

ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ НА ГРАНЬ КРИСТАЛЛА ДИОКСИДА ТЕЛЛУРА

© 2019 г. Н. В. Поликарпова^а *, В. Б. Волошинов^а, П. А. Иванова^а

^аМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

*e-mail: polikarpnv@gmail.com

Поступила в редакцию 20.05.2019 г.

После доработки 01.07.2019 г.

Принята к публикации 09.07.2019 г.

В работе представлено описание феноменологии отражения объемных акустических волн в акустооптическом кристалле парателлуриита в случае произвольного падения упругой волны на свободную границу раздела между кристаллом и вакуумом. Анализ проведен при произвольных углах падения акустических волн в плоскости XOY материала. Рассмотрены аномальные варианты отражения акустических волн, принципиально отличающиеся от известных, для которых исследовано преобразование энергии падающей упругой волны в энергию отраженных волн. При наклонном падении отмечены случаи строгого отражения волны навстречу падающей волне с эффективностью преобразования энергии, близкой к 100%.

Ключевые слова: акустика, анизотропия, парателлуриит, обратное отражение

DOI: 10.1134/S0320791919040130

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время прогресс физической науки в значительной степени обусловлен тем, что специалистами создается большое количество новых кристаллических материалов и периодически структурированных сред с уникальными физическими свойствами. К таким материалам и средам относятся, например, метаматериалы, магнитные пленки, фотонные и фононные кристаллы [1–9]. Как правило, эти новые материалы обладают сильной анизотропией физических свойств. Анизотропия, в частности, проявляется в том, что физические свойства среды сильно зависят от направления внешнего воздействия или распространения волны в кристалле. В данной работе рассмотрена анизотропия упругих свойств, поскольку она проявляется наиболее сильно по сравнению с оптической или магнитной анизотропией [5, 10–22]. Известно, что фазовая скорость упругой волны в кристаллических средах в общем случае зависит от направления ее распространения. В настоящее время синтезированы кристаллы с сильно выраженной акустической анизотропией, в которых скорость некоторых собственных волн меняется в несколько раз при изменении направления распространения звука. В этих средах распространение волн может сопровождаться рядом необычных эффектов и явлений, ранее мало изученных акустикой и прин-

ципиально не наблюдаемых в изотропных материалах [5, 14–35].

В данной работе для исследования выбран кристалл парателлуриита, широко используемый в акустооптике [5, 14–25, 28–31]. Этот материал обладает рекордной анизотропией упругих свойств среди всех известных на настоящий момент монокристаллических сред, хотя имеются монокристаллы, анизотропия которых близка к анизотропии TeO_2 [32–35]. Оказалось, что в кристалле парателлуриита можно наблюдать отличные от ожидаемых случаи отражения упругих волн от свободной и плоской границы раздела между кристаллом и вакуумом [5, 13–22]. В статье подробно рассматриваются случаи произвольного наклонного падения на границу медленной сдвиговой акустической волны в плоскости XU кристалла двуокиси теллура. Рассмотрение показало, что энергетические потоки волн, отраженных от поверхности кристалла, могут распространяться неочевидным, ранее не предсказанным образом. Непредсказуемое направление распространения акустических волн сопровождается и необычным распределением энергии между отраженными от границы акустическими волнами. Таким образом, целью данной работы является исследование ранее неизвестных и необычных случаев акустического отражения в кристалле парателлуриита. При этом определялись направления отражения акустических волн и их потоков энергии. На ос-

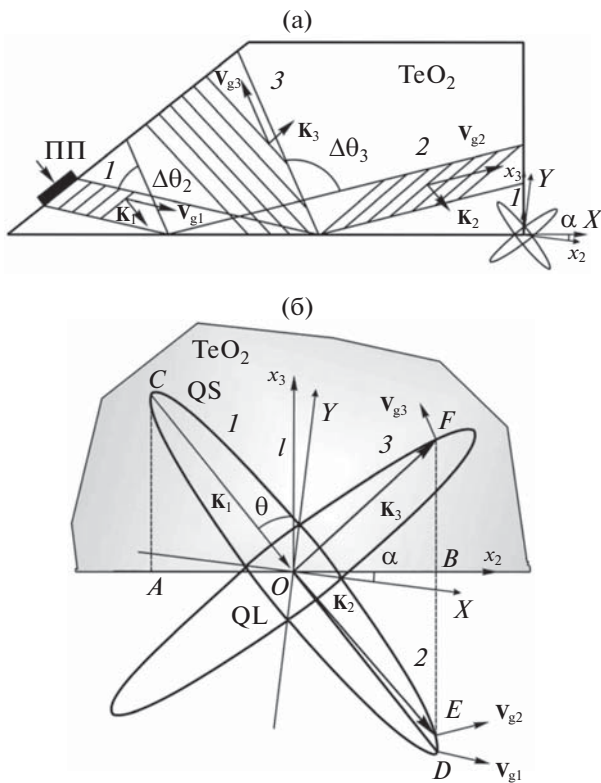


Рис. 1. Схема отражения упругих волн в кристалле парателлурита. (а) Принципиальная схема отражения упругих волн в кристалле парателлурита. Граничная система координат x_2x_3 составляет угол α с осями XU . Волновой вектор падающей волны \mathbf{K}_1 представлен цифрой 1 и составляет угол θ с нормалью к границе \mathbf{l} . Отраженные волны задаются цифрами 2 и 3, волновыми векторами \mathbf{K}_2 и \mathbf{K}_3 , а также векторами групповых скоростей \mathbf{V}_{g2} и \mathbf{V}_{g3} . (б) Волновые векторы и векторы групповой скорости в кристалле парателлурита в плоскости XU . Граничная система координат x_2x_3 составляет угол α с осями XU . Волновой вектор \mathbf{K}_1 падающей волны \mathbf{l} направлен под углом падения θ относительно нормали \mathbf{l} к границе. Отраженные волны, показанные цифрами 2 и 3, задаются волновыми векторами \mathbf{K}_2 , \mathbf{K}_3 и соответствующими векторами групповых скоростей \mathbf{V}_{g2} и \mathbf{V}_{g3} .

нове проведенного анализа можно утверждать, что обнаруженные закономерности распространения акустических волн в отдельном акустооптическом кристалле возможно обобщить и на другие среды с большой анизотропией физических свойств, например, оптических или магнитных.

ОБЩЕЕ РАССМОТРЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ОТРАЖЕНИЯ

В работе рассматривается общий случай наклонного падения плоских объемных акустиче-

ских волн на границу раздела между кристаллом парателлурита и вакуумом в плоскости XU . Считается, что акустические волны возбуждаются в кристалле на частотах $f = 100\text{--}200$ МГц с помощью пьезоэлектрических преобразователей с линейными размерами, составляющими доли сантиметра. Оказалось, что в данном случае упругая энергия в кристалле парателлурита распространяется с большими углами акустического сноса. При этом ультразвук концентрируется в кристалле в виде тонких коллимированных столбов, несмотря на большую акустическую анизотропию кристалла парателлурита и резкую зависимость угла девиации упругой энергии от направления распространения волны. Доказательством данного утверждения являются эксперименты по визуализации акустических пучков акустооптическими методами, результаты которых представлены в работах [14, 16, 18]. Экспериментальные данные обосновывают возможность использования при анализе приближения плоских волн. Принципиальная картина отражения волн от границы раздела кристалл-вакуум представлена на рис. 1а. Объяснить взаимную ориентацию отраженных волн, приведенную на рис. 1а, позволяют сечения поверхностей акустических медленностей для квазипродольной (QL) и квазипоперечной (QS) волн, показанные на рис. 1б. На рис. 1б волновой вектор падающей медленной квазипоперечной волны \mathbf{K}_1 составляет с нормалью \mathbf{l} к поверхности раздела произвольный угол падения θ . При анализе считается, что угол падения в общей схеме отражения варьируется, в то время как угол среза кристалла α относительно оси X фиксирован.

