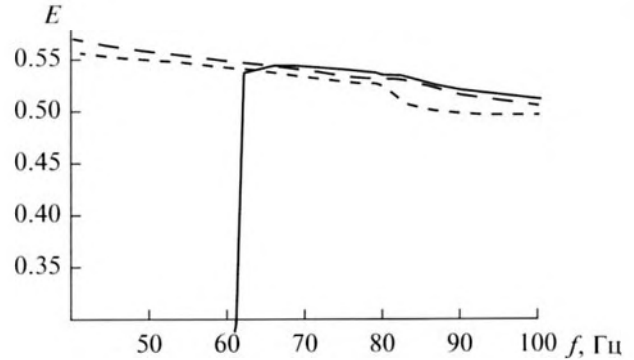


Рис. 2. Энергетические характеристики мод в зависимости от частоты, Гц (— E_0 ; - - - E_1 ; ···· E_2).

энергии вытекает необходимость выполнения условия $w_B/w_A = 1$, которое может рассматриваться как критерий точности численного решения бесконечной системы.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В статье [9] было отмечено, что для слоистого волновода с потерями возникает вопрос об определении номера моды или ее идентификации. В нашем случае номера горизонтально-волновых чисел ξ задачи (2) определяются порядком расположения их вещественных частей. Исследуем влияние геометрии нижней границы h_1 на спектр горизонтально-волновых чисел ξ для двухслойной модели волновода, представляющей собой однородный слой воды глубины $h = 150$ м с профилем скорости звука $c_1 = 1467$ м/с, второй слой – жидкий грунт глубины $(h_1 - h)$ с постоянным профилем скорости звука $c_2 = 1474$ м/с и с коэффициентом потерь $\eta = 0.009$, лежащий на абсолютно

жестком основании. Отношение плотностей водного слоя и слоя осадков полагаем $b_{12} = 0.806$, частота звука $f = 50$ Гц. Для сравнения рассмотрим гидроакустический волновод, состоящий из водного слоя, лежащего на жидком полупространстве с теми же параметрами. В табл. 1 приведено численное сопоставление для горизонтальных волновых чисел ξ , полученных для случая двухслойной модели волновода на абсолютно жестком основании при варьировании нижней границы волновода h_1 (в таблице ξ^0) и для модели волновода, дно которого представляет собой жидкое полупространство (в таблице ξ). Данный факт указывает на близость двух описанных моделей гидроакустических волноводов и дает возможность при некотором удалении от источника описать акустическое поле с помощью более простой модели волновода на абсолютно жестком основании.

Проведем анализ характеристик мод в зависимости от частоты на примере двухслойного волновода, имеющего следующие параметры: $h = 150$ м;

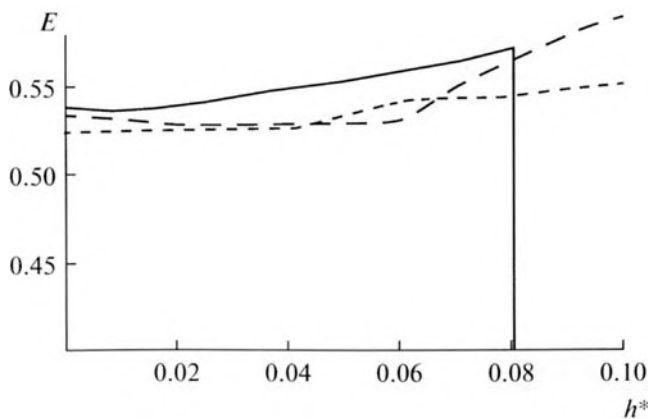


Рис. 3. Энергетические характеристики первых мод в зависимости от безразмерной высоты выступа $h^* = (h_1 - h)/h_2$ (— E_0 ; - - - E_1 ; ···· E_2).

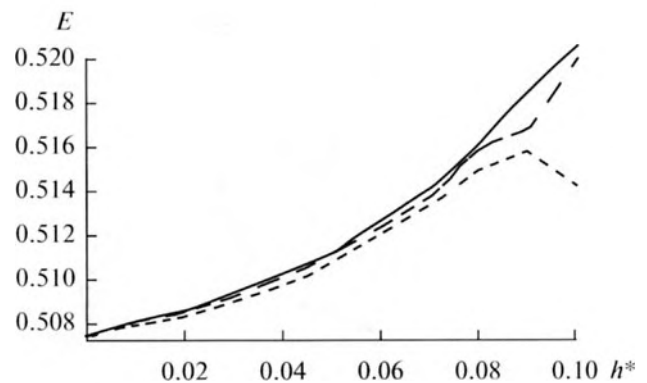


Рис. 4. Энергетический вклад первых мод в зависимости от безразмерной высоты выступа $h^* = (h_1 - h)/h_2$ (— E_0 ; - - - E_1 ; ···· E_2) для волновода без потерь в слое осадков.

Таблица 2.

