АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2020, том 66, № 1, с. 16–19

ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.286.2-14;577.475

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В СУСПЕНЗИИ ЧАСТИЦ С ВРАЩАТЕЛЬНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

И. Н. Диденкулов[a, b, *], **А. А. Сагачева**[a, b]

[a]Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, ГСП-120, 603950 Россия

[b]Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, пр. Гагарина 23, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: diniap@mail.ru

Поступила в редакцию 26.04.2019 г.
После доработки 04.07.2019 г.
Принята к публикации 09.07.2019 г.

Суспензии часто встречаются в природе и в технологических процессах. Частицы суспензии могут отличаться по плотности и сжимаемости от материнской среды и влияют на скорость и затухание звука. Считается, что суспензии частиц нейтральной плавучести, т.е. средняя плотность и сжимаемость которых не отличается от параметров окружающей жидкости, не оказывают влияние на распространение звука. Однако, в случае, если центр масс частицы смещен, т.е. не совпадает с точкой приложения силы Архимеда, такая частица в акустическом поле совершает вращательные колебания. Вращательные колебания сопровождаются вязким трением и приводят к потере энергии акустической волны. Смещение центра масс частицы может быть вызвано неравномерным распределением плотности тела или точечным довеском массы на его поверхности, который в общем случае может быть как положительным, так и отрицательным (полость). В работе анализируется распространение звука в суспензиях частиц стержнеподобной и дискообразной форм, характерных для многих сред. Получены формулы, описывающие потери энергии акустической волны в суспензии взвешенных частиц, и произведены оценки величины дополнительного затухания звуковой волны, которые показывают, что данный механизм может приводить к заметному затуханию.

Ключевые слова: акустическая волна, суспензия, стержнеподобные и дискообразные частицы, вращательные колебания, вязкие потери, затухание звука

DOI: 10.31857/S0320791919060029

ВВЕДЕНИЕ

Задача о колебаниях маленькой (по сравнению с длиной волны) частицы в жидкости под действием акустического поля известна еще со времен Рэлея [1]. Она возникает, в частности, при рассмотрении распространения акустических волн в суспензиях. Частицы суспензии оказывают влияние на распространение звука, изменяя величину скорости и приводя к затуханию акустической волны [2, 3]. Суспензии часто встречаются в природе и в технологических процессах, поэтому их диагностика с помощью акустических волн является актуальной задачей. Кроме того, подобные среды с микроструктурой, как жидкие, так и твердые, представляют значительный интерес с точки зрения создания метаматериалов, обеспечивающих оптимальное поглощение звука [4]. Обычно в задачах распространения волн в суспензиях учитываются лишь монопольные и дипольные колебания [5, 6]. Рассеяние на частице зависит от ее формы и размеров, а также от сжимаемости и плотности вещества частицы. Если частица имеет сжимаемость, отличную от сжимаемости среды, то возникает рассеяние монопольного типа. Если частица имеет другую плотность, чем окружающая среда, то частица совершает поступательные колебания относительно частиц среды, что приводит к дипольному рассеянию. Встречаются частицы с нейтральной плавучестью, у которых средние плотность и сжимаемость не отличаются от окружающей жидкости. Такие частицы не оказывают влияния на распространение звука. Однако, в случае, если центр масс частицы смещен, т.е. не совпадает с точкой приложения силы Архимеда, в акустическом поле на частицу действует переменный во времени с частотой звуковой волны вращающий момент сил, в результате чего частица совершает вращательные колебания. Угловые колебания частицы сопровождаются вязким трением и приводят к потере энергии акустической волны. Смещение центра масс частицы может быть вызвано неравномерным распределением плотности внутри частицы. В ряде природных, технических и биологических суспензий неравномерность плотности,

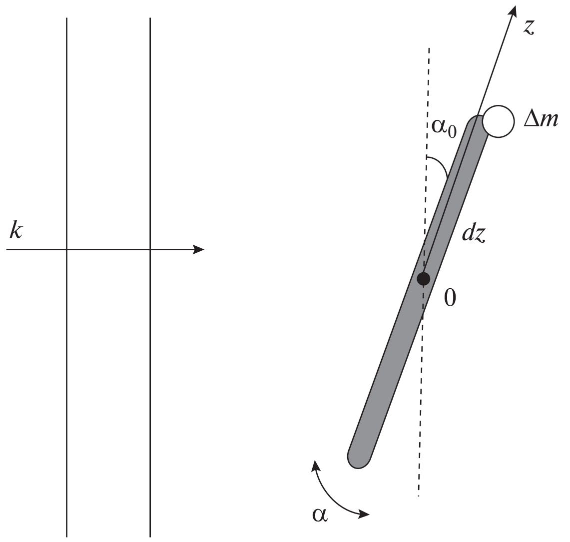

Рис. 1. Схема задачи для стержневой частицы.