Значения фазовых скоростей V в кристалле могут быть получены по известной методике из уравнения Кристоффеля $\Gamma_{il}u_l = \rho V^2 u_i$, где $\Gamma_{il} = c_{ijkl}n_j n_k$ — тензор Кристоффеля, c_{ijkl} — модули упругости, n_j — компоненты единичного вектора, определяющего направление распространения волны, u_i — направление смещения частиц, V — фазовая скорость, ρ — плотность материала [10, 11, 13–22, 24–30]. Из рис. 1б видно, что оси x_2 и x_3 системы координат, связанной с границей раздела среды, находящейся в верхней полуплоскости рисунка, ориентированы под углом среза α к кристаллографическим осям X и U парателлурита. При этом ось x_2 направлена вдоль границы, а ось x_3 ориентирована по нормали \mathbf{l} , внутрь кристалла.

Направление групповой скорости ультразвука, соответствующее падающей волне, определяется на рис. 1б как нормаль к касательной в точке D к сечению поверхности обратных скоростей и рассчитывается по стандартной методике [10, 11, 14–22, 24–30]. При этом на рис. 1б длина отрезка OC , соответствующего волновому вектору \mathbf{K}_1 ,

равна длине отрезка OD . Известно, что условием существования отражения волны от границы раздела является отрицательная проекция групповой скорости падающей волны \mathbf{V}_{g1} на нормаль к поверхности, что соответствует условию $(\mathbf{V}_{g1}\mathbf{l}) < 0$ [14, 15, 17, 18]. Это означает, что энергия падающей волны ориентирована в сторону границы раздела. В противном случае групповая скорость исходной волны ориентирована внутрь среды, и падения на границу не происходит.

Известная методика рассмотрения закономерностей отражения [10, 11, 13–22, 28–30] позволила найти возможные направления распространения отраженных акустических волн в случае произвольного падения звука. Для этого были найдены направления возможных отраженных волн, используя условие равенства тангенциальных составляющих векторов $K_i^{(l)} = K_i^{(r)}$, задающих направления падающей и отраженной волн [10, 11, 13–22, 28–30]. Из рис. 1б видно, что проекцией волнового вектора падающей волны \mathbf{K}_1 на границу является отрезок AO . Проекция AO волнового вектора \mathbf{K}_1 не совпадает с самим волновым вектором \mathbf{K}_1 , так как этот волновой вектор на рисунке имеет длину CO . Таким образом, величина проекции волнового вектора падающей волны на границу раздела может изменяться от нуля (ортогональное падение при $\theta = 0$) до величины, равной длине отрезка CO (скользящее падение при $\theta = 90^\circ$). Это означает, что длина проекции вектора \mathbf{K}_1 при наклонном падении не фиксирована и не равна длине самого вектора.

Далее при анализе отражения вдоль границы раздела был отложен отрезок OB , равный AO . В точке B восстанавливался перпендикуляр к границе до пересечения с поверхностью обратных скоростей. Точки пересечений перпендикуляра обозначены на рис. 1б как F и E . Эти точки указывали направления отраженных волновых векторов \mathbf{K}_2 и \mathbf{K}_3 , а сами векторы \mathbf{K}_2 и \mathbf{K}_3 представлены отрезками OE и OF . Групповые скорости этих отраженных волн на рисунке обозначены как \mathbf{V}_{g2} и \mathbf{V}_{g3} . Очевидно, что условием отражения волн является распространение энергии волны внутрь кристалла. Поэтому проекция групповой скорости звука на нормаль к границе раздела должна быть больше нуля $(\mathbf{V}_{g2}\mathbf{l}) > 0$ и $(\mathbf{V}_{g3}\mathbf{l}) > 0$ [14, 15, 17, 18]. На рис. 1б можно видеть, что восстановленный перпендикуляр пересекает поверхность для медленной волны еще в одной точке. Однако, волна, соответствующая данному пересечению, не удовлетворяет последнему требованию $(\mathbf{V}_g\mathbf{l}) > 0$, так как поток энергии при этом направлен из кристалла в вакуум, что физически невозможно.

Построение, проведенное на рис. 1б, позволило определить ориентацию групповых скоростей

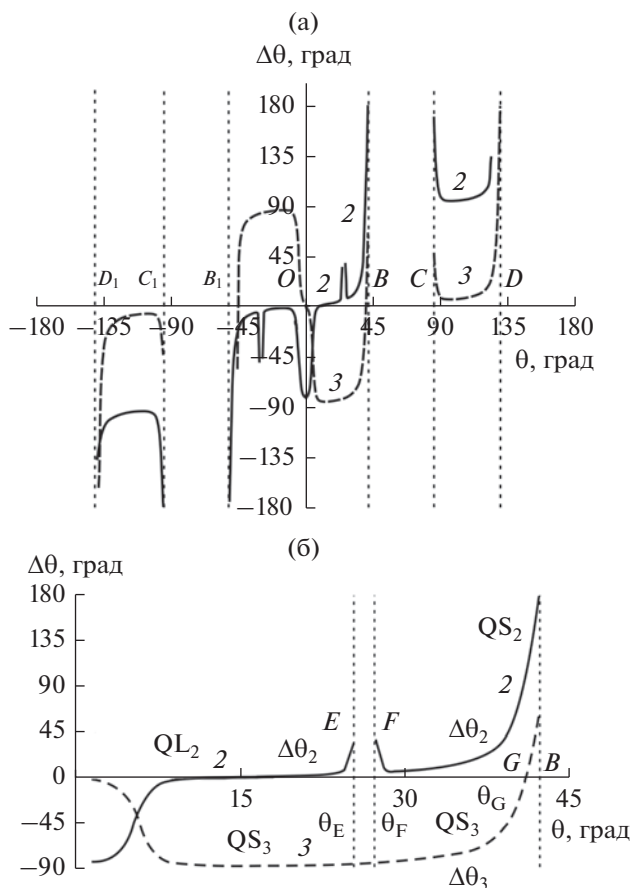


Рис. 2. Зависимости угла пространственного разделения пучков $\Delta\theta$ от угла падения θ для двух отраженных волн 2 и 3 в плоскости XU при угле среза $\alpha = 5^\circ$. (а) Зависимости угла пространственного разделения пучков $\Delta\theta$ от угла падения θ в интервале углов падения $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. (б) Зависимости угла пространственного разделения пучков $\Delta\theta$ от угла падения θ в интервале углов падения OB .

