

## ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ОКЕАНЕ С ДВУМЕРНЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

© 2017 г. О. Э. Гулин\*, И. О. Ярошук

*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН  
690041 Владивосток, ул. Балтийская 43*

*\*e-mail: gulinoe@rambler.ru*

Поступила в редакцию 21.03.2016 г.

Работа посвящена аналитическому изучению и численному моделированию распространения среднечастотного акустического сигнала в среде двумерно-неоднородного случайного мелкого моря. Исследование выполнено методом поперечных сечений (локальных мод). Представлены оригинальные теоретические оценки поведения средней интенсивности акустического поля, показано, что на разных расстояниях особенности поведения потерь при распространении определяется интенсивностью флуктуаций, их горизонтальным масштабом и зависит от исходных регулярных параметров, таких как частота излучения и величина потерь звука в дне. Аналитически установлено, что для рассматриваемых параметров волновода и частоты звука межмодовое взаимодействие имеет локальный характер и оказывает слабое влияние на статистику. Установлено, что конкретный вид пространственного спектра неоднородностей скорости звука для статистических закономерностей интенсивности поля не имеет значения при наблюдении в диапазоне дистанций мелкого моря, представляющих практический интерес.

*Ключевые слова:* случайно-неоднородное мелкое море, флуктуации акустического поля, статистические характеристики.

DOI: 10.7868/S0320791917020058

### ВВЕДЕНИЕ

Статистическому описанию низко- и среднечастотного акустического поля в океане со случайными параметрами посвящено большое число публикаций, как теоретических, так и экспериментальных, например, [1–21]. Современные представления о влиянии случайных неоднородностей морской среды на звуковые поля основаны на результатах приближенной теории, изложенной в работах [1–3] применительно к описанию слабых возмущений скорости звука в глубоком океане при прохождении внутренних волн со специальным видом спектра (Гарретта–Манка). Последующие попытки перенести данный подход, названный диффузионным приближением, на распространение звука в шельфовых зонах океана [5–9] показали, что теория плохо описывает ситуацию при наличии не слишком слабых флуктуаций, реальных потерь в среде, а также на характерных для мелкого моря дистанциях, не превышающих 50–100 км. Нет ничего удивительного в том, что для новых условий, каковыми являются условия распространения звука в мелком море, в прежнюю теорию понадобилось вносить коррективы с целью выяснения статистических закономерностей.

Первые шаги в этом плане были сделаны в работах [5, 8, 9], где для слабых флуктуаций скорости звука был, в частности, установлен факт сильных флуктуаций звукового поля уже на сравнительно небольших расстояниях от источника, а также выявлены изменения в законе спадающей средней интенсивности поля. Эти результаты типичны именно для мелководных акваторий, где существенно влияние дна, в глубоком океане подобные закономерности не фиксируются. В настоящей работе продолжено развитие метода поперечных сечений для решения двумерно-неоднородной статистической задачи о распространении звука во флуктуирующем мелководном волноводе с горизонтальными границами [17, 18]. Традиционный интерес представляет исследование поведения энергетических характеристик звукового поля [1–4, 7, 10, 14, 16–18, 20] и корреляционных функций (функций когерентности) [11–13, 15, 19]. В данной работе представлены оригинальные теоретические оценки поведения средней интенсивности поля, показано, чем определяется это поведение на разных расстояниях. Аналитически установлено, что межмодовое взаимодействие имеет локальный характер и оказывает слабое

влияние на статистику. Также результатом исследования является то, что конкретный вид пространственного спектра неоднородностей скорости звука для статистических закономерностей не имеет значения при наблюдении на дистанциях в мелком море, представляющих практический интерес.

### ФОРМУЛИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим морскую среду, состоящую из водного слоя и слоя жидких осадков, с горизонтальными поверхностями. Пусть в водной толще с постоянной плотностью  $\rho_0$  средняя (регулярная) скорость звука  $c_0(z)$  испытывает слабые двумерные флуктуации  $\delta c(r, z) = c(r, z) - c_0(z)$ ,  $|\delta c/c_0| \ll 1$ ,  $(r, z)$  — координаты цилиндрической системы. Слой жидких осадков является однородным с постоянными значениями плотности, скорости звука и поглощения:  $\rho_1, c_1, \beta_1$ . Главное допущение, вполне оправданное, состоит в том, что случайное поле скорости звука  $\epsilon(r, z) = -2\delta c(r, z)/c_0$  полагается гауссовым. Оно характеризуется средним значением, равным нулю,  $\langle \epsilon(r, z) \rangle = 0$ , и описывается некоторой анизотропной корреляционной функцией  $B_\epsilon(r_1 - r_2, z_1 - z_2) \equiv \langle \epsilon(r_1, z_1)\epsilon(r_2, z_2) \rangle$  (здесь и далее угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций). Данная функция имеет амплитуду  $B_\epsilon(0, 0) = \sigma_\epsilon^2$  (безразмерная интенсивность флуктуаций) и характеризуется масштабами пространственной корреляции по горизонтали  $L_r$  и глубине  $L_z$ . Далее будет показано, что конкретный вид корреляционной функции не ограничивает общности выводов исследования, а продиктован, как правило, удобством аналитических оценок.