в частности, может быть обусловлена наличием дополнительной структуры, которую можно моделировать точечным довеском массы на поверхности частицы. Довесок массы в общем случае может быть как положительным, так и отрицательным (полость). Ранее угловые колебания рассматривались для частиц сферической формы [7]. Целью данной работы является анализ влияния вращательных колебаний частиц на затухание звука в суспензиях, содержащих стержнеподобные и дископодобные частицы, которые встречаются в различных средах.

МОДЕЛЬ СТЕРЖНЕПОДОБНОЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим колебания стержнеподобной частицы со смещенным центром масс. Схема задачи показана на рис. 1. Частица, представляющая собой круглый стержень длины l и радиусом R, имеет на одном ее краю точечный довесок массы. При этом полагаем, что средняя плотность частицы равна плотности ρ окружающей жидкости, а величина довеска массы Δm много меньше полной массы частицы m: $|\Delta m| \ll m$, $m = \pi R^2 l\rho$. Довесок массы в общем случае может быть как положительным, так и отрицательным (полость). Считаем, что размеры частицы удовлетворяют соотношению $R \ll l \ll \lambda$, где λ – длина звуковой волны. Ось цилиндра образует угол α_0 с фронтом плоской звуковой волны – плоскостью, перпендикулярной волновому вектору.

В акустическом поле частицы жидкости совершают продольные колебания. Если средняя плотность рассматриваемой частицы равна плотности жидкости, она будет совершать такие же колебания. Удобнее анализировать воздействие акустического поля в неинерциальной системе отсчета, связанной с частицей. В этой системе отсчета на частицу действует переменная во времени инерциальная сила, которая из-за наличия неравномерного распределения плотности стержня (наличия довеска массы) приводит к возникновению вращающего момента силы M_{in}. Помимо момента M_{in}, вызывающего вращательные движения, на частицу действует также момент сил вязкого трения в жидкости M_{fr}.

Уравнение вращательных колебаний частицы запишется в виде:

$$J\ddot{\alpha} = M_{\text{in}} + M_{\text{fr}}, \tag{1}$$

где $\ddot{\alpha}$ – угловое ускорение, J – момент инерции частицы [8]:

$$J = ml^2/12.$$

Момент M_{in} можно выразить через продольное ускорение частиц среды в звуковой волне a, угол α_0, величину довеска массы Δm и плечо силы, равное половине длины стержня $l/2$:

$$M_{\text{in}} = -(\Delta m)a(l/2)\cos\alpha_0. \tag{2}$$

Поскольку ускорение a и скорость u продольных движений частиц среды связаны с давлением p в бегущей акустической волне уравнением:

$$a = \partial u/\partial t = -(1/\rho)\nabla p,$$

то для гармонической плоской волны $p = p_a \times$ $\times \exp(i\omega t - ikx)$ имеем:

$$M_{\text{in}} = -ikp(1/\rho)\Delta m(l/2)\cos\alpha_0, \tag{3}$$

где $k = \omega/c$ – волновое число, $\omega = 2\pi f$, f – частота, c – скорость звука, ρ – плотность жидкости.

Момент силы вязкого трения M_{fr} можно найти в предположении, что обтекание каждого малого участка цилиндра длиной dz происходит аналогично обтеканию бесконечного цилиндра потоком жидкости со скоростью $v(z) = z\dot{\alpha}$, где $\dot{\alpha} = d\alpha/dt$ – угловая скорость вращательных колебаний. При этом характер обтекания стержня вблизи оси вращения и вдали от нее может быть существенно разным, так как он зависит от отношения δ/R, где $\delta(\omega) = \sqrt{2\vartheta/\omega}$ – толщина осциллирующего пограничного слоя, $\vartheta = \eta/\rho$ – кинематическая вязкость, η – динамическая вязкость.

Поскольку скорость обтекания при вращательных колебательных движениях стержня линейно зависит от расстояния от оси вращения, основной вклад в силу сопротивления из-за вязкого трения будут давать части стержня, удаленные от оси [9]. Основываясь на этом, мы будем пренебрегать различиями в характере обтекания стержня при разных z и используем выражение для силы F_{fr}, действующей на единицу длины цилиндра при $\delta \ll R$ [3, 9]:

$$F_{\text{fr}} = -2\pi R v(z)\sqrt{2\rho\eta\omega}.$$

Теперь можно найти момент силы вязкого трения:

$$M_{\text{fr}} = -2\int_0^{l/2} zF_{\text{fr}}(z)dz = -(\pi/6)\sqrt{2\omega\vartheta}\rho Rl^3\dot{\alpha}. \quad (4)$$