\mathbf{V}_{g2} и \mathbf{V}_{g3} отраженных волн в кристалле. Это интерпретирует рис. 1а, где представлена принципиальная взаимная ориентация звуковых пучков для падающей и отраженной волн. На рис. 1а также указан угол пространственного разделения пучков $\Delta\theta$, который заключен между векторами групповой скорости падающей и отраженной волн \mathbf{V}_{g1} и \mathbf{V}_{g3} . Угол $\Delta\theta$ был рассчитан при различных углах среза α в зависимости от угла падения θ в парателлурите. Результаты расчета показаны на рис. 2а. Анализ проводился в плоскости XU , при этом считалось, что исходная волна является медленной квазипоперечной акустической модой. На рисунке изображено изменение угла разделения пучков $\Delta\theta(\theta)$ в зависимости от угла акустического падения θ при угле среза кристалла $\alpha = 5^\circ$.

УГОЛ МЕЖДУ ПОТОКАМИ ЭНЕРГИЙ ПАДАЮЩЕЙ И ОТРАЖЕННОЙ ВОЛН В СЛУЧАЕ НАКЛОННОГО ПАДЕНИЯ

Принципиально важным обстоятельством рассмотрения является то, что на рис. 2а угол падения превышает величину $|\theta| > 90^\circ$. Известно, что в классической электродинамике, оптике, а также и акустике угол падения волнового вектора волны может изменяться лишь в пределах $|\theta| \leq 90^\circ$ [10–12]. В противном случае падения энергии волны на границу не происходит. Оказалось, что в средах, обладающих сильной оптической и, главное, акустической анизотропией, абсолютная величина угла падения, определенного между вектором \mathbf{K}_1 и нормалью к поверхности раздела, может превышать 90° . Другими словами, при $\theta > 90^\circ$, тем не менее, существует падение звуковой энергии на границу раздела. Указанная возможность падения обусловлена тем, что в анизотропных средах волновой вектор звука не совпадает с направлением групповой скорости. Поэтому закономерности падения волны на границу часто имеет смысл рассматривать не для фазовой, а для групповой скорости волн. Проведенный анализ доказал, что угол падения акустической волны θ не только превышает 90° , но и изменяется в широком интервале значений $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Важно, что при этом наблюдается падение упругой энергии на границу раздела кристалл–вакуум. Это проиллюстрировано на рис. 2а в областях B_1B , C_1D_1 и CD , где существует падение волны на границу раздела.

Как было отмечено выше, на рис. 2а приведены кривые угла разделения пучков $\Delta\theta$ в зависимости от угла падения волны на границу θ при фиксированном угле среза кристалла парателлурита α . При анализе были рассмотрены все возможные значения углов среза α , однако оказалось, что случаем, наиболее полно описывающим процесс отражения при наклонном падении, является вариант $\alpha = 5^\circ$. Другими словами, случай $\alpha = 5^\circ$ включает в себя все принципиально возможные в плоскости XU варианты отражения и позволяет, не теряя общности, распространить полученные результаты и на другие геометрии отражения. Особенностью графика на рис. 2а является то, что кривые для угла пространственного разделения пучков $\Delta\theta$ построены лишь в интервалах BB_1 , C_1D_1 и CD . В промежутках между этими интервалами кривые отсутствуют, так как для этих углов θ падения групповой скорости волны на границу раздела не происходит.

УГОЛ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ПУЧКОВ $\Delta\theta$ ДЛЯ УГЛОВ ПАДЕНИЯ, ЛЕЖАЩИХ В ИНТЕРВАЛАХ $0^\circ \leq \theta \leq 42^\circ$ И $86^\circ \leq \theta \leq 134^\circ$

Далее более подробно проанализирован вид зависимостей $\Delta\theta(\theta)$ на отрезках OB и CD . На рис. 2б в интервале OB можно выделить несколько характерных участков, которые обозначены как OE , EF и FB . При наклонном падении медленной квазипоперечной волны (QS) для углов θ падения волны, лежащих на рис. 2б в интервале OE , одна из отраженных волн 2 является квазипродольной модой и обозначается как QL, а другая отраженная волна 3 является квазипоперечной (QS) модой. Эта особенность связана с тем, что проекция волнового вектора падающей волны принимает значения, сравнимые по длине с волновым вектором продольной волны. В итоге, перпендикуляр на рис. 1б, восстановленный к границе раздела, пересекает поверхность обратных скоростей не только для медленной (QS), но и для быстрой (QL) акустической волны. Другой случай наблюдается в интервале FB , когда проекция волнового вектора падающей волны \mathbf{K}_1 становится больше максимально возможной величины волнового вектора для продольной волны (QL). В результате, обе отраженные волны 2 и 3 являются квазипоперечными и обозначаются как (QS).

Из рис. 2б видно, что в интервале OB кривые $\Delta\theta(\alpha)$ расположены, преимущественно, по разные стороны от оси абсцисс. Поэтому для отраженной волны, обозначенной цифрой 2, угол пространственного разделения пучков принимает, в основном, положительные значения, а для отраженной волны, обозначенной цифрой 3, данный угол меньше нуля. Это указывает на то, что энергетические потоки отраженных волн ориентированы по разные стороны относительно энергетического потока исходной волны. Кроме того, можно видеть, что в интервале OE существует область углов падения, в которой угол $\Delta\theta$ для отраженной волны 2 мал и не превышает одного градуса. Это означает, что групповая скорость отраженной волны направлена практически навстречу потоку энергии исходной волны. Оказалось, что эта область наблюдается в значительном интервале углов падения $7^\circ < \theta < 17^\circ$. Более того, при угле падения $\theta = 9^\circ$ возможно отражение энергии строго назад. На это указывает то, что угол пространственного разделения пучков $\Delta\theta = 0$. Таким образом, после отражения энергии упругой волны от границы раздела в кристалле парателлурита в интервале OE наблюдается квазипродольная волна (QL) 2, направленная навстречу или практически навстречу падающей волне. Такое поведение волн реализуется вплоть до углов падения $\theta = 20^\circ$.

При дальнейшем увеличении угла падения θ угол разделения пучков $\Delta\theta$ для QL волны 2 начинает расти и достигает величины $\Delta\theta_E = 39^\circ$ при $\theta_E = 24^\circ$. Можно видеть, что при $\theta \geq \theta_E$ нормаль к границе раздела перестает пересекать поверхность обратных скоростей для быстрой волны QL, и наблюдается только одно пересечение с поверхностью медленной волны QS. Этим обусловлено существование в кристалле только одной объемной сдвиговой волны 3, и это происходит в промежутке углов падения EF. Дальнейшее увеличение угла падения θ приводит к тому, что при значении $\theta = \theta_F$ количество пересечений перпендикуляра с поверхностью обратных скоростей возрастает до двух, то есть отраженных волн снова становится две. Анализ показал, что при $\theta \geq \theta_F$ нормаль пересекает поверхность обратных скоростей только для медленной акустической волны, поэтому в интервале углов FB обе отраженные моды являются квазипоперечными (QS). Из рис. 2б также видно, что кривая 3 зависимости $\Delta\theta(\theta)$ соответствует квазипоперечной волне QS, которая сохраняет свой тип в интервале углов OB в отличие от волны 2. Угол разделения энергетических потоков $\Delta\theta$ для этой волны также не испытывает резких скачков.