Поле давления  $p(r, z)$  точечного монохроматического источника, расположенного при  $r = 0, z = z_0$ , удовлетворяет линейным уравнениям акустики со случайными коэффициентами и в волновой зоне может быть представлено разложением по локальным модам нерегулярного волновода (плотность в воде приведена к  $\rho_0 = 1$ ):

$$p(r, z) = \sum_m G_m(r) \varphi_m(r, z); \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_m(r, z) + [k^2(r, z) - \kappa_m^2(r)] \varphi_m(r, z) = 0. \quad (1)$$

Собственные функции  $\varphi_m$  на поверхности ( $z = H$ ) и на дне ( $z = 0$ ) океана удовлетворяют следующим граничным условиям:  $\varphi_m(r, H) = 0, \varphi_m(r, 0) + g_m(r) \varphi_m'(r, 0) = 0$ , где  $g_m(r)$  характеризует импеданс проникаемого дна, а квадрат волнового числа  $k^2(r, z) = k_0^2(z)[1 + \epsilon(r, z)]$  является случайной функцией благодаря флуктуациям скорости звука  $\epsilon(r, z), k_0 = \omega/c_0(z)$ . В работах [22, 23] показано, что

в нерегулярном волноводе в пренебрежении обратно рассеянным полем (то есть в приближении однонаправленного распространения, или рассеяния вперед) амплитуды мод  $G_m(r)$  удовлетворяют следующему квадратурному представлению:

$$G_m(r) \approx A_m(r) \exp \left\{ \int_l^r [i\kappa_m(\xi) + (2a_m)^{-1} \sum_n a_n [V_{mn}(\xi) (\kappa_m(\xi)/\kappa_n(\xi)) - V_{nm}(\xi)] d\xi] \right\}, \quad (2)$$

где  $0 < l \leq r, \kappa_m l \gg 1, a_m = \varphi_m(l, z_0)/2, A_m = ia_m [2\pi i \kappa_m(r)]^{-1/2} \exp[i\kappa_m(l)l], m = 1, 2, \dots$ . В данном представлении  $V_{mn}(r) = \int_0^H \frac{\varphi_m(r, z) \partial \varphi_n(r, z)}{\rho(r, z) \partial r} dz$  — элемент кососимметрической матрицы,  $V_{mn}(r) = -V_{nm}(r), V_{mm} = 0$ , описывающей межмодовое взаимодействие из-за горизонтальных изменений, вызванных флуктуациями скорости звука. Для выполнения аналитических оценок используем уравнение, которому подчиняются локальные собственные значения  $\kappa_m(r)$ , а также выражение для матрицы взаимодействия мод, записанное через производные от параметров волновода [17, 18, 24]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \kappa_m^2(r) &= \int_0^H dz \varphi_m^2(r, z) \frac{\partial}{\partial r} k^2(r, z) = \\ &= \int_0^H dz \varphi_m^2(r, z) k_0^2(z) \frac{\partial}{\partial r} \epsilon(r, z), \quad V_{mn}(r) = [\kappa_n^2(r) - \\ &- \kappa_m^2(r)]^{-1} \int_0^H dz \frac{\varphi_m(r, z) \varphi_n(r, z)}{\rho(z)} k_0^2(z) \frac{\partial \epsilon(r, z)}{\partial r}. \end{aligned} \quad (3)$$

Данные соотношения вытекают из исходных уравнений, сформулированных для двух соседних сечений волновода [24]. Они точно справедливы в случае горизонтальных изменений среды, обусловленных флуктуациями  $\epsilon(r, z)$ . В работе [8] показано, что для реальных величин  $\epsilon(r, z)$  случайные вариации собственных функций и собственных значений мод весьма малы, поэтому в первом порядке метода малых возмущений по  $\epsilon$  можно считать  $\varphi_m(r, z) \approx \varphi_{0m}(z)$ , где  $\varphi_{0m}(z) = \varphi_{0m}^{(1)}(z) + i\varphi_{0m}^{(2)}(z)$  — собственная функция детерминированной (невозмущенной) задачи, когда  $\epsilon(r, z) = 0$ . В этом приближении для собственных значений получается линейная функциональная зависимость от флуктуаций вида

$$\kappa_m^2(r) - \kappa_m^2(l) = \int_0^H \varphi_{0m}^2(z) k_0^2(z) [\epsilon(r, z) - \epsilon(l, z)] dz. \quad (4)$$