Тогда уравнение колебаний стержня (1) можно переписать в виде:

$$\ddot{\alpha} + 2\omega(\delta/R)\dot{\alpha} = -6i(\omega/c)(\Delta m/m)(\cos\alpha_0/\rho l)p_a e^{i\omega t}. (5)$$

Второй член слева уравнения (5) записан с учетом того, что масса частицы $m = \pi R^2 l\rho$. Решая уравнение (5), найдем угловые колебания α и угловую скорость $\dot{\alpha}$ стержня:

$$\dot{\alpha} = -\frac{6\cos\alpha_0(\Delta m/m)(p_a/\rho cl)}{[1 - 2i(\delta/R)]}e^{i\omega t}. \quad (6)$$

Среднюю за период колебаний мощность потерь энергии W (мощность силы трения со знаком минус) можно найти по формуле:

$$W = -1/2 M_{\text{fr}}(\dot{\alpha})^*, \quad (7)$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение. Подставляя (4) и (6) в (7) и используя условие $(\delta/R) \ll 1$, получим

$$W = 3\pi\omega\delta Rl\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 \frac{p_a^2}{\rho c^2}\cos^2\alpha_0. \quad (8)$$

Поглощающую способность неоднородностей характеризуют сечением поглощения σ, равным отношению мощности потерь энергии W к интенсивности падающей волны I:

$$\sigma = W/I,$$

где $I = |p_a|^2/(2\rho c)$ – интенсивность поля плоской волны,

$$\sigma = \frac{6\pi\omega\delta Rl}{c}\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2\cos^2\alpha_0. \quad (9)$$

Значение σ существенно зависит от частоты и угла падения звуковой волны, а также от размеров и характеристик частицы.

МОДЕЛЬ ДИСКООБРАЗНОЙ ЧАСТИЦЫ

Можно построить аналогичную модель для дискообразной частицы со смещенным центром масс. Схема задачи показана на рис. 2. Частица представляет собой круглый диск толщины h и радиусом R_d, который имеет на одном краю точечный довесок массы. При этом полагаем, что средняя плотность частицы равна плотности окружающей жидкости, а величина довеска массы Δm много меньше полной массы частицы m: $|\Delta m| \ll m$, $m = \pi R_d^2 h\rho$. Довесок массы в общем случае может быть как положительным, так и отрицательным (полость). Как и прежде, считаем, что

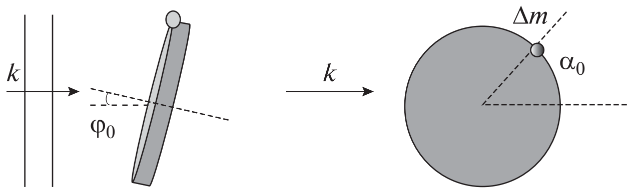

Рис. 2. Схема задачи для дискообразной частицы.

размеры частицы удовлетворяют соотношению $h \ll R_d \ll \lambda$, где λ – длина звуковой волны. Ось диска образует угол φ_0 с волновым вектором акустической волны, а положение довеска массы на диске по отношению к волновому вектору характеризуется углом α_0, как показано на рис. 2.

Мы будем рассматривать угловые колебания этой частицы в плоскости диска, предполагая, что в перпендикулярной плоскости ее колебания незначительны. Уравнение вращательных колебаний частицы имеет вид (1), в котором M_{in} – момент сил инерции, действующий в акустическом поле на диск с массой m и моментом инерции J из-за присутствия довеска массы Δm на его поверхности, M_{fr} – момент сил вязкого трения при вращательных колебаниях диска, $\ddot{\alpha}$ – угловое ускорение.

Момент инерции J диска имеет вид [8]:

$$J = mR_d^2/2.$$

Момент M_{in} можно выразить через продольное ускорение частиц среды в звуковой волне a, угол α_0, величину довеска массы Δm и плечо силы, равное радиусу частицы R_d:

$$M_{\text{in}} = -\Delta maR_d\sin\alpha_0. \quad (10)$$

Момент M_{in} в поле гармонической плоской волны $p = p_a\exp(i\omega t - ikx)$ имеет вид:

$$M_{\text{in}} = -ikpa(1/\rho)\Delta mR_d\sin\alpha_0\sin\varphi_0, \quad (11)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число, $\omega = 2\pi f$, f – частота, c – скорость звука, ρ – плотность жидкости.