Что же касается волны 2 на отрезке FB, то в указанном диапазоне значение угла пространственного разделения потоков уменьшается до значения $\Delta\theta = 7.3^\circ$, что происходит при $\theta = 28^\circ$. Затем наблюдается медленный монотонный рост зависимости $\Delta\theta(\theta)$ вплоть до величины $\theta = 40^\circ$, после чего кривая этой зависимости резко возрастает до значения $\Delta\theta = 180^\circ$ при $\theta_B = 41.5^\circ$.

С другой стороны, оказалось, что значение угла $\Delta\theta$ для квазипоперечной (QS) волны 3 на отрезке OB в интервале углов падения $7^\circ < \theta < 32^\circ$ близко к -90° . Другими словами, в пределах углов падения в несколько десятков градусов поперечная волна ориентирована по отношению к энергетическому потоку исходной волны практически ортогонально. Вначале квазипоперечной волне 3 соответствуют отрицательные углы $\Delta\theta$, но затем график $\Delta\theta(\theta)$ на рисунке в точке $\theta_G = 39.7^\circ$ пересекает ось абсцисс. В этой точке угол $\Delta\theta = 0$, что соответствует случаю отражения акустической энергии волны строго навстречу потоку энергии падающей волны. При углах падения $\theta \geq \theta_G$ значения углов $\Delta\theta$ становятся положительными, то есть обе отраженные волны лежат с одной стороны по отношению к потоку энергии падающей волны. Последующее увеличение угла θ приводит к тому, что зависимость $\Delta\theta(\theta)$ для квазипоперечной волны 3 резко возрастает.

При $\theta > \theta_B$ падения волны на границу не существует, однако это падение становится возмож-

ным при $\theta_C \geq 86^\circ$, как показано на рис. 2а. Особенностью исследованного случая отражения является то, что угол падения превышает 90° , однако отражение волны от границы раздела все-таки существует. При этом обе отраженные волны 2 и 3 при $\theta \geq 90^\circ$ являются квазипоперечными (QS), то есть среди отраженных волн отсутствует быстрая мода. С ростом угла падения θ абсолютные значения угла пространственного разделения потоков энергии $\Delta\theta$ уменьшаются и достигают наименьших значений $\Delta\theta_{QS2} = 94^\circ$ при $\theta_{QS2} = 102^\circ$ для QS волны 2 и $\Delta\theta_{QS3} = 7^\circ$ при $\theta_{QS3} = 100^\circ$ для QS волны 3. Указанные минимальные значения для углов пространственного разделения энергетических потоков $\Delta\theta$ отраженных волн 2 и 3 существуют в широком интервале углов падения. При углах падения $\theta > 130^\circ$ происходит быстрый рост зависимости для квазипоперечной волны 3 до величины $\Delta\theta_D = 180^\circ$, когда $\theta_D = 134^\circ$. Однако при $\theta > \theta_D$ падение волны на границу перестает существовать.

РАСЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ

Представленное в данной статье рассмотрение не ограничивалось лишь расчетом углов пространственного разделения лучей $\Delta\theta$. Было важно рассчитать зависимости энергетических коэффициентов отражения от угла падения θ для различных углов среза α кристалла TeO₂.

При отражении необходимо выполнение условия непрерывности механического напряжения на границе раздела между кристаллом и вакуумом [10, 11, 13–18]. Поэтому соотношение для напряжений на границе может быть записано в виде $T_{23}^{(1)} + T_{23}^{(2)} + T_{23}^{(3)} = 0$, $T_{33}^{(1)} + T_{33}^{(2)} + T_{33}^{(3)} = 0$, где $T_{ij}^{(l)} l_j = T_{i3}^{(l)}$ – компоненты тензора напряжений в плоскости XOY кристалла, $l_j = (001)$ – нормаль к границе, а индексы принимают значения $i, j = 1, 2, 3$. Верхний индекс для падающей волны равен $l = 1$, в то время как для двух отраженных волн этот индекс равен $l = 2$ и $l = 3$, соответственно. Компоненты тензора напряжений в системе координат, связанной с границей раздела, могут быть представлены в виде [14, 15, 17, 18]

$$\begin{aligned} T_{23} &= -(\cos \alpha)(\sin \alpha)(T_{xx} - T_{yy}) - \\ &\quad - (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) T_{xy}, \\ T_{33} &= (\sin^2 \alpha) T_{xx} + (\cos^2 \alpha) T_{yy} - 2(\sin \alpha)(\cos \alpha) T_{xy}. \end{aligned} \quad (1)$$

В свою очередь компоненты тензора напряжений в системе координат, связанной с кристаллогра-

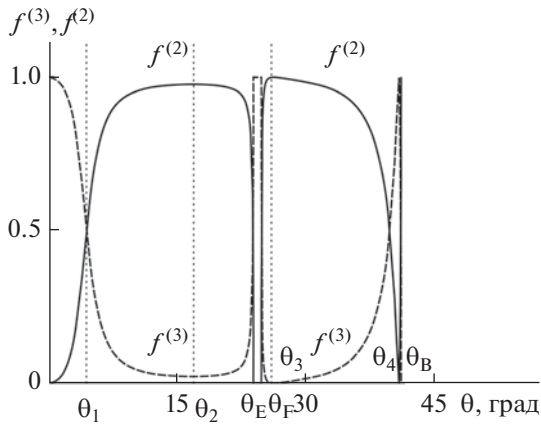


Рис. 3. Зависимости коэффициентов отражения энергии f от угла падения θ для двух отраженных волн 2 и 3.

фическими осями, записываются следующим образом [14, 15, 17, 18]:

$$\begin{aligned} T_{xx} &= i\omega A [c_{11}S_x p + c_{12}S_y q], \\ T_{yy} &= i\omega A [c_{11}S_y q + c_{12}S_x p], \\ T_{xy} &= i\omega A \frac{(c_{11} - c_{12})}{2} [S_x q + S_y p], \end{aligned} \quad (2)$$

где A и ω – амплитуда и частота акустических волн, p и q – проекции вектора поляризации на оси X и Y кристалла. Компоненты вектора медленностей S_i в плоскости XOY кристалла равны $S_x = \cos \theta/V$ и $S_y = \sin \theta/V$.