Если представить  $\kappa_m^2(r) = \kappa_{0m}^2 + \delta\kappa_m^2(r)$ , где  $\kappa_{0m} = \kappa_m(l)$ ,  $\varepsilon(l, z) = 0$ , то с учетом (4)  $\delta\kappa_m^2(r) = \int_0^H \varphi_{0m}^2(z) k_0^2 \varepsilon(r, z) dz$ . В силу малости случайных вариаций  $\delta\kappa_m^2(r)$  также справедливы соотношения

$$\kappa_m(r) = \kappa_{0m} + \delta\kappa_m(r), \quad \delta\kappa_m(r) = \frac{\delta\kappa_m^2(r)}{2\kappa_{0m}}. \quad (5)$$

Аналогично из (3) следует приближенное выражение для матрицы взаимодействия мод:

$$V_{mn}(r) \approx [\kappa_n^2(r) - \kappa_m^2(r)]^{-1} \times \int_0^H dz \varphi_{0m}(z) \varphi_{0n}(z) k_0^2(z) \frac{\partial \varepsilon(r, z)}{\partial r}. \quad (6)$$

Для модовых амплитуд  $G_m(r)$  в приближении однонаправленного распространения решение (2) с учетом (5), (6) запишется ( $a_n/a_m \approx 1$ ):

$$G_m(r) \approx A_m \exp \left\{ i\kappa_{0m}(r-l) + i(2\kappa_{0m})^{-1} \times \int_0^H \varphi_{0m}^2(z) k_0^2(z) dz \int_l^r \varepsilon(\xi, z) d\xi + \sum_n \frac{1}{2\kappa_{0n}} \times \int_0^H \varphi_{0m}(z) \varphi_{0n}(z) k_0^2(z) \frac{\varepsilon(r, z)}{(\kappa_{0n} - \kappa_{0m})} dz \right\}. \quad (7)$$

Второй член в экспоненте (7) содержит интеграл по  $r$  от неоднородностей и, следовательно, характеризует накапливающееся по мере роста дистанции влияние флуктуаций скорости звука на звуковое поле. В третьем же члене, связанном с межмодовым взаимодействием, такого интеграла нет. Отсюда вытекает, что межмодовое взаимодействие является некоторой знакопеременной добавкой к решению, слабо зависящей от расстояния. Величина ее при заданных  $\varepsilon$  определяется детерминированной конфигурацией задачи (частотой звука, глубиной моря). Для характерных значений параметров модели мелкого моря, рассмотренной далее, частот звука ниже 500–600 Гц, взяв наименьшую разность  $|\kappa_{01} - \kappa_{02}|$  двух соседних мод, можно получить, что третья экспонента в (7) мало отличается от единицы, но главное — она слабо меняется с расстоянием, то есть от связи мод не происходит эффекта накопления. Таким образом, перераспределением энергии между модами за счет флуктуаций в мелком море в рассматриваемом диапазоне частот  $f < 600$  Гц и глубин  $H < 100$  м можно пренебречь и исследовать

звуковое поле в адиабатическом приближении для модовых амплитуд:

$$G_m(r) = A_m(r) \exp \left\{ i \int_l^r \kappa_m(\xi) d\xi \right\}. \quad (2')$$

В данной ситуации представление (2') учитывает главные статистические эффекты. Обратим внимание на то, что в рамках теории работ [1–3, 5, 7, 9, 12–15] для матрицы взаимодействия мод вместо выражений (3), (6) используется симметрическая матрица  $V_{mn}(r) = 0.5i(\kappa_{0n}\kappa_{0m})^{-1/2} \times \int_0^H \varphi_{0m}(z) \varphi_{0n}(z) k_0^2(z) \varepsilon(r, z) dz$ . Из этого выражения следует, что моды между собой равноправно связаны, и в таком случае все они должны подлежать учету, причем сила связи определяется только возмущением  $\varepsilon(r, z)$ . Конечно, для очень малых  $|\varepsilon| < 10^{-4}$  вид рассматриваемого выражения матрицы  $V_{mn}(r)$  не важен, поскольку взаимодействием мод следует просто пренебречь в уравнениях. Как показано выше, в случае более интенсивных флуктуаций, присущих мелкому морю, это оказывается также справедливым при определенных параметрах  $f$  и  $H$ . Тем не менее, для более высокой частоты сигнала и регулярных изменений параметров волновода по трассе (например, наклонного дна или шероховатой поверхности волновода) следует использовать выражение для матрицы взаимодействия типа (3). Кроме того, в исходных уравнениях перечисленных выше работ не учитывается параметрическая зависимость от расстояния не только для собственных функций  $\varphi_m(r, z)$ , но и для собственных значений  $\kappa_m(r)$ , что приводит к неверной интерпретации решений для модовых амплитуд и ошибкам при моделировании. Например, в работах [12, 13] адиабатическим решением вместо (2') названо решение для однородной среды (первая экспонента в (7)), и оно используется для модельных вычислений.