$\Lambda_{01} = 7723.29$	$\Lambda_{13} = 3378.44$
$\Lambda_{02} = 3420.29$	$\Lambda_{14} = 2195.77$
$\Lambda_{03} = 2350.32$	$\Lambda_{23} = 7513.11$
$\Lambda_{04} = 1709.69$	$\Lambda_{24} = 3418.48$
$\Lambda_{12} = 6138.96$	$\Lambda_{34} = 6272.48$

$h_1 = 1000$ м; $c_1 = 1467$ м/с; $c_2 = 1650$ м/с; $b_{12} = 0.556$; $\eta = 0.02$ (рис. 2). Из рис. 2 видно, что на частотах от 40 до 62 Гц энергетический вклад нулевой моды очень мал, от частоты 62 до 100 Гц разница между нулевой и первой модами незначительна, вклад третьей моды уменьшается, начиная с частоты, равной 80 Гц.

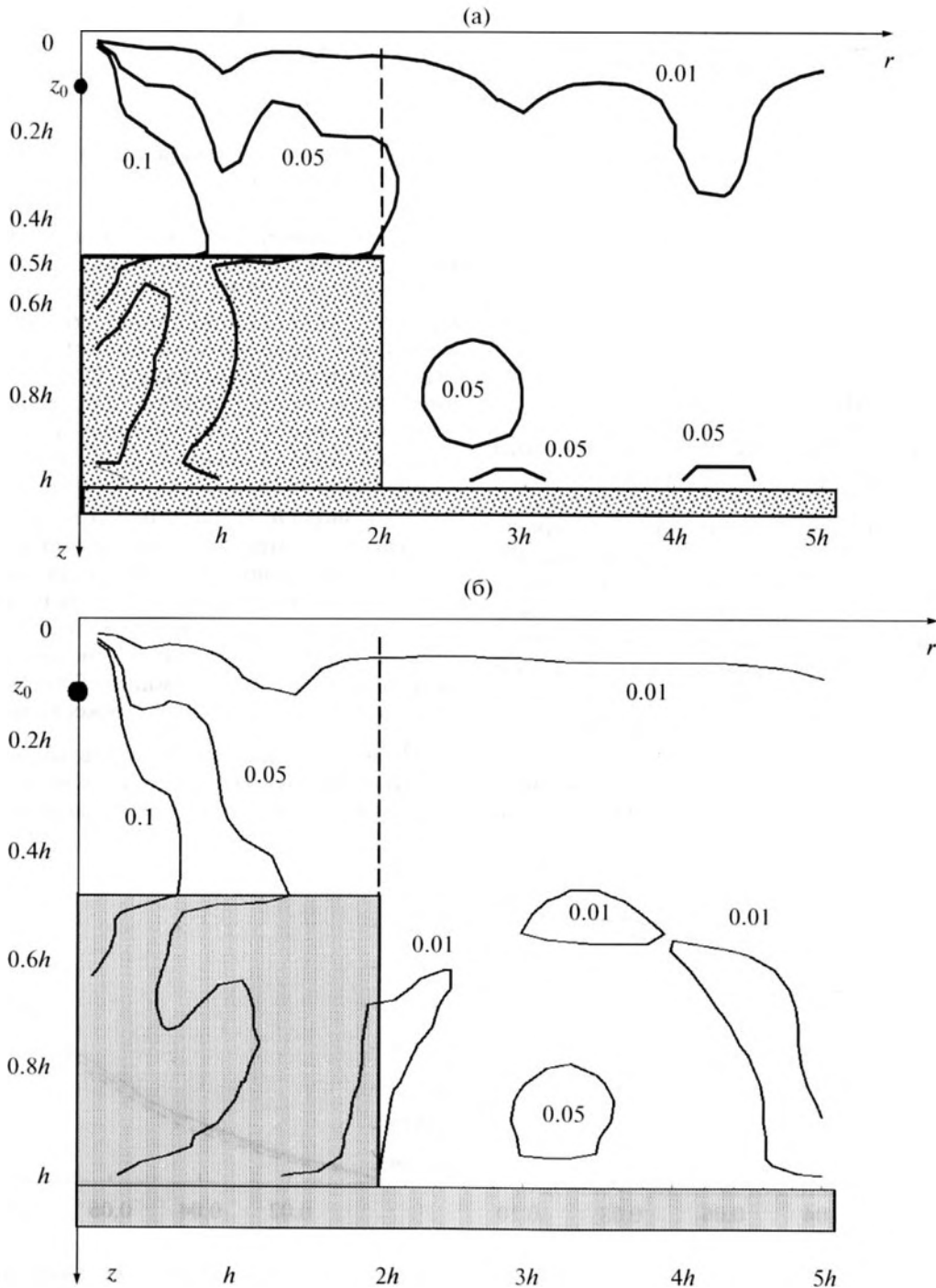


Рис. 5. Изолинии модуля потенциала скорости $|\Phi|$ для источника, расположенного в точке $(0.1h; 0)$, при частоте $\omega = 100$ Гц.