Как показано в работах [14, 15, 17, 18], энергетические коэффициенты отражения для двух волн описываются следующими соотношениями

$$\begin{aligned} R_2 &= -(A_2/A_1)^2 \times (f_3^{(2)}/f_3^{(1)}), \\ R_3 &= -(A_3/A_1)^2 \times (f_3^{(3)}/f_3^{(1)}), \end{aligned}$$

где (A_2/A_1) и (A_3/A_1) – амплитудные коэффициенты отражения, равные

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{T_{23}^{(3)}T_{33}^{(1)} - T_{23}^{(1)}T_{33}^{(3)}}{T_{23}^{(2)}T_{33}^{(3)} - T_{23}^{(3)}T_{33}^{(2)}}, \quad \frac{A_3}{A_1} = \frac{T_{23}^{(1)}T_{33}^{(2)} - T_{23}^{(2)}T_{33}^{(1)}}{T_{23}^{(2)}T_{33}^{(3)} - T_{23}^{(3)}T_{33}^{(2)}}. \quad (3)$$

Коэффициенты $f_3^{(l)}$ описывают потоки энергии в плоскости XOY кристалла в системе координат, связанной с границей раздела. Нижний индекс 3 соответствует нормальной компоненте энергетического потока, верхний индекс $l = 1, 2$ и 3 описывает падающую и две отраженные акустические волны соответственно. При этом, величина энергетического потока f_3 определяется как $f_3 = -\sin \phi F_x + \cos \phi F_y$, где компоненты F_x и F_y

упругой энергии в системе координат, связанной с кристаллом, могут быть выражены в виде:

$$\begin{aligned} F_x &= c_{11}p^2 S_x + c_{12}pq S_y + c_{66}q(qS_x + pS_y), \\ F_y &= c_{11}q^2 S_y + c_{12}pq S_x + c_{66}p(qS_x + pS_y). \end{aligned} \quad (4)$$

На рис. 3 приведены кривые угловой зависимости коэффициентов отражения $f(\theta)$ от угла θ для угла среза $\alpha = 5^\circ$ [14, 15]. Из графика видно, что коэффициенты отражения резко меняются при вариациях угла θ . Для более детального рассмотрения был выбран интервал углов падения от 0 до 90° , поскольку для больших углов падения не наблюдается принципиально новых вариантов отражения. Анализ показал, что количество энергии в каждой из отраженных волн может достигать 100%. Это означает, что, например, при угле падения $\theta_3 = 28^\circ$ вся энергия из падающей волны может полностью перераспределиться в энергию одной из отраженных волн, в частности, волны 2.

В результате проведенного рассмотрения обнаружено, что в парателлурите существуют значительные области углов падения, в которых энергия исходной волны полностью или практически полностью трансформируется в энергию одной из отраженных волн. Следует отметить, что эти области существуют в достаточно больших диапазонах углов падения. Эта особенность может облегчить наблюдение эффекта в эксперименте. С другой стороны, видно, что энергия между двумя отраженными волнами может перераспределяться поровну. На графике на рис. 3 этому условию соответствует точка пересечения кривых при $\theta_1 = 4.7^\circ$. Оказалось, что энергетические потоки отраженных волн 2 и 3 не совпадают и, как показано на рис. 2б, образуют с исходной волной углы $\Delta\theta_2 = -24^\circ$ и $\Delta\theta_3 = -54^\circ$, соответственно. Кроме того, существует интервал углов падения $\theta_E < \theta < \theta_F$, в котором существует только одна объемная отраженная квазипоперечная волна 3 с коэффициентом отражения, равным 100%. Другими словами, при превышении критического угла падения $\theta_E = 24.07^\circ$ существует только одно пересечение нормали к границе с поверхностью медленностей. Указанная особенность наблюдается вплоть до критического угла $\theta_F = 25^\circ$. Интервал углов EF не является единственным, в котором существует только одно пересечение восстановленных перпендикуляров с поверхностями обратных скоростей. Из рис. 2а видно, что на отрезке CD также имеется область углов шириной в несколько градусов, когда существует только квазипоперечная отраженная волна 3 с коэффициентом отражения энергии, равным 100%. Интересно, что этот интервал увеличивается с ростом угла среза α .

Общее рассмотрение задачи отражения при наклонном падении звука на границу раздела показывает, что при различных углах среза α вид графиков $f(\theta)$ меняется, однако при этом сохраняются многие принципиальные особенности отражения. Например, энергетический коэффициент отражения одной из волн может достигать 100%. Кроме того, возможно существование только одной отраженной волны в широком интервале углов падения звука.

В заключение общего рассмотрения необходимо отметить, что наиболее сложное поведение зависимостей $\Delta\theta(\theta)$ наблюдается для углов среза, лежащих в областях $0^\circ \leq \alpha \leq 5^\circ$ и $40^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$. Эта особенность объясняется тем, что при данных значениях угла среза α происходят наиболее резкие изменения акустической скорости с изменением направления распространения акустической волны. С другой стороны, для углов среза $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$ анализ отражения можно ограничить случаем $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, поскольку в графиках зависимостей $\Delta\theta(\theta)$ имеется симметрия относительно начала координат. Тем не менее, на некоторых случаях отражения интересно остановиться особо и проиллюстрировать их соответствующей схемой отражения волн.

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ АНОМАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

В предыдущих разделах работы рассмотрены направления распространения потоков энергии упругих волн при их отражении от границы раздела и рассчитаны их энергетические характеристики.

По результатам расчетов построены зависимости углов пространственного разделения пучков $\Delta\theta$ (рис. 2а) и коэффициентов отражения f (рис. 3) от угла падения θ . Графики рис. 2а содержат в себе информацию о ранее неизвестных случаях отражения, представляющих особый интерес. В частности, интересно, насколько ярко может проявляться обратное или близкое к обратному отражение потока энергии волны по отношению к исходному потоку энергии.

Так, на рис. 4а для угла среза $\alpha = 5^\circ$ и угла падения $\theta = 4.15^\circ$ приведена схема необычного отражения для потоков энергии падающей и отраженной волн. Цифрой 1 обозначена исходная (QS) волна, цифрами 2 и 3 отраженные QL и QS волны. Можно видеть, что квазипоперечная волна 1 со сносом энергии падает на границу раздела и после отражения преобразуется в волны 2 и 3. Энергетические потоки этих отраженных волн совпадают друг с другом, в то время как волновые векторы направлены в разные стороны. Из рисунка видно, что углы пространственного разделения между падающими двумя отраженными

пучками равны друг другу $\Delta\theta_2 = \Delta\theta_3 = -38^\circ$, то есть рассматриваемое отражение является весьма близким к обратному. Отрицательное значение угла $\Delta\theta$ указывает на то, что отраженные волны лежат слева относительно волны 1. Расчет показал, что коэффициенты отражения для этих волн, соответственно, равны $f^{(2)} = 0.62$ и $f^{(3)} = 0.38$. Рассмотренный случай интересен тем, что угол падения, отсчитываемый относительно нормали к фронту волны, близок к нулю, в то время как угол падения потока энергии волны существенно отличен от нуля и составляет десятки градусов. Как видно из рисунка, отраженные волны 2 и 3 направлены практически ортогонально к границе. Более того, они лежат в том же квадранте, что и исходная волна 1, и это позволяет считать отражение близким к обратному. Также важным является и то, что доля энергии в каждой из отраженных волн существенна, что значимо с точки зрения практических приложений. Рассмотрение отражения при других углах среза α показало, что возможно так подобрать срез кристалла α , чтобы доля энергии в волнах 2 и 3 распределялась между собой в заранее заданной пропорции.