Второй статистический момент поля давления (средняя интенсивность), представленный посредством некогерентной и когерентной сумм, имеет вид

$$\begin{aligned} \langle |p|^2 \rangle &= \sum_{n,m} \langle (G_n G_m^*) (\varphi_n \varphi_m^*) \rangle \approx \\ &\approx \sum_n \langle |G_n|^2 \rangle |\varphi_{0n}|^2 + \sum_{(n \neq m)} \langle G_n G_m^* \rangle (\varphi_{0n} \varphi_{0m}^*). \end{aligned} \quad (8)$$

Простейший анализ структуры сумм в (8) показывает, что для малых флуктуаций  $\varepsilon(r, z)$  существенные изменения (относительно детерминированной задачи) в обеих суммах возможны лишь за счет накапливающихся статистических эффектов в экспоненциальных членах  $G_n G_m^*(r)$ . Из-за поглощения звука в морских осадках ( $\beta_1$ ) гори-

горизонтальное волновое число мод всегда комплексное  $\kappa_m(r) = \kappa_m^{(1)}(r) + i\kappa_m^{(2)}(r)$ , а его вариации на основании выражений (4), (5) гауссовы. Подчеркнем, что именно последовательный учет этого обстоятельства по сравнению со всеми известными работами позволяет аналитически, а в общих случаях – численным моделированием, установить новые особенности поведения средней интенсивности и моментов более высокого порядка. Известно, что наибольший вклад в значение средней интенсивности вносит первая, некогерентная сумма [8, 16]. Осциллирующая когерентная сумма в (8), отвечающая за сильные выбросы в отдельных реализациях поля, после усреднения не дает вклада в решение. Рассмотрим асимптотическую зависимость от  $r$  членов некогерентного ряда (8). Усреднение по ансамблю реализаций  $\epsilon$  функции  $G_n G_n^*(r)$  с учетом (2') позволяет получить следующее выражение:

$$\langle G_n G_n^* \rangle \approx A_n(r) A_n^*(r) \times \exp\left[-2\kappa_{0n}^{(2)}(r-l) + \Lambda_{nn}(r)/2\right], \quad (9)$$

где введены обозначения

$$\Lambda_{nn}(r) = \int_0^H dz_1 \int_0^H dz_2 a_n(z_1) \times a_n(z_2) \int_l^r d\xi_1 \int_l^r d\xi_2 B_\epsilon(\xi_1 - \xi_2, z_1 - z_2), \quad (10)$$

$$a_n(z) = k_0^2(z) |\kappa_{0n}|^{-2} \times \left[ 2\varphi_{0n}^{(1)}(z) \varphi_{0n}^{(2)}(z) \kappa_{0n}^{(1)} - \left(\varphi_{0n}^{(1)}(z)\right)^2 \kappa_{0n}^{(2)} \right].$$

Рассмотрим два предельных случая горизонтальных масштабов флуктуаций:  $(r-l) \ll L_r$  и  $(r-l) \gg L_r$ . В первом случае малых дистанций (или относительно больших горизонтальных масштабов флуктуаций) приближенно можно полагать, что корреляционная функция  $\epsilon$  зависит только от  $z$ :  $B_\epsilon(r_1 - r_2, z_1 - z_2) \approx B_1(z_1 - z_2)$ . Во втором случае больших дистанций (или относительно малых масштабов  $L_r$ ), корреляционная функция  $B_\epsilon(r_1 - r_2, z_1 - z_2)$  является “острой”, поэтому ее можно заменить на эффективную  $B_\epsilon(r_1 - r_2, z_1 - z_2) \approx \delta(r_1 - r_2) B_2(z_1 - z_2)$  [25]. Здесь  $B_1(z_1 - z_2)$  и  $B_2(z_1 - z_2)$  – некоторые функции, определяемые из условия сохранения нормировок новых эффективных корреляционных функций. Заменяя в первой из формул (10) исход-

ную корреляционную функцию ее эффективными аналогами, получим следующие асимптотики:

$$\Lambda_{nn}(r) = (r-l)^2 \int_0^H dz_1 \int_0^H dz_2 a_n(z_1) \times a_n(z_2) B_1(z_1 - z_2), \quad (r-l) \ll L_r, \quad (11)$$

$$\Lambda_{nn}(r) = (r-l) \int_0^H dz_1 \int_0^H dz_2 a_n(z_1) \times a_n(z_2) B_2(z_1 - z_2), \quad (r-l) \gg L_r.$$

Для наглядной иллюстрации формул (11) выберем анизотропную корреляционную функцию в

$$\text{виде } B_\epsilon(r_1 - r_2, z_1 - z_2) = \sigma_\epsilon^2 \exp\left(-\frac{|r_1 - r_2|}{L_r} - \frac{|z_1 - z_2|}{L_z}\right).$$