Полный момент сил трения, действующий на диск, равен [3]:

$$M_{fr} = -\pi\dot{\alpha}\sqrt{\rho\omega\eta}R_d^4\cos\alpha_0. \quad (12)$$

Решая уравнение (1) для гармонических колебаний с частотой ω в приближении $(\delta/R_d) \ll 1$, получим выражение для мощности вязких потерь при вращательных колебаниях дискообразной частицы в звуковом поле:

$$W = \frac{\pi\omega\delta R_d^2}{2}\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2\frac{p_a^2}{\rho c^2}\sin^2\alpha_0\sin^2\varphi_0. \quad (13)$$

Действуя аналогично случаю стержнеподобной частицы, запишем выражение для сечения поглощения дискообразной частицы:

$$\sigma = \frac{\pi\omega\delta R_d^2}{c}\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 \sin^2\alpha_0 \sin^2\varphi_0. \quad (14)$$

ЗАТУХАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В СУСПЕНЗИИ

Рассмотрим дополнительное затухание звука в среде, содержащей множество частиц. Если концентрация частиц в среде n, то полная мощность потерь связана с интенсивностью поля плоской волны I и коэффициентом затухания звука ε соотношением:

$$Wn = \varepsilon I,$$

где $I = |p_a|^2/(2\rho c)$ – интенсивность поля плоской волны, откуда следует известное выражение

$$\varepsilon = n\sigma. \quad (15)$$

Подставляя в (15) соответствующие выражения (9) и (14) и проводя усреднение по углам, полагая, что ориентации частиц в суспензии равномерно распределены по всем направлениям, получим формулы для коэффициента затухания звука ε_r в суспензии стержнеподобных частиц:

$$\varepsilon_r = \frac{3\pi\omega\delta Rl}{c}\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 n. \quad (16)$$

Аналогичная формула для суспензии дискообразных частиц имеет вид:

$$\varepsilon_d = \frac{\pi\omega\delta R_d^2}{4c}\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 n, \quad (17)$$

где $\delta(\omega) = \sqrt{2\vartheta/\omega}$ – толщина осциллирующего пограничного слоя.

Затухание интенсивности звука подчиняется закону:

$$I = I_0 \exp(-\varepsilon x).$$

Используя формулы (16) и (17), сделаем оценку возможной величины эффекта. Прежде всего, отметим, что коэффициент затухания одинаково зависит от частоты для обеих частиц как $\omega^{1/2}$. Кроме того, нетрудно видеть, что отношение коэффициентов затухания $\varepsilon_r/\varepsilon_d = 12Rl/R_d^2$ и при $l \approx R_d$, $R/l \approx 0.1$, $\varepsilon_r/\varepsilon_d \approx 1$.

Для суспензии на основе воды ($\vartheta = 10^{-6}$ м^2/с, $c = 1480$ м/с) и при следующих параметрах $l = 0.1$ мм, $R = 0.01$ мм, $\Delta m/m = 0.2$, $n = 10^{12}$ 1/м^3, коэффициент затухания звука, обусловленного данным механизмом, составляет 4 дБ/м на частоте $f = 1$ МГц и 7 дБ/м на частоте $f = 3$ МГц. Эти оценки показывают, что данный механизм затухания может быть существенным даже для водных суспензий, и особенно для более вязких жидкостей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен эффект затухания звука в суспензии взвешенных частиц со смещенным центром масс, которые способны совершать вращательные колебания в поле акустической волны. Предложена модель вращательно-колебательных движений стержне- и дискообразных частиц, на основе которой вычислены потери энергии за счет вязкого трения. Произведены оценки величины дополнительного затухания звуковой волны в суспензии со стержне- и дискообразными частицами, которое может быть существенным, особенно на высоких частотах.

Рассмотренный механизм угловых колебаний частиц, имеющих вращательную степень свободы, приводящий к вязким потерям энергии акустической волны, может оказаться полезным при интерпретации экспериментальных данных о распространении звука в различных суспензиях и при разработке методов их диагностики, а также при создании метаматериалов с заданными поглощающими свойствами. Кроме того, вблизи частиц, совершающих вращательные колебания, возникает соответствующее движение жидкости в пограничном слое, которое может оказывать воздействие на другие частицы или стенки сосуда, способствуя, например, очистке поверхностей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 2019-02-00317) и в рамках госзадания 0035-2019-0009 ИПФ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Релей*. Теория звука. Т. 1, 2. М.: Гостехиздат, 1955.
2. *Исакович М.А.* Теоретические основы акустики. М.: Наука, 1973.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
4. *Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М.* Поглощение звука и метаматериалы (Обзор) // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 517–525.
5. *Лебедев-Степанов П.В., Рыбак С.А.* Поглощение звука раствором наночастиц // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 3. С. 326–330.
6. *Лебедев-Степанов П.В., Руденко О.В.* О затухании звука в жидкости, содержащей взвешенные частицы микро- и нанометровых размеров // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 706–711.
7. *Диденкулов И.Н., Езерский А.Б., Селивановский Д.А.* Распространение звука в среде, содержащей частицы со смещенным центром масс // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 425–426.
8. *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. М.: "Высшая школа", 1995.
9. *Слезкин Н.А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955.