Другой интересный случай отражения наблюдается при угле падения $\theta = 9^\circ$ при угле среза кристалла $\alpha = 5^\circ$, когда кривая для отраженной квазипродольной волны 2 пересекает ось абсцисс (рис. 2а). Соответствующая схема отражения представлена на рис. 4б. При этом угол пространственного разделения пучков $\Delta\theta_2 = 0$, что соответствует строгому отражению квазипродольной волны 2 назад. Другая отраженная квазипоперечная волна 3 при этом составляет с исходной волной 1 угол $\Delta\theta_3 = -85^\circ$. Важно, что величины энергетических коэффициентов равны $f^{(2)} = 0.94$ и $f^{(3)} = 0.06$. Это означает, что практически вся падающая энергия трансформируется в энергию обратно отраженной волны 2. Таким образом, предсказан случай отражения, когда при угле падения, принципиально отличном от нуля, вся энергия падающей волны отражается назад с коэффициентом, близким к единице. Кроме того, интересно, что вторая отраженная волна 3 направлена практически ортогонально по отношению к волне 1.

Анализ показывает, что энергия падающей волны может полностью преобразоваться в энергию одной из отраженных волн. Эта ситуация показана на рис. 4в. Угол падения квазипоперечной волны 1 при этом составляет $\theta = 28^\circ$, угол среза равен $\alpha = 5^\circ$, а отраженные волны 2 и 3 являются квазипоперечными. Углы пространственного разделения пучков для них равны $\Delta\theta_2 = 7.3^\circ$ и $\Delta\theta_3 = -80.9^\circ$. Интересно, что углы пространственного разделения пучков имеют разные знаки. Это

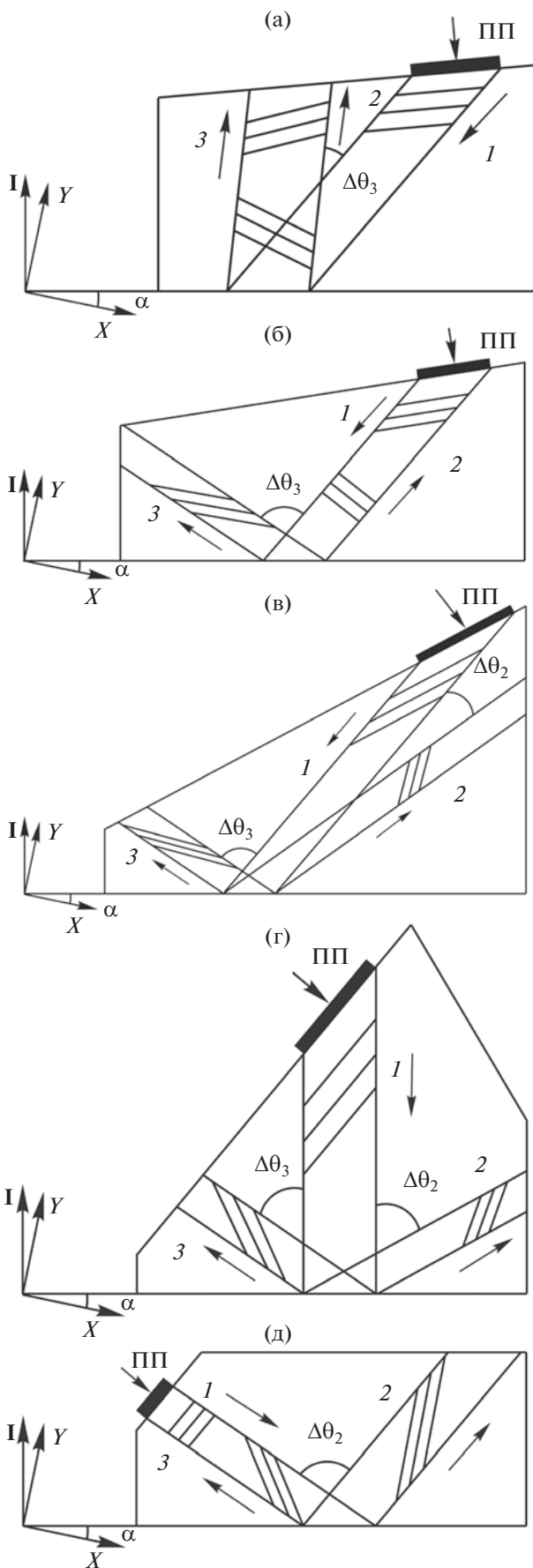


Рис. 4. Частные случаи аномального отражения акустических волн. (а) Схема отражения волны I с совпадающими потоками энергии двух отраженных волн 2 и 3. (б) Схема отражения волны I с обратным распространением одной из квазипоперечных волн 2 с коэффициентом отражения, близким к 100%. (в) Схема отражения, в которой, исходя из построения, существуют две волны 2 и 3. Потоки энергии отраженных волн направлены в разные стороны относительно потока энергии исходной волны I . Реально существует только отраженная волна 2, поскольку ее коэффициент отражения равен 100%. (г) Схема нормального падения энергии волны I с последующими отражениями энергии волн 2 и 3 в противоположные стороны. (д) Схема прямого и обратного отражения акустических волн 2 и 3 с близкими значениями коэффициентов отражения.

приводит к тому, что потоки отраженной энергии, как видно из рис. 4в, ориентированы по разные стороны относительно падающей волны I . Отраженная квазипоперечная (QS) волна 2 в последнем случае направлена практически навстречу, а квазипоперечная (QS) волна 3 почти ортогонально исходной волне I . Коэффициенты отражения для этих волн равны $f^{(2)} = 1$ и $f^{(3)} = 0$. Другими словами, поскольку при данном угле падения энергии в волне 3 не содержится, в кристалле фактически существует только одна отраженная волна 2, направленная практически назад под малым углом $\Delta\theta_2 = 7.3^\circ$ к волне I . По аналогии с оптикой, угол падения, при котором один из энергетических коэффициентов отражения равен нулю, может быть назван акустическим углом Брюстера [15, 17, 18, 36].

Случай отражения, когда каждая из волн 2 и 3 лежит по разные стороны от падающей волны I и при этом обладает достаточно большой долей энергии, представлен на рис. 4г. Интересно, что в рассматриваемой схеме энергия волны I ориентирована ортогонально по отношению к границе, в то время как волновой вектор составляет с нормалью угол $\theta = 39^\circ$. Отраженные волны 2 и 3 являются квазипоперечными. Величины углов пространственного разделения пучков равны $\Delta\theta_2 = 66^\circ$ и $\Delta\theta_3 = -25^\circ$, а энергетические коэффициенты отличны от нуля и составляют значительные величины $f^{(2)} = 0.67$ и $f^{(3)} = 0.33$. Таким образом, можно видеть, что энергия после ортогонального падения на границу раздела делится на две части, отличающиеся по величине приблизительно в два раза.

Другой вариант отражения, когда обе волны имеют существенно отличные от нуля коэффициенты отражения и одна из отраженных волн направлена строго назад, представлен на рис. 4д. Волновой вектор падающей квазипоперечной волны I составляет угол $\theta = 40^\circ$ с нормалью к границе. После отражения волна 2 ориентирована ожидаемым образом, в то время как волна 3 аномально отражается строго назад. Эту ситуацию подтверждают полученные из расчетов значения

углов $\Delta\theta_2 = 95^\circ$ и $\Delta\theta_3 = 0^\circ$. Важно, что энергия указанной волны I перераспределяется приблизительно поровну между двумя отраженными волнами, так как коэффициенты отражения равны $f^{(2)} = 0.58$ и $f^{(3)} = 0.42$. Это говорит о том, что и прямое и обратное отражения происходят весьма эффективно. Таким образом, варьируя угол падения θ и угол среза кристалла α можно по необходимости не только изменять взаимную ориентацию отраженных волн, но и получать необходимое распределение акустической энергии между этими величинами.

ПАДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ УГЛАХ СРЕЗА КРИСТАЛЛА

Представленные выше результаты работы относятся к отражению акустических волн в кристалле парателлуриата при наклонном падении для угла среза кристалла $\alpha = 5^\circ$. Анализ показал, что многие выявленные закономерности оказались справедливыми и для других углов среза. При расчетах угол среза изменялся в интервале от $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$. Для каждого угла среза по указанной выше методике определялись основные характеристики отражения. Однако из-за большого объема полученных результатов данные для других углов, кроме угла среза $\alpha = 5^\circ$ как наиболее интересного, в данной работе не приведены. Тем не менее, на основании полученных расчетных данных можно сделать общие выводы принципиального характера.

Первое, что отличает кривые зависимости угла пространственного разделения пучков $\Delta\theta(\theta)$ в случае косых срезов при $\alpha \neq 0$, заключается в том, что графики оказываются несимметричными относительно начала координат. Поэтому для полноты анализа был рассмотрен максимально большой диапазон углов падения, а именно, $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Второй особенностью отражения является существование областей, в которых зависимости $\Delta\theta(\theta)$ отсутствуют, так как при этих углах распространения звука θ не происходит падения упругой энергии исходной волны на поверхность раздела. В третьих, для угла среза, отличного от нуля, кривые графиков зависимостей $\Delta\theta(\theta)$ могут пересекаться. Это означает, что энергетические потоки отраженных волн совпадают, в то время как их волновые векторы направлены в разные стороны по отношению к волновому вектору падающей волны. Можно также видеть, что существуют области углов падения θ , в которых после отражения наблюдается как квазипродольная, так и квазисдвиговая волны. Более того, при отражении существуют области углов падения, в которых обе отраженные волны являются квазис-

двиговыми. Дополнительной закономерностью акустического отражения является существование областей, в которых распространяется только одна отраженная волна, как видно из графика на рис. 2а. Это означает, что в небольшом интервале углов падения энергия исходной волны преобразуется в энергию только одной отраженной волны, причем эта волна всегда оказывается квазисдвиговой.

На основе проведенного анализа можно отметить еще одну тенденцию отражения при наклонном падении звука на границу раздела кристалл-вакуум. Существуют углы падения, при которых акустическая волна отражается строго назад, и при этом угол падения для волны не равен нулю. Кроме того, оказалось, что при углах среза $\alpha = 10^\circ, 15^\circ$ и 20° для угла падения, лежащего вблизи $\theta = 0$, кривая $\Delta\theta(\theta)$ касается оси абсцисс в широком интервале углов падения. Это говорит о том, что угол разделения пучков $\Delta\theta$ близок к нулю, и обратное отражение для данных углов падения можно без больших трудностей наблюдать в эксперименте. Также можно предсказать, что имеются области, в которых угол падения превышает 90° , однако падение волны на границу раздела, тем не менее, существует. Важно и то, что на зависимостях $\Delta\theta(\theta)$ на рис. 2а видны участки, при которых угол разделения пучков равен $\Delta\theta = 180^\circ$. Это говорит о том, что энергия отраженной волны распространяется вдоль границы раздела кристалл-вакуум. Углы θ , соответствующие такому распространению энергии вдоль границы, определяют интервалы углов падения θ , при которых еще существует падение волны на нижнюю грань кристалла.

Таким образом, проведенное рассмотрение доказывает, что направления потоков энергии, а также величина энергии в них может желаемым образом варьироваться. При этом все зависит только от того, как вырезан кристалл.

Представляет интерес обсуждение возможности применения в акустооптике исследованных эффектов отражения акустических волн. К настоящему времени известно несколько модификаций акустооптических приборов, в которых использовано отражение акустических волн от свободных граней акустооптического кристалла парателлуриата. При этом созданы варианты акустооптических фильтров, в которых используется отражение как с сохранением акустической моды [19, 37], так и с преобразованием акустических мод из продольных в сдвиговые [28]. В представленной статье рассматриваются оба указанных случая отражения акустических волн.

При использовании акустических отражений в акустооптике удастся решить проблему ввода оптического излучения в кристалл парателлуриата, при котором пьезоэлектрический преобразова-

тель для генерации акустических волн размещен на грани кристалла, не совпадающей с входной или выходной оптическими гранями акустооптической ячейки. Наконец в данной статье рассматриваются интересные для практики варианты акустического отражения с несколькими отраженными пучками, распространяющимися под различными углами по отношению друг к другу. Это позволяет предложить новые конфигурации акустооптических устройств не только с поперечным, но и с коллинеарным режимом дифракции света на ультразвуке.

Представляется важным, что изучение закономерностей распространения акустических волн в твердых телах является существенным не только для физической акустики, акустоэлектроники и акустооптики, но и для многих разделов физики, так как законы, справедливые для акустических волн, могут с определенной осторожностью быть обобщены и на другие разделы научного знания. Например, на магнитные пленки, метаповерхности и объемные метаматериалы. В частности, в работе [6], а также серии других работ данных авторов, с использованием понятия изохромат изучаются закономерности распространения электромагнитных волн в магнитных пленках. Углы между фазовой и групповой скоростью электромагнитной волны в подобных пленках могут достигать нескольких десятков градусов. В этом отношении магнитный материал можно сравнивать с кристаллом парателлуриита, в котором углы между волновым вектором и вектором Пойнтинга столь же велики. Известно также, что распространение упругих волн в слоистых структурах может сопровождаться отклонением потока упругой энергии от направления фазовой скорости волны. В качестве подобных слоистых структур могут выступать и новые искусственные среды. В работе [5] высказано вполне обоснованное предположение о возможности наблюдения необычных эффектов отражения волн и в метаматериалах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе подробно проанализированы особенности аномального отражения волн при наклонном падении на границу раздела в кристалле парателлуриита, относящемуся к группе кристаллов с большой анизотропией упругих свойств. Доказано, что отраженная волна может распространяться строго назад, причем угол падения для волны отличен от нуля. Указанное обратное отражение наблюдается в широком интервале углов среза, составляющем десятки градусов, и не требует выполнения специальных условий. Показано, что энергетический коэффициент в данном случае может быть значителен и достигать 100%. Предсказанное явление обратного отражения тем

более ярко выражено, чем более анизотропной является акустическая среда.