Например, в работе [9] аналогичная функция использовалась для описания влияния внутренних волн на распространение звука в проливе Флориды. В этом случае можно точно проинтегрировать по  $r$  выражение (10) для  $\Lambda_{nn}(r)$ :

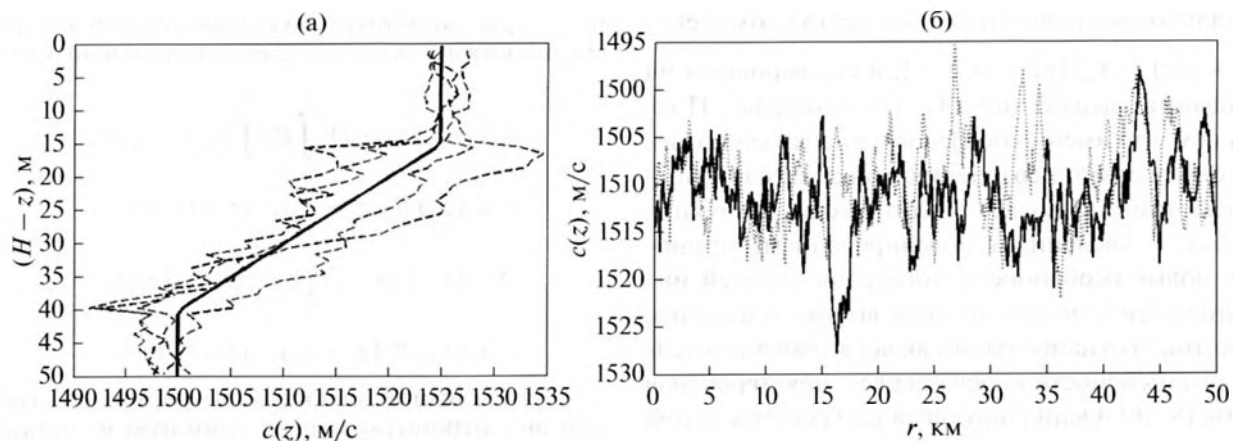
$$\Lambda_{nn}(r) = 2\sigma_\epsilon^2 \left[ (r-l) - L_r^2 + L_r^2 \exp\left(-\frac{r-l}{L_r}\right) \right] \times \int_0^H dz_1 \int_0^H dz_2 a_n(z_1) a_n(z_2) \exp\left(-\frac{|z_1 - z_2|}{L_z}\right). \quad (12)$$

Легко проверить, что из формулы (12) следуют асимптотические выражения (11).

На основании (11) ясно, что функция  $\Lambda_{nn}(r)$  меняется от линейной, при  $(r-l)/L_r \gg 1$ , до квадратичной, при  $(r-l)/L_r \ll 1$ . Кривая зависимости среднего значения интенсивности поля  $\langle |p|^2 \rangle$  от расстояния оказывается выше кривой  $|p|^2$ , соответствующей решению детерминированной задачи. Данный подъем средней интенсивности определяется экспонентой в формуле (9). На небольших расстояниях от источника  $r \approx L_r$  этот подъем происходит более резко, чем на дальних дистанциях. Очевидно, что в слоистой задаче ( $L_r \rightarrow \infty$ ) эффект наблюдается по всей трассе распространения волны [8, 16]. При этом, как показано выше (оценки (11)), рассмотренные асимптотики не зависят от конкретного вида корреляционной функции  $B_\epsilon(r_1 - r_2, z_1 - z_2)$  и, соответственно, от формы спектральной плотности неоднородностей. Уточнение этого вывода может потребоваться только при изучении сложных многомасштабных случайных процессов  $\epsilon$ .

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

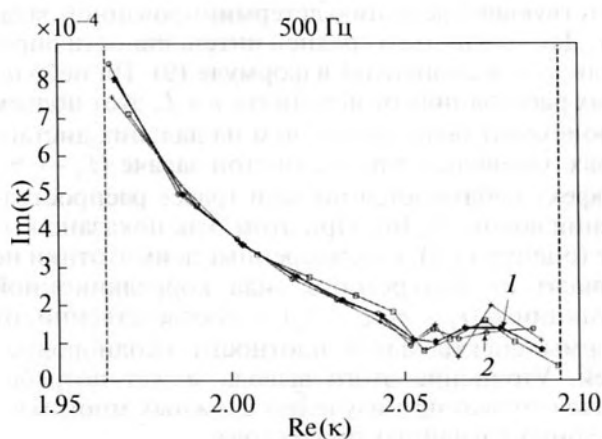
Ниже представлены примеры статистического моделирования, подтверждающие приведенные асимптотические оценки. В качестве модели для вычислений был выбран мелководный трехслой-