Рассмотрим модель гидроакустического волновода с цилиндрическим выступом и исследуем энергетический вклад первых мод в зависимости от высоты выступа (рис. 3, 4). Параметры двухслойного волновода: $c_1 = 1467$ м/с; $c_2 = 1650$ м/с; $b_{12} = 0.556$; $\eta = 0.01$; $f = 80$ Гц, в области A высота выступа h меняется от 0 до 100 м; $h_1 = 150$ м, $h_2 = 1000$ м, в области B слой осадков имеет глубину $h_2 - h_1 = 850$ м (рис. 3). Если высота цилиндрического выступа h от 90 до 100 м, то вклад нулевой моды близок к нулю, основное влияние на акустическое поле оказывает первая мода, если высота выступа от 10 до 50 м, то разница между первой и второй модами незначительна (рис. 3).

Рассмотрим двухслойный волновод с параметрами: $c_1 = 1467$ м/с; $c_2 = 1650$ м/с; $b_{12} = 0.556$; $f = 400$ Гц; коэффициент потерь $\eta = 0$, в области A высота выступа h меняется от 0 до 100 м; $h_1 = 150$ м, $h_2 = 1000$ м, в области B слой осадков имеет глубину $h_2 - h_1 = 850$ м (рис. 4). На рис. 4 видно, что для высоты выступа от 0 до 30 м энергетические вклады первых трех мод мало отличаются друг от друга. Вклад нулевой моды оказывает существенное влияние на поле в случае высоты выступа от 90 до 100 м, а вклад третьей моды для данных параметров выступа уменьшается.

Приведем расчет поля модуля потенциала скорости $|\Phi|$ для гидроакустического волновода глубины $h_1 = 100$ м, расположенного на слое осадков такой же глубины $h_2 = 2h_1$, содержащего под источником звука цилиндрический выступ высоты $0.5h_1$ и радиуса $2h_1$ (рис. 5) для двух случаев: (а) верхний слой дна, включая выступ, состоит из осадков со следующими постоянными: $\rho_2 = 2.0$ г/см³, $c_2 = 1800$ м/с; (б) верхний слой дна, включая выступ, состоит из осадков со следующими постоянными: $\rho_2 = 1.8$ г/см³, $c_2 = 1600$ м/с. Параметры морской среды — $\rho_1 = 1.0$ г/см³, $c_1 = 1450$ м/с. В двух случаях (рис. 5) картина изолиний на рисунках имеет одинаковый качественный характер. Вариация параметров слоя осадков приводит к небольшим вариациям потенциала скорости звука, в основном они наблюдаются под выступом около дна.

Исследуем основные волноводные эффекты в подводном звуковом канале. Пространственные периоды интерференции для случая наличия потерь в жидком грунте равны

$$\Lambda_{m,n} = \frac{2\pi}{|\operatorname{Re}(\xi_m)| - |\operatorname{Re}(\xi_n)|}.$$

В табл. 2 приведены периоды интерференции мод с номерами m и n для гидроакустического волновода с профилем скорости звука, характерным для

ПЗК, со следующими параметрами дна: $h_1 - h = 850$ м (глубина водного слоя $h = 150$ м), $c_2 = 1474$ м/с, $\eta = 0.009$, $\rho_2 = 1.24$ см/м³, частота $f = 50$ Гц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход к отысканию звукового поля подводного источника в слоистой среде зависит от степени влияния донных слоев на формирование звукового поля в волноводе. Для описания процесса распространения звуковых волн в слоистой среде можно использовать модель дна как расположенного на однородном жидком полупространстве, так и представляющего достаточно глубокий слой на твердом основании. Выполненные расчеты показали, что при моделировании дальнего поля в гидроакустическом волноводе, расположенном на илистых или глинистых донных осадках, обе модели плоскостроистого волновода дают близкие результаты. Если для структуры донных слоев не характерна горизонтальная слоистость, то в данном случае в качестве нижней границы волновода можно использовать жесткое основание.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толстой И., Клей К.С. Акустика океана. М.: Мир, 1969. 301 с.
2. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
3. Buckingham M.J., Giddens E.M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. № 1. P. 123–142.
4. Зверев В.А., Коротин П.И., Стромков А.А. Модовое обращение волн для мелкого моря // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 1. С. 62–73.
5. Papkov S.O., Papkova Yu.I., Yaroshenko A.A. Modeling of the bottom layer irregularities in a hydroacoustic waveguide using a normal-mode technique // J. Internat. Fluid Mech. Research. 2005. V. 32. № 3. P. 353–368.
6. Hagstrom T., Castro M., Givoli D., Tremach D. Local high-order absorbing conditions for time-dependent waves in guides // J. Computat. Acoust. 2007. V. 15. P. 1–22.
7. Петров П.С., Захарченко А.Д., Трофимов М.Ю. Волновое уравнение с вязкоупругим затуханием и его применение в задачах акустики мелкого моря // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 6. С. 747–755.
8. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции. М.: Наука, 1990. 528 с.
9. Агеева Н.С., Крупин В.Д. Трансформация мод в волноводе с непрерывно-переходным поглощающим слоем дна // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 3. С. 385–390.