Следует ожидать, что аналогичные эффекты при отражении волн существуют и в других кристаллах, обладающих сильной анизотропией упругих свойств. Более того, оправдано утверждать, что обнаруженные закономерности распространения акустических волн в отдельном акустооптическом кристалле можно обобщить и на другие среды с большой анизотропией физических свойств, например, оптических или магнитных.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) № 19-12-00072.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Laude V.* Phononic crystals: artificial crystals for sonic, acoustic, and elastic waves. В.: Walter De Gruyter, 2015. 636 p.
2. Acoustic metamaterials: negative refraction, imaging, lensing and cloaking / Ed. Craster R.V., Guenneau S. D.: Springer, 2012. 324 p.
3. *Maldovan M.* Sound and heat revolutions in phononics // Nature. 2013. V. 503. P. 209–217.
4. *Olsson R.H., El-Kady I.F.* Microfabricated phononic crystal devices and applications // Measurement Science and Technology. 2009. V. 20. № 1. P. 012002-1-012002-13.
5. *Буров В.А., Волошинов В.Б., Дмитриев К.В., Поликарпова Н.В.* Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением // Успехи физ. наук. 2011 Т. 181. № 11. С. 1205–1211.
6. *Вашковский А.В., Локк Э.Г.* Прямые и обратные неколлинеарные волны в магнитных пленках // Успехи физ. наук. 2006. Т. 176. № 5. С. 557–562.
7. *Zhou X.-W., Zou X.-Y., Wang T.-H., Cheng J.-C.* Effective velocity of 2D phononic crystals with rectangular lattice // Ultrasonics. 2010. V. 50. № 6. P. 577–582.
8. *Wu T.-T., Huang Z.-G., Lin S.* Surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystal consisting of materials with general anisotropy // Phys. Rev. B. 2004. V. 69. P. 094301-1-094301-10.
9. *Tanaka Y., Tamura S.* Surface acoustic waves in two-dimensional periodic elastic structures // Physical Review B. 1998. V. 58. № 12. P. 7958–7965.
10. *Дьелесан Э., Руйе Д.* Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982. 424 с.
11. *Auld B.A.* Acoustic Fields and Waves in Solids. N.Y.: Wiley, 1973. 423 p.
12. Акустические кристаллы. Справочник / Под ред. Шаскольской М.П. М.: Наука, 1982. 632 с.
13. *Musgrave M.J.* Refraction and reflection of plane elastic waves at plane boundary between anisotropic media // Geophys. J. Royal Astron. Soc. 1960. V. 3. № 4. P. 406–418.
14. *Voloshinov V.B., Polikarpova N.V., Ivanova P.A., Khorkin V.S.* Acousto-optic control of internal acoustic reflection in

- tellurium dioxide crystal in case of strong elastic energy walkoff // *Applied Optics*. 2018. V. 57. № 10. P. C19–C25.
15. Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В., Можяев В.Г. Близкое к обратному отражение объемных акустических волн при скользящем падении в кристалле парателлурита // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 3. С. 297–305.
 16. Волошинов В.Б., Макаров О.Ю., Поликарпова Н.В. Близкое к обратному отражение упругих волн в акустооптическом кристалле парателлурита // *Письма в ЖТФ*. 2005. Т. 31. № 8. С. 79–87.
 17. Voloshinov V.B., Polikarpova N.V., Declercq N.F. Reflection of plane elastic waves in tetragonal crystals with strong anisotropy // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. V. 125. № 2. P. 772–779.
 18. Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. Acousto-optic investigation of propagation and reflection of acoustic waves in paratellurite crystal // *Applied Optics*. 2009. V. 48. № 7. P. C55–C66.
 19. Polikarpova N.V., Voloshinov V.B. Application of acousto-optic interactions in anisotropic media for control of light radiation // *Acustica-Acta Acustica*. 2003. V. 89. № 6. P. 930–935.
 20. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. Акустооптическое исследование необычных случаев отражения объемных упругих волн в кристалле парателлурита // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 1. С. 121–131.
 21. Polikarpova N.V., Voloshinov V.B. Glancing incidence and back reflection of elastic waves in tetragonal crystals // *Proc. SPIE*. 2005. V. 5953. P. 0C1–0C12.
 22. Polikarpova N.V., Djakonov E.A., Voloshinov V.B. Acousto-optic investigation of acoustic waves propagation in anisotropic medium // *American Institute of Physics Conf. Proc.* 2012. V. 1433. P. 110–113.
 23. Антонов С.Н., Герус А.В., Проклов В.В. Эффекты при скользящем падении звука на границу TeO_2 // *ЖТФ*. 1983. Т. 53. № 8. С. 1618–1621.
 24. Declercq N.F., Polikarpova N.V., Voloshinov V.B., Leroy O., Degrieck J. Enhanced anisotropy in paratellurite for inhomogeneous waves and its possible importance in the future development of acousto-optic devices // *Ultrasonics*. 2006. V. 44. № 1. P. e833–e837.
 25. Polikarpova N.V., Malneva P.V. Polarization characteristics of bulk ultrasonic waves in acousto-optic paratellurite crystal // *Acta-Acustica United with Acustica*. 2014. V. 100. № 3. P. 427–433.
 26. Поликарпова Н.В., Мальнева П.В. Изменение поляризации акустических волн в кристалле теллура // *Известия РАН. Серия физическая*. 2012. Т. 76. № 12. С. 1422–1425.
 27. Поликарпова Н.В., Мальнева П.В., Волошинов В.Б. Анизотропия упругих волн в кристалле теллура // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 3. С. 332–338.
 28. Polikarpova N.V., Voloshinov V.B., Reznikov A.M. Development of acousto-optic devices based on transformation of acoustic waves // *Physics of Wave Phenomena*. 2015. V. 23. № 1. P. 52–57.
 29. Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. Phase and group velocities of bulk optic and acoustic waves in crystals and artificial periodically structured media // *Physics procedia*. 2015. V. 70. P. 749–753.
 30. Поликарпова Н.В., Волошинов В.Б. Преобразование акустических мод в акустооптических приборах // *Известия РАН. Серия физическая*. 2015. Т. 79. № 10. С. 1432–1436.
 31. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. Полуколлинеарный режим дифракции света на ультразвуке в среде с сильной упругой анизотропией // *Оптика и спектроскопия*. 2015. Т. 118. № 1. С. 172–181.
 32. Gottlieb M., Goutzoulis A., Singh P. High-performance acousto-optic materials: Hg_2Cl_2 and PbBr_2 // *Optical Engineering*. 1992. V. 31. № 10. P. 2110–2117.
 33. Zadokhin B.S., Solodovnik E.V. Simulation of the dynamic properties of Hg_2Hal_2 crystals (Hal = Cl, Br, I) // *Physics of the Solid State*. 2004. V. 46. № 11. P. 2110–2114.
 34. Barta C., Sileverstova P.M., Moiseeva N.A., Pisarevskiy Yu.V. Propagation of acoustic waves in crystals of univalent halides // *Kristall unci Technik*. 1980. V. 15. № 7. P. 843–848.
 35. Goutzoulis A.P., Gottlieb M. Characteristics and design of mercurous halide Bragg cells for optical signal processing // *Optical Engineering*. 1988. V. 27. № 2. P. 157–163.
 36. Викторов И.А. Типы звуковых поверхностных волн в твердых телах // *Акуст. журн.* 1979. Т. 25. № 1. С. 1–17.
 37. Молчанов В.Я., Волошинов В.Б., Макаров О.Ю. Квазиколлинеарные перестраиваемые акустооптические фильтры на основе кристалла парателлурита для систем спектрального уплотнения и селекции оптических каналов // *Квантовая электроника*. 2009. Т. 39. № 4. С. 353–360.