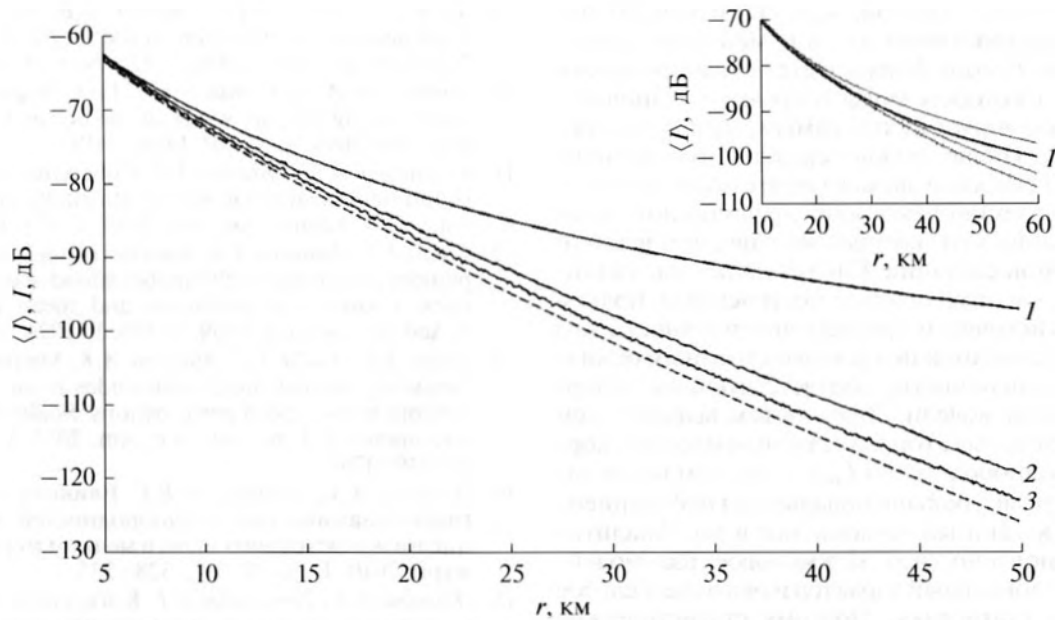
**Рис. 1.** Модель волновода со случайными флуктуациями скорости звука  $c(r, z)$ . (а) Четыре произвольных профиля скорости звука из ансамбля реализаций (штриховые кривые) и средний профиль  $c_0(z)$  (сплошная жирная кривая); (б) две произвольные развертки по  $r$  скорости звука  $c(r, z)$  из ансамбля реализаций для глубины 30 м.

ный волновод с регулярным термоклином и двумерными флуктуациями скорости звука (см. рис. 1), описываемые вышеприведенной экспоненциальной корреляционной функцией. Характеристики волновода следующие: глубина  $H = 50$  м, приповерхностный слой 15 м, где  $c_0(z) = 1525$  м/с и интенсивность флуктуаций  $[\delta c/c_0]^2 = 10^{-6}$ , придонный слой толщиной 10 м, где  $c_0(z) = 1500$  м/с и  $[\delta c/c_0]^2 = 10^{-6}$ , слой линейного термоклина толщиной 25 м с  $1500 \text{ м/с} \leq c_0(z) \leq 1525 \text{ м/с}$  и  $[\delta c/c_0]^2 = 10^{-5}$ . Также  $\rho_1/\rho_0 = 2$ ,  $n_0 = c_0/c_1 = (1500/1600)(1 + i\beta_1)$ ,  $\beta_1 = 0.01$ , где  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\beta_1$  – параметры однородного жидкого дна. Представленные гидрологические условия характерны (за исключением постоян-

ства глубины) для осеннего периода в районах измерений шельфа Японского моря, когда в водном слое формируется выраженная область термоклина. На данных горизонтах происходят активные гидродинамические процессы, случайно возмущающие средний профиль скорости звука, а постановка задачи соответствует прохождению звукового сигнала вдоль трассы распространения внутренних волн или иных гидродинамических возмущений [20, 21]. Для вычислений в качестве опорной была выбрана частота звука 500 Гц, в этой ситуации в волноводе формируется 11 распространяющихся мод. При наличии термоклина поведение горизонтальных волновых чисел  $\kappa_m(r)$  (собственных значений мод) на комплексной плоскости ( $\text{Re}(\kappa_m)$ ,  $\text{Im}(\kappa_m)$ ) характеризуется существенной немонотонностью, в отличие от модели волновода Пекериса (однородный водный слой), для которой характерен последовательный рост  $\kappa_m$  на комплексной плоскости. Так, из рис. 2, кривая 1, видно, что в регулярной модели ( $\epsilon = 0$ ) четвертое и пятое модальные числа лежат ниже, чем второе и третье, то есть соответствующие моды распространяются лучше, почти так же хорошо, как и первая мода. Наличие флуктуаций еще больше усиливает немонотонность: во многих отдельных реализациях, например, рис. 2, кривая 2, моды с более высокими номерами (вторая–пятая) могут распространяться даже лучше, чем первая. Эта особенность приводит, в частности, к быстрому возникновению в волноводе сильных флуктуаций поля, установленных в работах [5, 8, 9], что проявляется в значительном разбросе уровней отдельных реализаций интенсивности и появлению так называемого эффекта “акустической перемежаемости”. Средняя интенсивность звукового поля  $\langle I \rangle = \langle |p|^2 \rangle$  рассчитывалась усреднением по ансамблю из 1000 случайных реализаций на основе представления (2') и первого равенства



**Рис. 2.** Расположение на комплексной плоскости горизонтальных волновых чисел  $\kappa_m$  (показаны маркерами). 1 – детерминированный волновод, остальные кривые – значения  $\kappa_m$  для трех произвольных случайных реализаций профиля скорости звука. Вертикальные штриховые линии – диапазон  $\{k_0 = \omega/c_0, c_0 = 1500 \text{ м/с}, k_1 = \omega/c_1, c_1 = 1600 \text{ м/с}\}$ .



**Рис. 3.** Потери при распространении, представленные относительно значения интенсивности в свободном поле на расстоянии 1 м от источника. Нижняя штриховая кривая – детерминированная модель волновода ( $\epsilon = 0$ ). Кривая 1 – наличие в волноводе двумерных флуктуаций скорости звука  $\epsilon(r, z)$  с масштабом  $L_r = 50$  км, кривая 2 –  $L_r = 5$  км, кривая 3 –  $L_r = 1$  км. Вертикальный масштаб  $L_z = 10$  м,  $H - z = 30$  м,  $H - z_0 = 25$  м. Вставка в верхнем правом углу иллюстрирует разброс уровней интенсивности для кривой 1 при использовании недостаточного ансамбля реализаций.

в (8), с  $\varphi_m(r, z)$  и  $\kappa_m(r)$ , получаемых точным решением задачи на собственные значения (1) в  $r$ -сечениях волновода. На рис. 3 приведен соответствующий график потерь при распространении. Хорошо видно, что по сравнению с детерминированной моделью происходит заметное замедление спада средней интенсивности звукового поля с расстоянием. В результате уровень средней интенсивности постепенно поднимается над уровнем усредненной (по пространственным осцилляциям) интенсивности, соответствующим детерминированным условиям распространения (штриховая кривая). Причем этот подъем выражен тем сильнее, чем больше горизонтальный масштаб корреляции неоднородностей  $L_r$  в полном соответствии с вышеизложенными аналитическими оценками. Так, для масштаба  $L_r = 50$  км подъем уровня достигает 30 дБ к дистанции 50 км, для масштаба  $L_r = 1$  км подъем уровня на дистанции 50 км составляет 3–4 дБ. На основании выполненных оценок (9)–(12) также очевидно, что эффект тем сильнее, чем больше интенсивность флуктуаций и чем больше модальный коэффициент поглощения звука дном, поскольку в этом случае мнимые части собственных значений флуктуируют сильнее, см. (4), (5). Последнее обстоятельство имеет место, в частности, когда растет частота излучения. Напротив, понижение частоты звука уменьшает все статистические эффекты. Это подтверждают и модельные расчеты.

Важно отметить, что вследствие возникающих в волноводе сильных флуктуаций поля ансамбль

из 1000 реализаций для изучения средней интенсивности выбран как минимально представительный из соображений компромисса между точностью и объемом вычислений. На рассмотренных расстояниях, не превышающих 40–50 км, ошибка расчетов находится в пределах 1–1.5 дБ, но с ростом расстояния она может увеличиваться. Численные результаты с использованием ансамбля из 10–250 реализаций, представленные в известных работах [12–14], содержат значительную ошибку, накапливающуюся с расстоянием, и поэтому не могут служить примером адекватного статистического исследования. На рис. 3 во вставке приведена иллюстрация к разбросу уровней интенсивности при использовании недостаточного ансамбля реализаций (50, 100, 250 реализаций). Видно, что ошибка вычислений средней интенсивности на рассмотренных расстояниях может достигать 5–6 дБ (более 100%).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате аналитического и численного исследования установлено, что, несмотря на слабые флуктуации скорости звука, которые могут быть обусловлены различными гидродинамическими процессами на океанском шельфе, уже на расстоянии в несколько километров в мелком море могут наблюдаться сильные флуктуации акустического поля. Это свидетельствует о достаточно быстром переходе исходного сигнала во флуктуирующую компоненту в процессе распространения, а с точки зрения интенсивности приводит к

“выглаживанию” кривой, характеризующей потери при распространении, и изменению закона ее спада. В море формируется стохастический волновод, в котором моды в среднем становятся менее затухающими и, тем самым, лучше распространяются. Иначе можно сказать, что наличие флуктуаций скорости звука в среде с потерями приводит к появлению некоторой эффективной величины затухания мод, которая меньше, чем в детерминированной ситуации. Как результат, на дистанциях  $r > 5$  км наблюдается постепенный подъем уровня статистически средней интенсивности над уровнем усредненной по пространственным осцилляциям интенсивности, соответствующим детерминированной модели. Этот подъем выражен тем сильнее, чем больше горизонтальный масштаб корреляции неоднородностей  $L_r$ , а также чем выше частота излучения и больше модальный коэффициент затухания, обязанный поглощению в дне. Аналитически установлено, что межмодовое взаимодействие имеет локальный характер и оказывает слабое влияние на статистику. Поэтому статистические расчеты для амплитуд локальных мод выполнены в адиабатическом приближении. Наконец, показано, что конкретный вид пространственного спектра неоднородностей скорости звука с точки зрения статистических закономерностей не имеет значения при наблюдении на дистанциях, характерных для мелководных акваторий.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН 2015 г., проект “Геоинформационная система диагностики приповерхностного слоя океана и решение задач моделирования распространения звука”, а также в соответствии с госбюджетной тематикой ТОИ ДВО РАН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колер В., Папаниколау Дж.К. Распространение волн в случайно-неоднородном океане / Распространение волн и подводная акустика. Под ред. Келлера Дж.Б., Пападакиса Дж.С. М.: Мир, 1980. С. 126–179.
2. Dozier L.B., Tappert F.D. Statistics of normal-mode amplitudes in a random ocean. I. Theory // J. Acoust. Soc. Am. 1978. V. 63. P. 353–365.
3. Dozier L.B., Tappert F.D. Statistics of normal-mode amplitudes in a random ocean. II. Computations // J. Acoust. Soc. Am. 1978. V. 64. P. 533–547.
4. Гулин О.Э. О векторных характеристиках в статистически-неоднородных волноводах // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 460–466.
5. Creamer D.B. Scintillating shallow water waveguides // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 99. P. 2825–2838.
6. Tielburger D., Finnente S., Wolf S. Acoustic propagation through an internal wave field in a shallow water waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. P. 789–808.
7. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.
8. Ярощук И.О., Гулин О.Э. Метод статистического моделирования в задачах гидроакустики. Владивосток: Дальнаука, 2002. 352 с.
9. Tang X., Tappert F.D., Creamer D.B. Simulations of large acoustic scintillations in the Straits of Florida // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 120. № 6. P. 3539–3552.
10. Voronovich A.G., Ostashev V.E. Low frequency sound scattering by internal waves in the ocean // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. P. 1406–1419.
11. Voronovich A.G., Ostashev V.E. Coherence function of a sound field in an ocean with horizontally isotropic statistics // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 125. P. 99–110.
12. Colosi J.A., Morozov A.K. Statistics of normal-mode amplitudes in an ocean with random sound-speed perturbations: Cross mode coherence and mean intensity // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 126. P. 1026–1035.
13. Colosi J.A., Duda T.F., Morozov A.K. Statistics of low-frequency normal-mode amplitudes in an ocean with random sound-speed perturbations: Shallow-water environments // J. Acoust. Soc. Am. 2012. V. 131. № 2. P. 1749–1761.
14. Луньков А.А., Петников В.Г. Влияние случайных гидродинамических неоднородностей на затухание низкочастотного звука в мелком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 3. С. 328–335.
15. Луньков А.А., Петников В.Г. Когерентность низкочастотного звука в мелком море при наличии внутренних волн // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 1. С. 65–75.
16. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in shallow sea with random inhomogeneities of sound speed: Depth-dependent environment // J. Comp. Acoust. 2014. V. 22. № 1. 1440002.
17. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in range-dependent random environment of shallow sea // J. Comp. Acoust. 2014. V. 22. № 1. 1440006.
18. Гулин О.Э., Ярощук И.О. К теории низкочастотных акустических полей в случайно-неоднородном океане // Докл. РАН. 2014. Т. 458. № 1. С. 97–101.
19. Раевский М.А., Хилько А.И. О пространственно-временной когерентности низкочастотных акустических волн в мелком море с флуктуирующими параметрами // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 369–376.
20. Кацнельсон Б.Г., Переселков С.А. Интенсивность звукового поля в мелководном волноводе при наличии внутренних волн // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 5. С. 654–660.
21. Кацнельсон Б.Г., Переселков С.А., Петников В.Г., Сабинин К.Д., Серебряный А.Н. Акустические эффекты, обусловленные интенсивными внутренними волнами на шельфе // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 494–500.
22. Гулин О.Э. Причинные уравнения первого порядка для моделирования волновых полей в горизонтально-неоднородном океане // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 23–29.
23. Гулин О.Э. К расчетам низкочастотных акустических полей в нерегулярных волноводах при наличии сильного обратного рассеяния // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 575–586.
24. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика неоднородных сред. Т. 2. Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. М.: Наука, 2009. 426 с.
25. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.